

Γεωγραφική Ανάλυση

8 – Δομές χωρικής Γειτνίασης

Δρ. Δημήτρης Καβρουδάκης

Μον. Επίκουρος Καθηγητής Γεωγραφικής Ανάλυσης

dimitrisk@aegean.gr

www.dimitrisk.gr



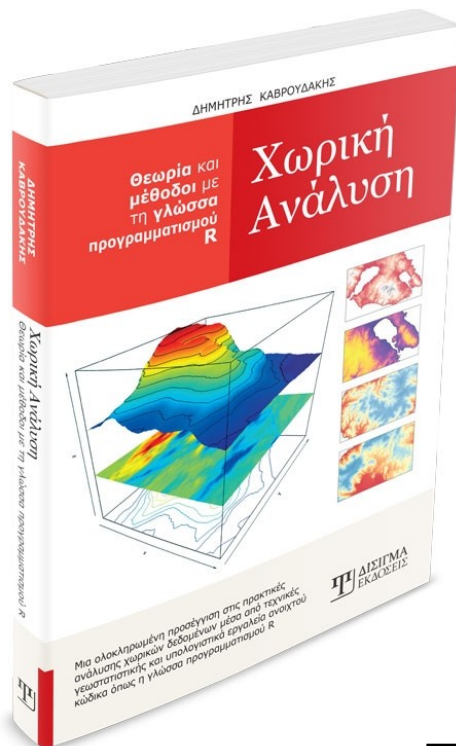
Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Τμήμα Γεωγραφίας

SAG*i*SRS
ΧΑ-ΣΓΠ-ΤΗ

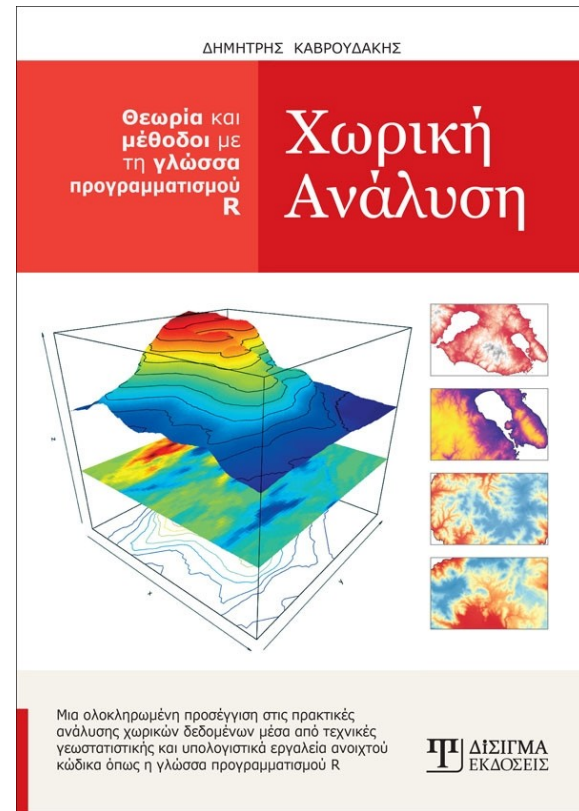
Spatial Analysis, Geographical Information Systems and Remote Sensing
Ερευνητική ομάδα Χωρικής Ανάλυσης, Συστημάτων Γεωγραφικών Πληροφοριών και Τηλεπισκόπησης

Δημήτρης Καβρουδάκης (2020) Χωρική Ανάλυση

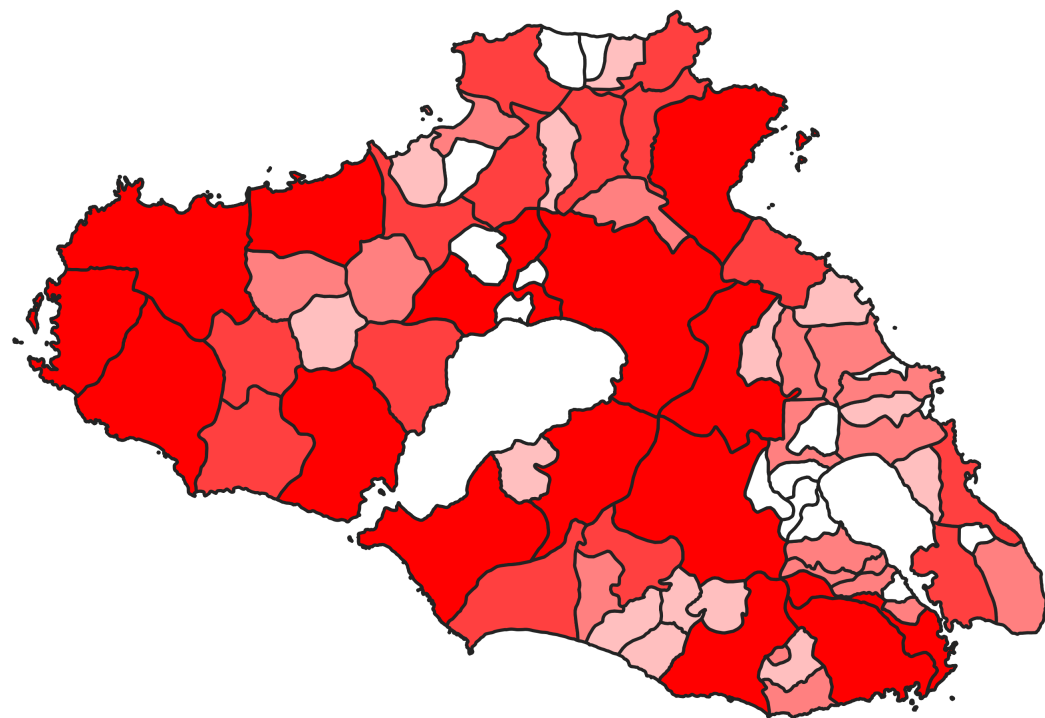
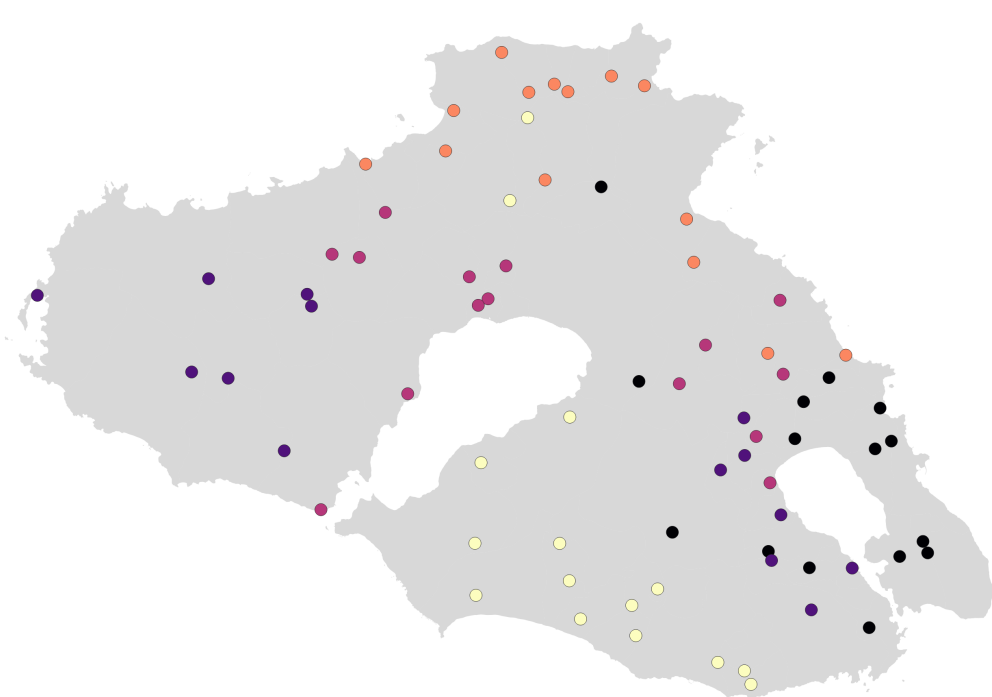
Εκδόσεις ΔΙΣΙΓΜΑ, ISBN13: 978-618-202-021-0



Κεφάλαιο: 8
Σελίδες: 209 - 238



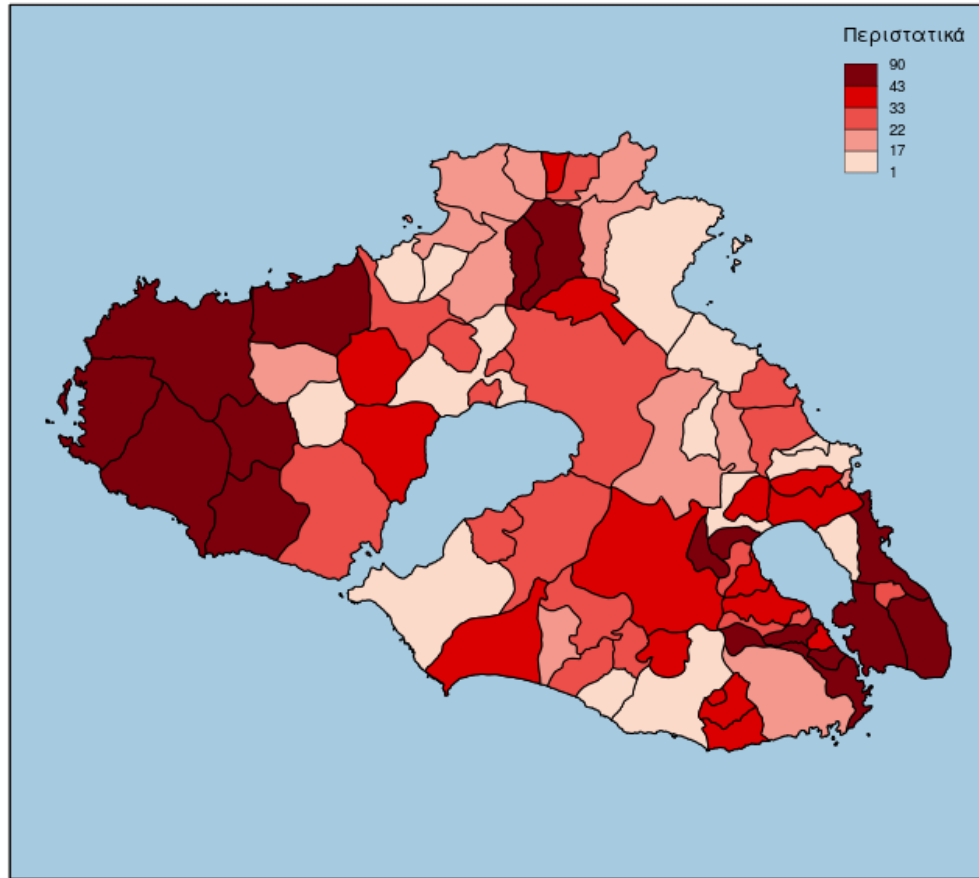
- **Ορισμός δομής ή συστήματος χωρικής γειτνίασης**
 - σε κάθε μονάδα παρατήρησης (σημείο ή πολύγωνο) αντιστοιχούν γειτονικές μονάδες παρατήρησης
- Δομές χωρικής γειτνίασης: απαραίτητες για περαιτέρω αναλύσεις οι οποίες αντιπαραβάλλουν τιμές σε υποστηρίγματα σε σχέση με τιμές σε γειτονικές θέσεις
- Πριν προχωρήσουμε σε αναλύσεις συνάφειας γειτονικών μετρήσεων ή αναλύσεις χωρικής παρεμβολής
 - είναι αναγκαίο να μελετηθούν οι δομές χωρικής γειτνίασης ώστε να γίνει κατανοητό το θεωρητικό υπόβαθρο της έννοιας των “γειτονικών μετρήσεων” και της έννοιας της “γειτονιάς”
- Δεδομένα:
 - επιφανειών (πολύγωνα) ή σημειακά
- Τιμές μιας χωρικής μεταβλητής που καταγράφηκαν σε ένα πεπερασμένο αριθμό θέσεων (πολύγωνα ή σημεία)
 - π.χ. διοικητικές περιοχές, pixels, μετεωρολογικοί σταθμοί



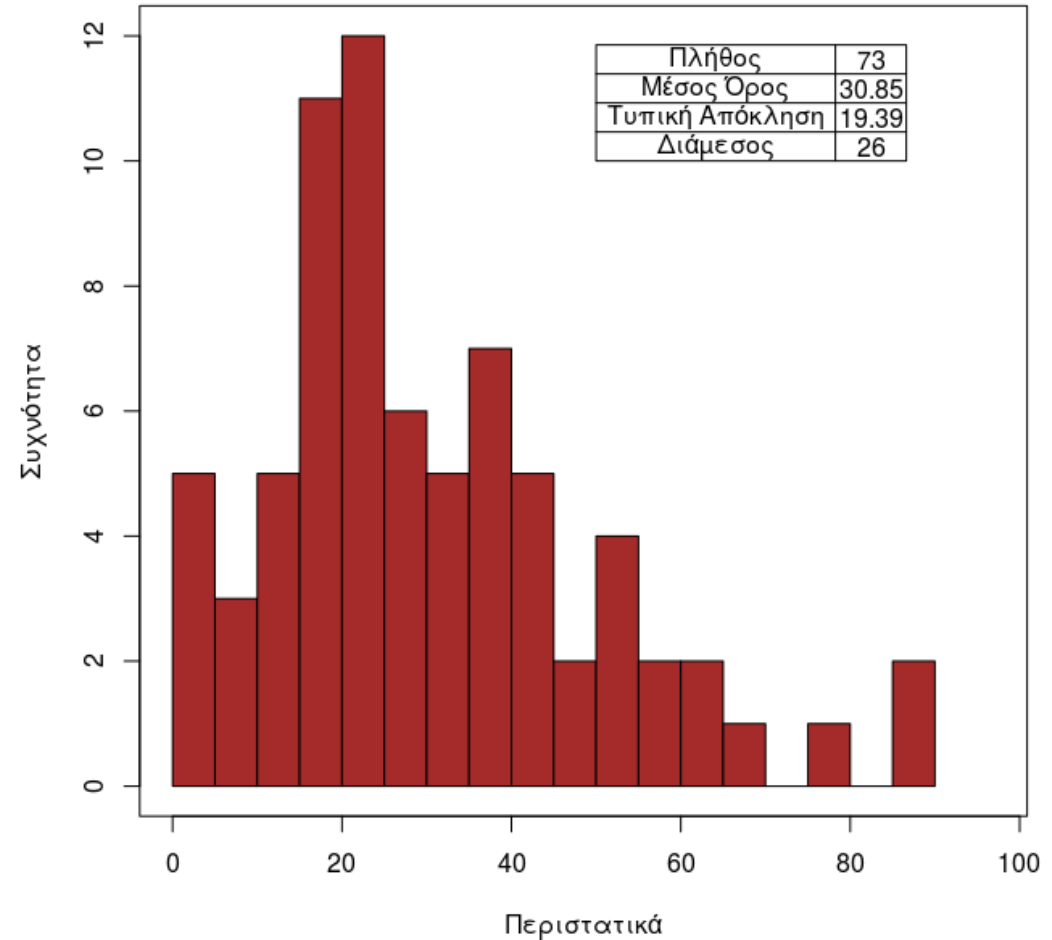
Εικόνα 8.1: Δυο δομές χωρικών δεδομένων: σημειακά υποστηρίγματα και πολυγωνικά υποστηρίγματα

8.1 Μετρήσεις και Υποστηρίγματα

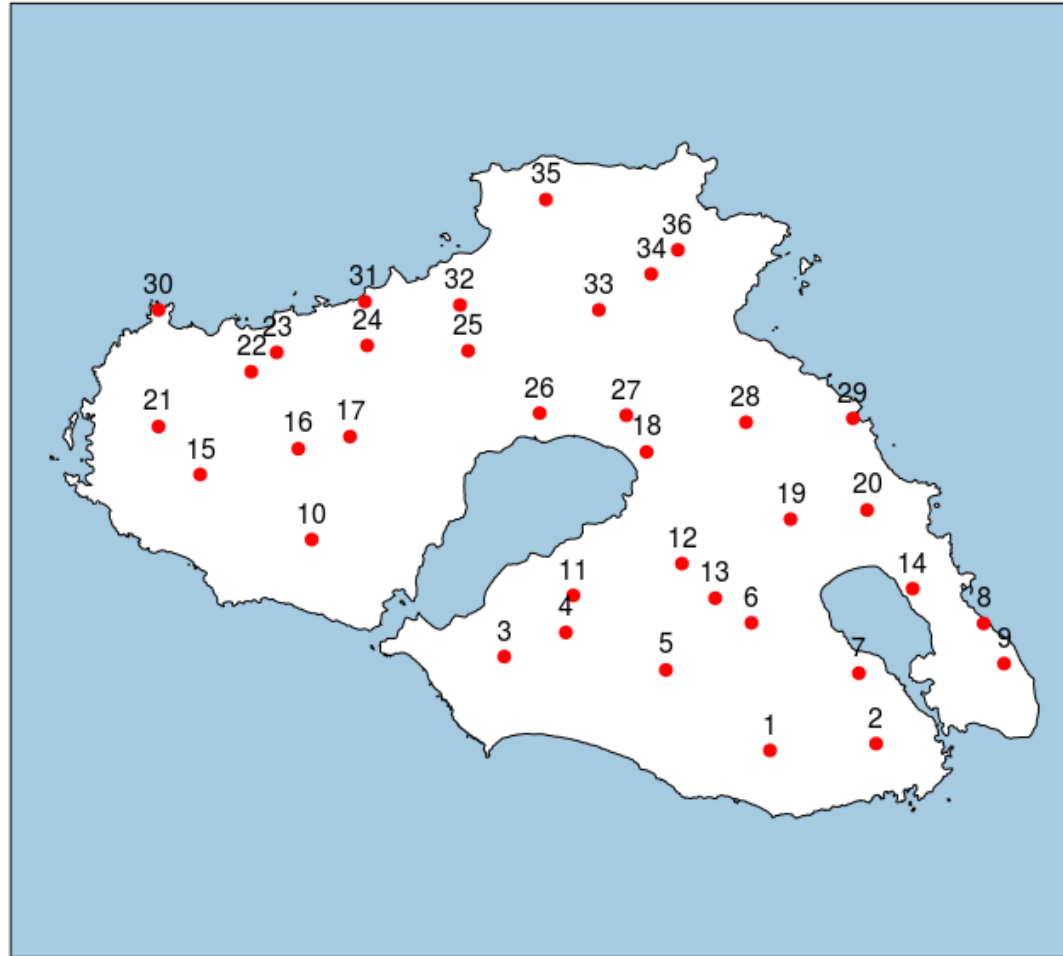
2252 περιστατικά στη Λέσβο



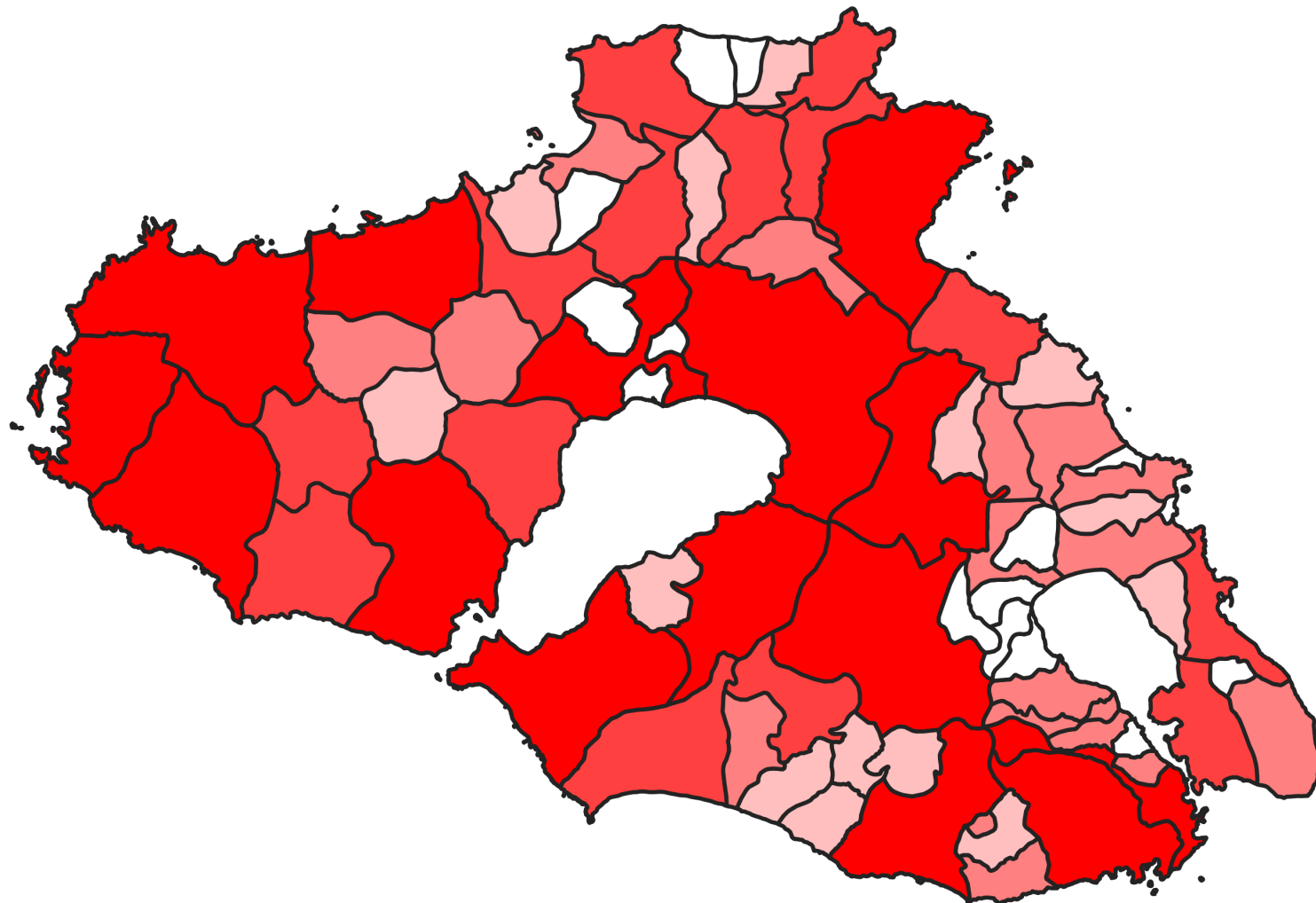
Ιστόγραμμα περιστατικών



Θέσεις σταθμών



Εικόνα 8.3: Σημειακές θέσεις (υποστηρίγματα) 40 σταθμών στο νησί της Λέσβου



Εικόνα 8.4: Επιφανειακά υποστηρίγματα μιας περιοχής μελέτης

- Για μια μεταβλητή, η κάθε μέτρηση αντιπροσωπεύει ένα πολυγωνικό υποστήριγμα
- Κάθε μέτρηση περιγράφει ολόκληρο το πολύγωνο
 - όχι κάποιο μεμονωμένο σημείο μέσα σ' αυτό
 - αν δηλαδή έχουμε ένα σύνολο N τιμών μιας χωρικής μεταβλητής Y που μετρήθηκαν σε N μονάδες παρατήρησης, κάθε μέτρηση $y(s)$ περιγράφει ολόκληρο το πολύγωνο s
 - όχι κάποιο μεμονωμένο σημείο $u \in s$ μέσα σ' αυτό
 - Όπου $y(s_i) \equiv y_i$ είναι η τιμή της μεταβλητής Y που καταγράφηκε στο υποστήριγμα S_i για $\{y(s_i), i=1, \dots, N\}$

- Παρερμηνείες χρησιμοποιώντας πολυγωνικά υποστηρίγματα:

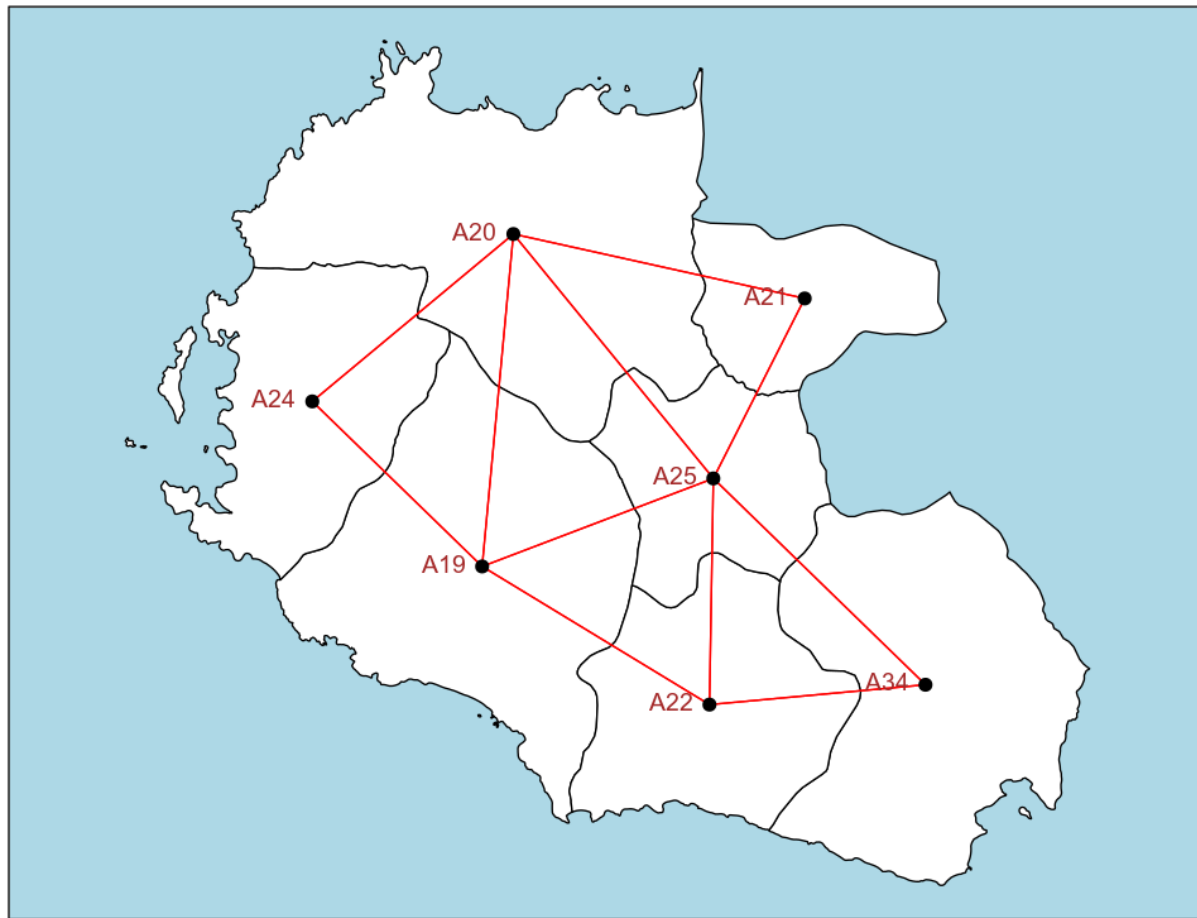
1)Παρερμηνεία Αναγωγής: το υποστήριγμα μιας τιμής $y(s)$ δεν είναι το κεντροειδές u του πολυγώνου s , δηλαδή $y(s) \neq y(u)$

- Δηλαδή η τιμή δεν αναφέρετε μόνο στο κεντροειδές, αλλά αντικατοπτρίζει ολόκληρο το πολύγωνο

2)Παρερμηνεία Επαγωγής: μια τιμή $y(s)$ για ένα πολύγωνο s δεν υποδηλώνει ότι η τιμή αυτή εμφανίζεται σε όλα τα σημεία μέσα στο πολύγωνο

- Δηλαδή δεν υποδηλώνει οτι αυτή η τιμή εμφανίζετε σε ένα-ένα όλα τα σημεία που απαρτίζουν το πολύγωνο $u \in s$
- Η τιμή $y(s)$ για ένα πολύγωνο s υποδηλώνει πως μετρήθηκε όλη η περιοχή του πολυγώνου και π.χ. το άθροισμα των τιμών (ή οποιαδήποτε άλλη συγκεντρωτική μαθηματική πράξη: μέσος όρος, διάμεσος, πλήθος κτλ) έχει αποτέλεσμα την τιμή $y(s)$

Γειτνίαση Πολυγώνων



	A19	A20	A21	A22	A24	A25	A34
A19		1		1	1	1	
A20	1		1		1	1	
A21		1				1	
A22	1					1	1
A24	1	1					
A25	1	1	1	1			1
A34				1		1	

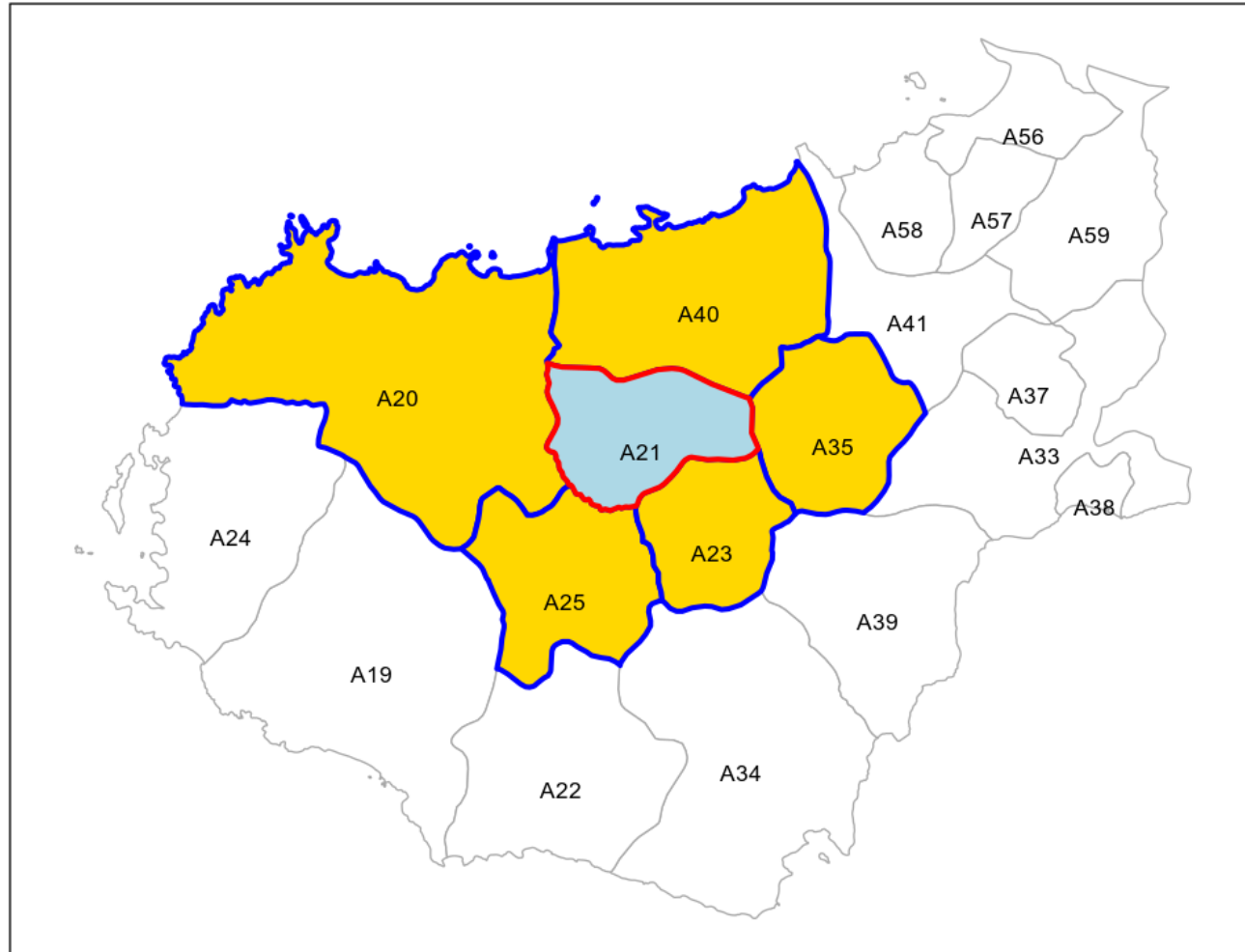
Εικόνα 8.5: Γειτνίαση επτά (7) πολυγώνων με βάση τα κοινά όρια

- Θέλοντας να αναλύσουμε γεωγραφικά δεδομένων σε πολύγωνα
 - μια πρώτη προσέγγιση είναι η κατανόηση της **γειτνίασης** μεταξύ πολυγώνων
 - να ποσοτικοποιήσουμε δηλαδή τις **σχέσεις γειτονίας** μεταξύ των πολυγώνων
- **Δυαδικός πίνακας γειτνίασης**: δομή η οποία περιγράφει με δυαδικό τρόπο τις σχέσεις γειτονίας μεταξύ υποστηρίγμάτων
 - επιδέχεται τυποποίηση, η οποία παρουσιάζεται στο υποκεφάλαιο 8.9
 - σε μια περιοχή με **N** πολυγωνικά υποστηρίγματα ο πίνακας γειτνίασης θα είναι μια τοπολογία **N*N** διαστάσεων όπου κάθε στοιχείο του πίνακα θα αντιστοιχεί στη σχέση μεταξύ δυο πολυγώνων και θα πληροφορεί σχετικά με τη σχέση γειτονίας τους
 - Θα περιλαμβάνει:
 - **1**: αν τα δύο πολύγωνα γειτνιάζουν
 - **0**: αν δεν γειτνιάζουν (ή NULL, ή κενό).

- Πίνακας 8.1 δείχνει ποια πολύγωνα γειτνιάζουν μεταξύ τους με βάση τα κοινά όρια
 - πχ. πολύγωνο A19 γειτνιάζει με τέσσερα (4) άλλα πολύγωνα: A20, A22, A24 και A25.
- Τα στοιχεία της διαγωνίου στο πίνακα γειτνίασης δεν νοούνται
- Το πλήθος γειτόνων του κάθε πολυγώνου i δίνεται από τον αριθμό μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής i του δυαδικού (0/1) πίνακα **A**
 - δηλαδή από το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής
- Διαφορετικά κριτήρια για χαρακτηρισμό της γειτονίας σε υποστηρίγματα πολυγώνων
- Επόμενα υποκεφάλαια: 5 τρόποι για τη κατασκευή δομών γειτνίασης μεταξύ πολυγώνων
 - Μέθοδος 1: Κοινά όρια
 - Μέθοδος 2: Με βάση την απόσταση
 - Μέθοδος 3: Κ πλησιέστεροι γείτονες
 - Μέθοδος 4: Πολύγωνα επίδρασης
 - Μέθοδος 5: Τριγωνισμός Delaunay

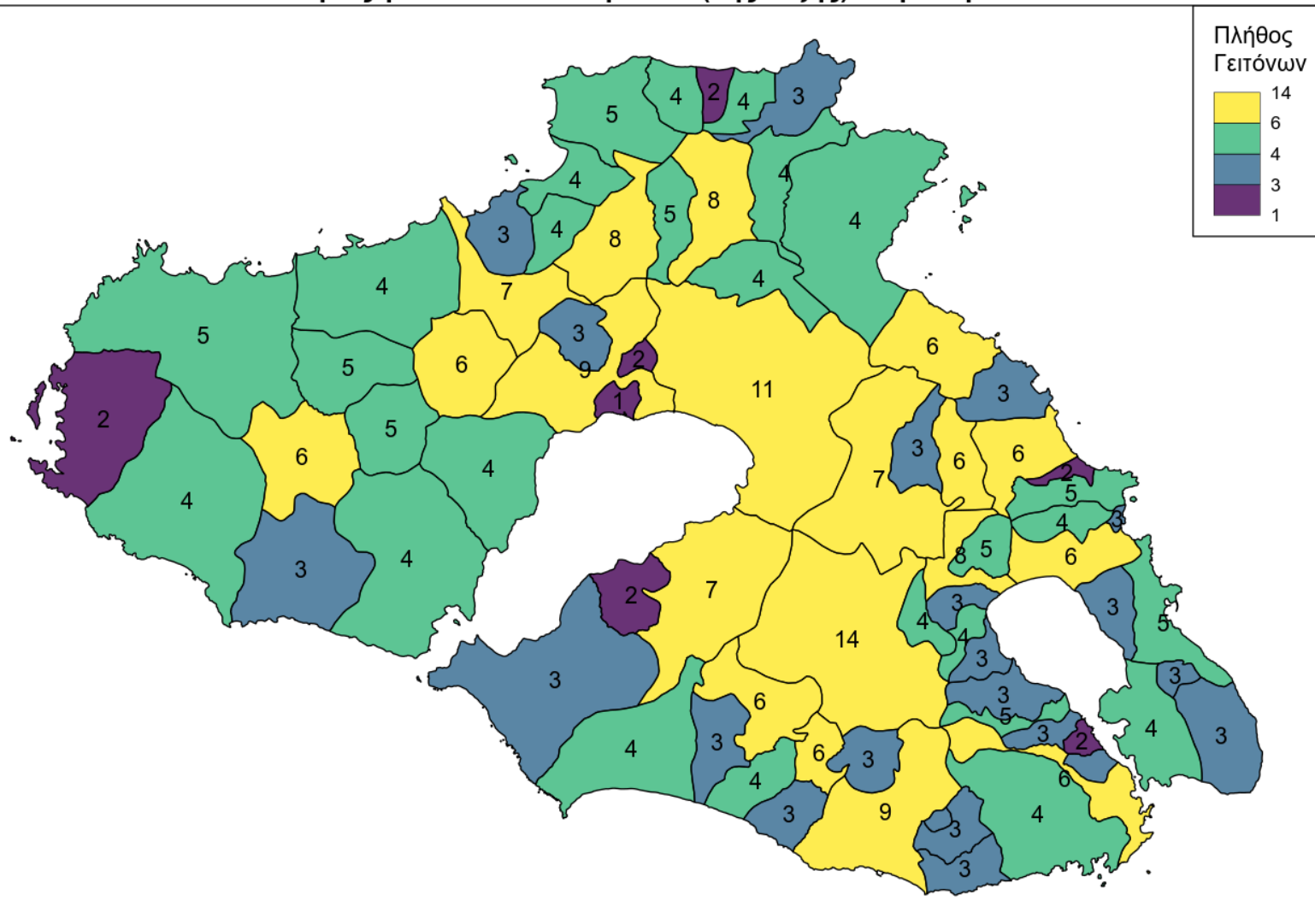
- Γειτνίαση Πολυγώνων με Βάση τα Κοινά τους Όρια
 - μόνο τα πολύγωνα που έχουν μεταξύ τους κάποιο κοινό όριο
- Δύο πολύγωνα **S_i** και **S_j**
 - γείτονες 1ης τάξης με τιμή **a_{ij}=1** στον πίνακα γειτνίασης **A** αν έχουν κάποιο κοινό όριο
 - Διαφορετικά τους ανατίθεται η τιμή **a_{ij}=0**
- **(Εικόνα 8.6)** οι γείτονες 1ης τάξης (κίτρινο) του πολυγώνου A21 (γαλάζιο) με βάση τα κοινά όρια πολυγώνων είναι:
 - **a_{A21,A20}=1, a_{A21,A40}=1, a_{A21,A35}=1, a_{A21,A23}=1 και a_{A21,A25}=1**
 - Όλα τα άλλα πολύγωνα της περιοχής μελέτης που βρίσκονται στον πίνακα γειτνίασης **A**, θα έχουν τιμή: **a_{ij}=0**
- Το “πλήθος” γειτονικών πολυγώνων:
 - μπορεί να οπτικοποιηθεί για κάθε πολύγωνο της περιοχής μελέτης και να αποτελέσει μια νέα μεταβλητή προς ανάλυση **(Εικόνα 8.7)**

Γείτονες (1ου βαθμού) του Α21 με κοινά όρια



Εικόνα 8.6: Οι γείτονες 1ης τάξης του πολυγώνου Α21 με κριτήριο γειτονίας τα κοινά όρια

Πλήθος γειτονικών πολυγώνων (1ης τάξης) στη Λέσβο

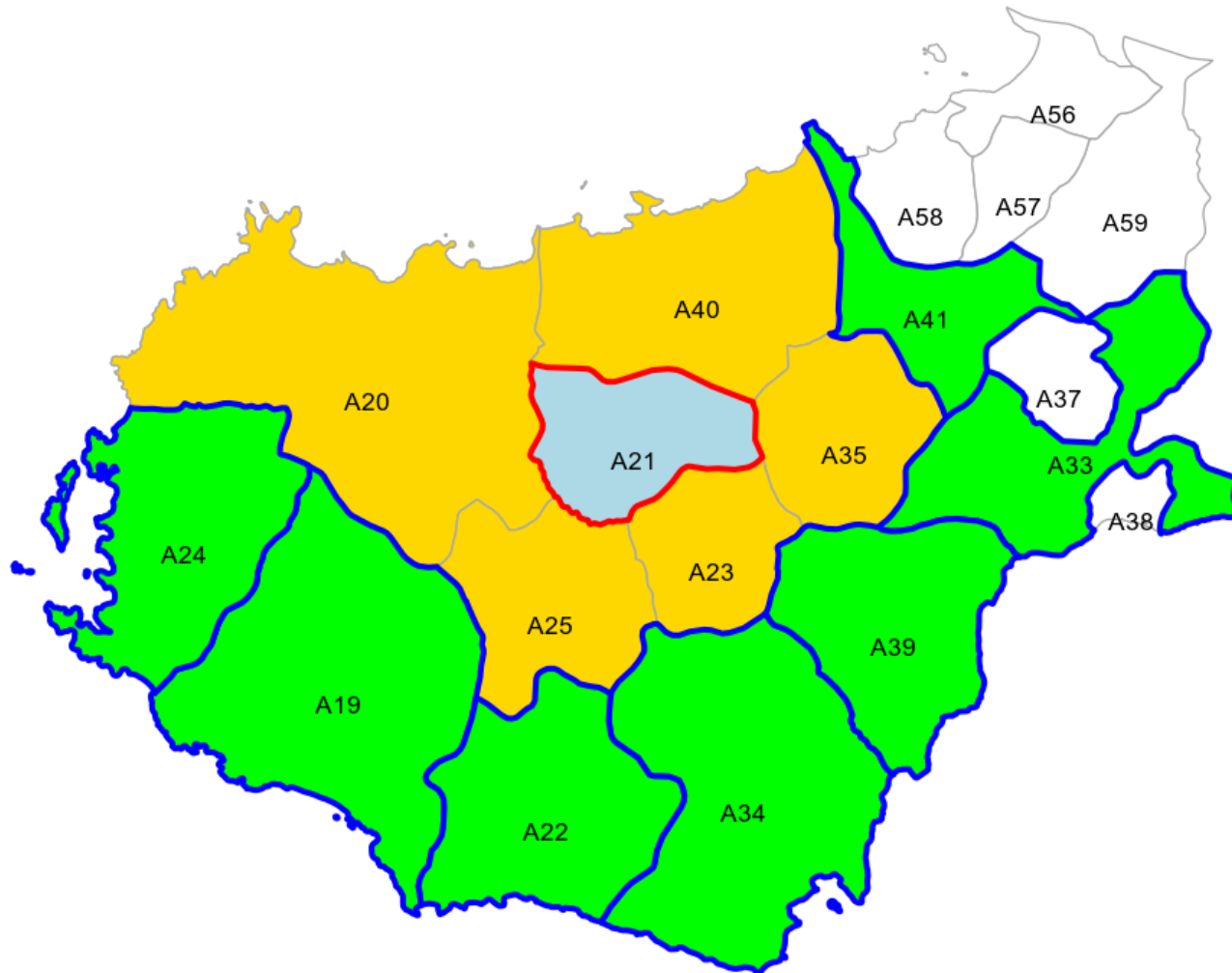


Εικόνα 8.7: Πλήθος γειτόνων ανά πολύγωνο με κριτήριο τα κοινά όρια

- Οι βαθμοί γειτονίας μπορούν να κλιμακωθούν αναλόγως
- Γείτονες 2ης τάξης νοούνται δυο πολύγωνα των οποίων οι γείτονες 1ης τάξης, συνορεύουν
 - Δύο πολύγωνα S_i και S_j είναι γείτονες 2ης τάξης $a_{ij}^{(2)}=1$ αν οι γείτονές τους 1ης τάξης έχουν κοινό όριο, διαφορετικά
 - (Εικόνα 8.8) οι γείτονες 2ης τάξης του A21 είναι περιμετρικά των γειτόνων 1ης τάξης του $a_{ij}^{(2)}=0$
 - το A21 δεν συνορεύει άμεσα με κανέναν γείτονα 2ης τάξης
- Ο πίνακας γειτνίασης 2ης τάξης (A_2) είναι ο δυαδικός $N \times N$ πίνακας

$$A_2 = \{a_{ij}^{(2)}, i=1, \dots, N, j=1, \dots, N\}$$
 με τοπολογία γειτόνων N πολυγώνων
 - Οι στήλες του A_2 με μη-μηδενικά στοιχεία για τη γραμμή i υποδεικνύουν ποια πολύγωνα είναι γείτονες (2ης τάξης) του πολυγώνου S_i
- Το πλήθος (2ης τάξης) γειτόνων του πολυγώνου i δίνεται από τον αριθμό μη μηδενικών στοιχείων της γραμμής i του δυαδικού πίνακα A_2
 - δηλαδή από το άθροισμα των στοιχείων της γραμμής i του πίνακα αυτού

Γείτονες (2ου βαθμού) του A21 με κοινά όρια

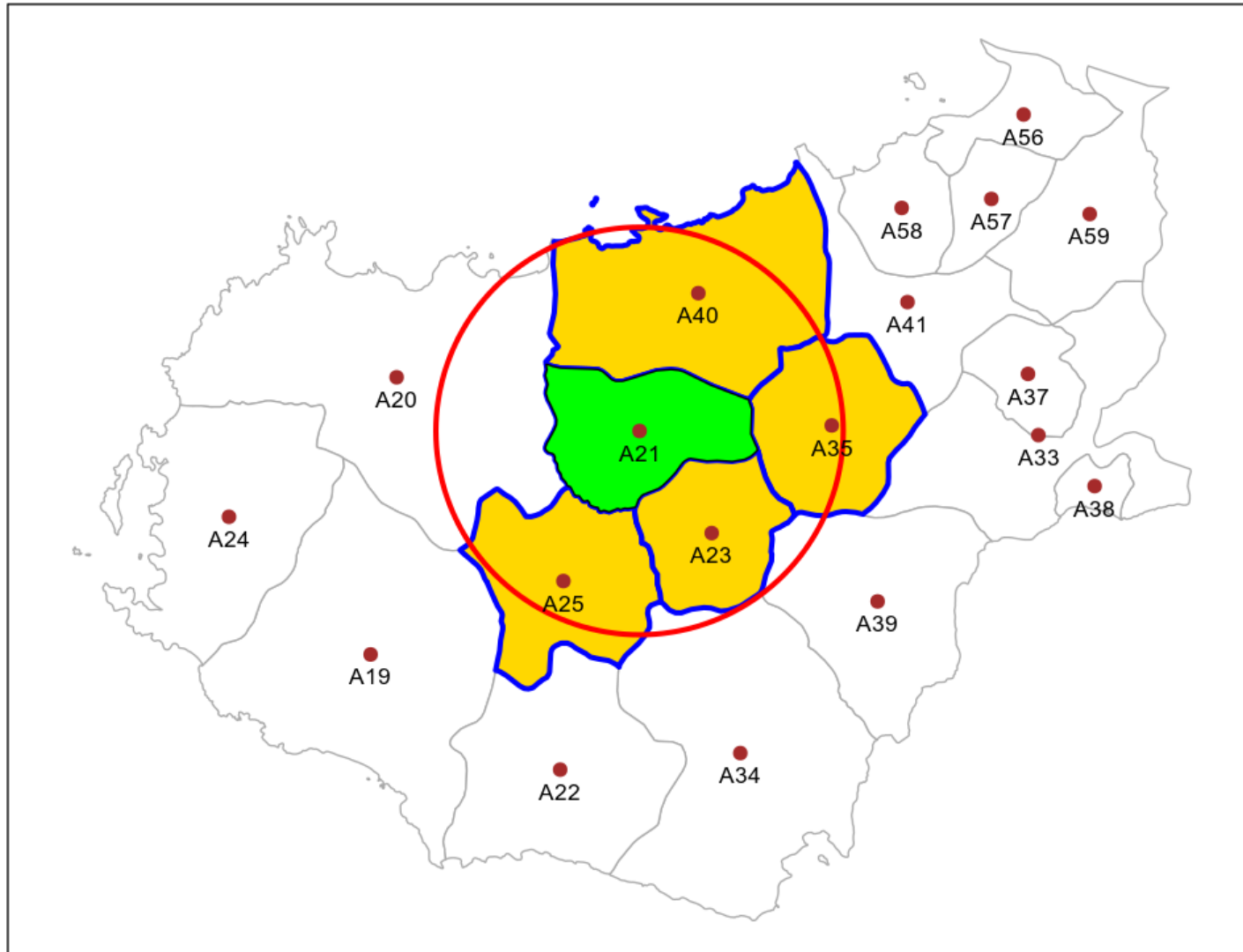


Εικόνα 8.8:
Οι γείτονες **2ης τάξης** του
πολυγώνου A21 με κριτήριο
γειτονίας τα **κοινά όρια**

8.5 Μέθοδος 2: με βάση την απόσταση

- ...χρησιμοποιώντας την έννοια της γεωγραφικής απόστασης
- Απόσταση μεταξύ πολυγώνων δεν είναι κατανοητή έννοια
 - καθώς τα πολύγωνα ορίζουν μια περιοχή και όχι ένα μοναδικό σημείο στο χώρο
- Ανάγκη υπολογισμού απόστασης μεταξύ πολυγώνων
 - χρησιμοποιούμε το **κεντροειδές** σημείο κάθε πολυγώνου
 - είναι ένα μοναδικό σημείο το οποίο ορίζει το “κέντρο” κάθε πολυγώνου και θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό αποστάσεων
- Δύο πολύγωνα S_i και S_j θεωρούνται γείτονες $a_{ij}=1$ με κριτήριο την απόσταση
 - αν τα κεντροειδή τους απέχουν απόσταση μικρότερη ενός ορίου απόστασης δ
- Διαφορετικά αν απέχουν περισσότερο από δ
 - τότε δεν θεωρούνται γείτονες $a_{ij}=0$
- **(Εικόνα 8.9)** παράδειγμα ορισμού γειτόνων με βάση την απόσταση για το πολύγωνο A21.
 - Κίτρινο: γείτονες A21 με βάση την απόσταση $\delta=6.7$ χλμ μεταξύ κεντροειδών
 - Πολύγωνα των οποίων τα κεντροειδή απέχουν απόσταση μέχρι και 6.7χλμ από το κεντροειδές u_{A21} του πολυγώνου S_{A21} είναι γείτονες του πολυγώνου S_{A21} για αυτό το όριο απόστασης

Γείτονες του A21 σε απόσταση 6.7 χλμ



Εικόνα 8.9:
Γείτονες του πολυγώνου A21 σε
απόσταση 6.7χλμ από το
κεντροειδές σημείο

- Με το κριτήριο της απόστασης μπορεί να κατασκευαστεί ένα πίνακας αποστάσεων μεταξύ όλων των κεντροειδών στη περιοχής μελέτης
- Πίνακας αποστάσεων $D = \{d_{ij}, i=1:N, j=1:N\}$ έχει αποστάσεις μεταξύ κεντροειδών
- Με κριτήριο μέγιστης απόστασης μεταξύ κεντροειδών $\delta=50\chi\lambda\mu$
 - ο πίνακας αποστάσεων, μπορεί να μετατραπεί σε μια νέα μορφή η οποία ονομάζεται δυαδικός πίνακας αποστάσεων D_{50}
- παρουσιάζει με δυαδικό τρόπο μόνο τα στοιχεία του πίνακα D τα οποία είναι μέχρι και 50χλμ όπως φαίνεται και στην παρακάτω Εξίσωση 8.2
 - είναι μια μετατροπή του κάθε στοιχείου d_{ij} του πίνακα D σε ένα δυαδικό αριθμό a_{ij} ως:
 $a_{ij}=1$ αν $d_{ij}=\|u_i - u_j\| \leq \delta$, αλλιώς $a_{ij}=0$

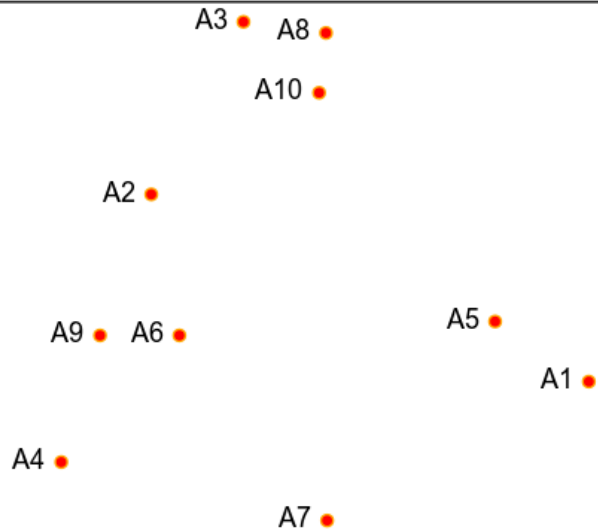
$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 40 & 90 \\ 10 & 0 & 33 & 76 \\ 40 & 33 & 0 & 20 \\ 90 & 76 & 20 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \delta_{50} \leq 50 \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Εξίσωση 8.2: Πίνακας αποστάσεων D (αριστερά) και μετατροπή σε δυαδικό πίνακα αποστάσεων D_{50} χρησιμοποιώντας την απόσταση 50χλμ

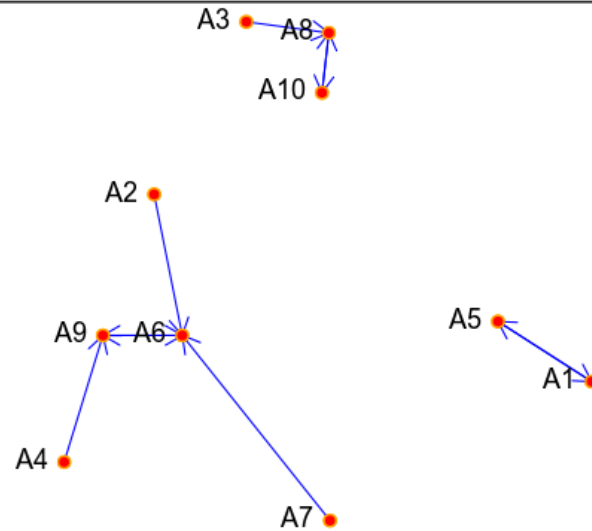
8.6 Μέθοδος 3: K πλησιέστεροι γείτονες

- γειτονικά υποστηρίγματα μόνο ένα συγκεκριμένο πλήθος πλησιέστερων υποστηριγμάτων
 - ανεξαρτήτως απόλυτης απόστασης μεταξύ τους
- Για κάθε υποστήριγμα παρατήρησης u_i αντιστοιχούν $K > 1$ πλησιέστερα υποστηρίγματα
 - ανεξαιρέτως της απόστασης που βρίσκονται από το υποστήριγμα u_i
- Επιλογή K πλησιέστερων υποστηριγμάτων:
 - 1) Χρήση του $N \times N$ πίνακα αποστάσεων μεταξύ όλων των N υποστηριγμάτων
 - 2) Διάταξη κατά αύξουσα σειρά οι $N-1$ αποστάσεις (εξαιρουμένων αυτό-αποστάσεων)
 - 3) Επιλέγονται οι K πλησιέστερες
- Αυτές αντιστοιχούν σε K υποστηρίγματα τα οποία θεωρούνται γειτονικά
- Η προσέγγιση αυτή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με κάποια από τις προηγούμενες προσεγγίσεις υπολογισμού γειτνίασης
 - Δηλαδή θα μπορούσε ενδεικτικά να επιλεχθούν 5 πλησιέστεροι γείτονες σε ένα κύκλο με ακτίνα 75χλμ γύρω από ένα σημείο παρατήρησης u_i
 - (Εικόνα 8.10) παράδειγμα υπολογισμού K πλησιέστερων γειτόνων για 10 σημειακά υποστηρίγματα (A1 έως A10) με τιμές $K=[1,2,3]$

Αρχικά σημεία

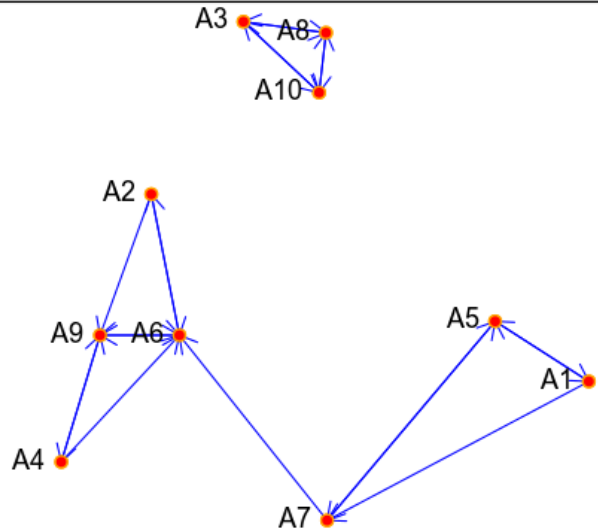


K=1 πλησιέστεροι γείτονες

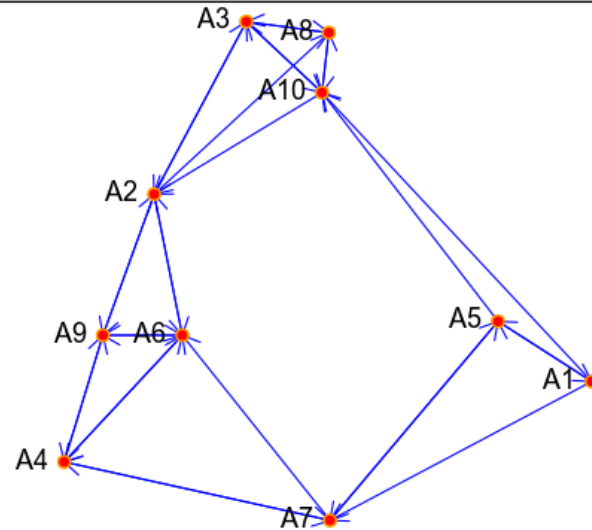


Εικόνα 8.10:
Παράδειγμα δομών γειτνίασης
με $K=1$ έως $K=3$
πλησιέστερους γείτονες για τα
10 σημειακά υποστηρίγματα

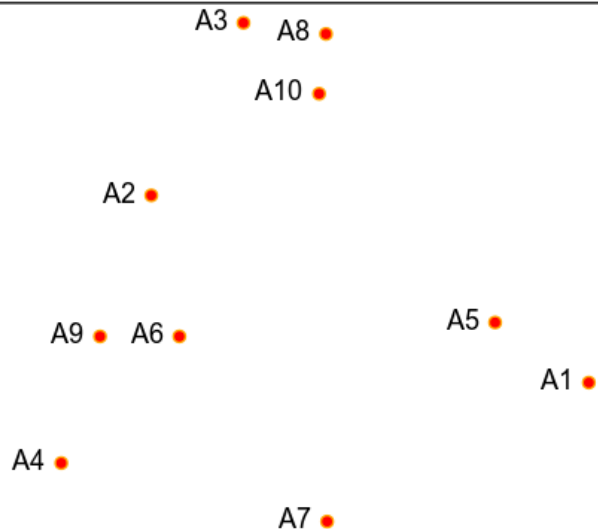
K=2 πλησιέστεροι γείτονες



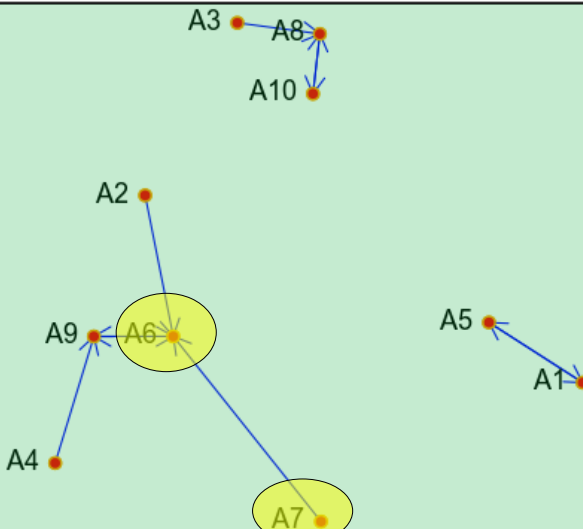
K=3 πλησιέστεροι γείτονες



Αρχικά σημεία



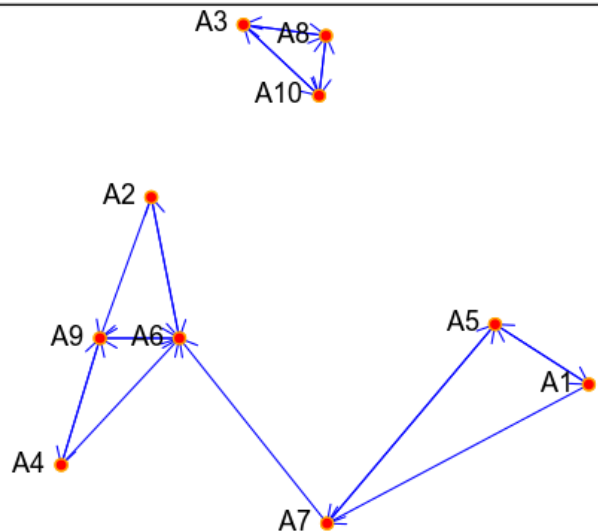
K=1 πλησιέστεροι γείτονες



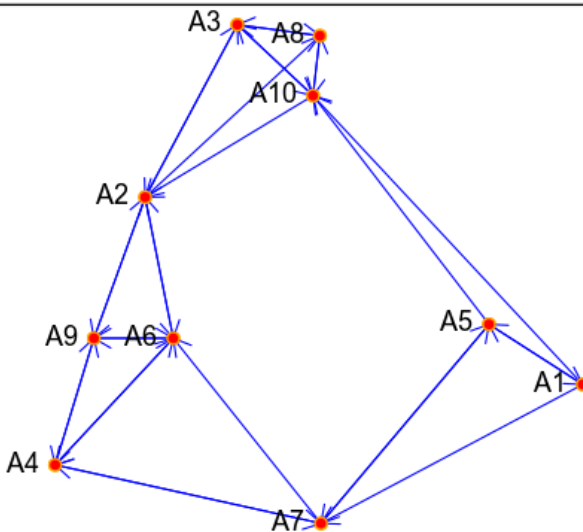
Εικόνα 8.10:
Παράδειγμα δομών γειτνίασης
με $K=1$ έως $K=3$
πλησιέστερους γείτονες για τα
10 σημειακά υποστηρίγματα

Η έννοια της **αμοιβαιότητας**
δεν ισχύει στη μέθοδο των
 K πλησιέστερων γειτόνων:

K=2 πλησιέστεροι γείτονες



K=3 πλησιέστεροι γείτονες

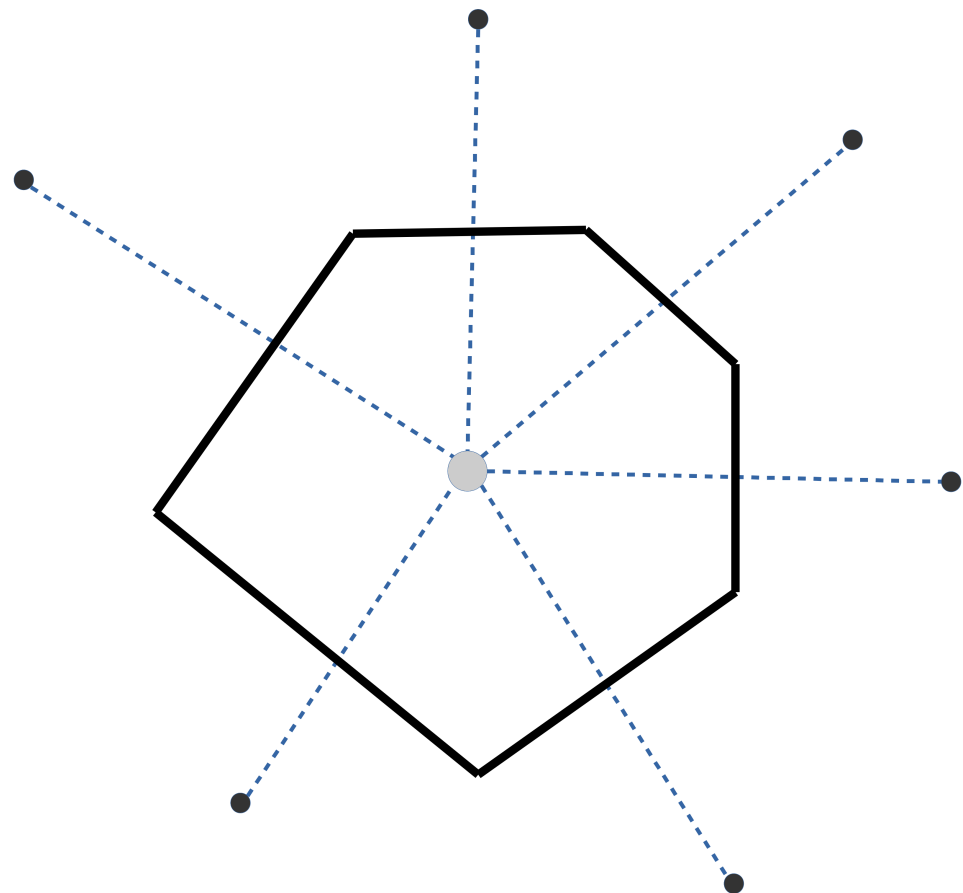
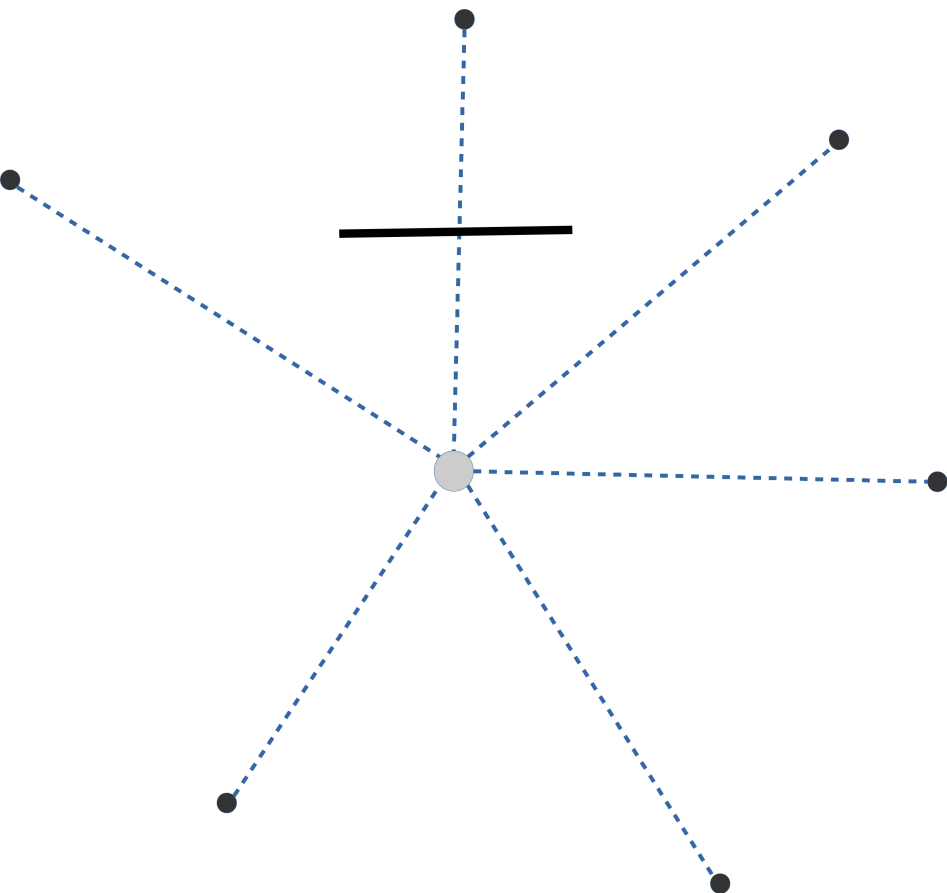


Δηλαδή, με $K=1$, το A6 είναι ο
πλησιέστερος γείτονας του A7

Ωστόσο, αυτό δεν ισχύει και
αντίστροφα. Δηλαδή το A7 δεν
είναι ο πλησιέστερος γείτονας
του A6.

8.7 Μέθοδος 4: Πολύγωνα επίδρασης

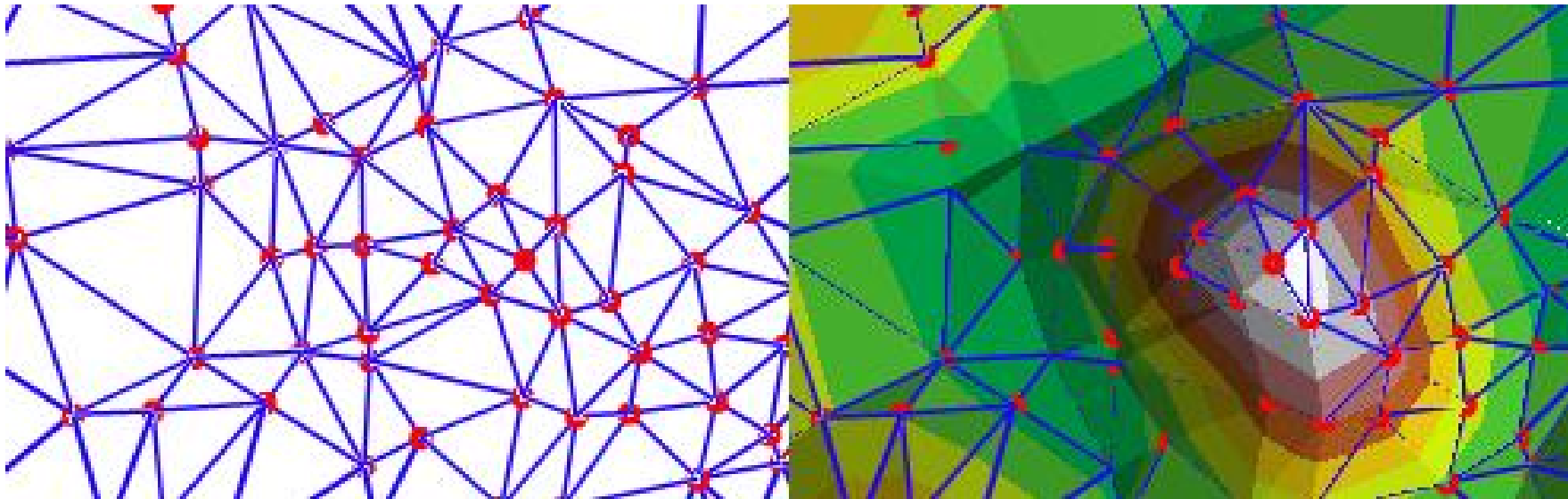
- Μπορεί να χρησιμοποιηθούν τα πολύγωνα επίδρασης (Voronoi/Thiessen)
 - ορισμός μιας περιοχής γύρω από ένα σημείο παρατήρησης u_i
 - στην οποία κάθε σημείο u βρίσκεται πλησιέστερα στο σημείο u_i απ' ότι σε οποιοδήποτε άλλο σημείο παρατήρησης u_j
 - Η προσέγγιση αυτή ονομάζεται: Ψηφίδωση (tessellation) του Dirichlet ή πολύγωνο Voronoi ή πολύγωνο Thiessen (Κεφάλαιο 7)
- Τα όρια του πολυγώνου επιρροής σχηματίζονται από τις κάθετες διάμεσους στις γραμμές που ενώνουν το σημείο u_i με τα γειτονικά του σημεία
- Τα όρια του κάθε πολυγώνου δεν ορίζονται για πιθανά σημεία που βρίσκονται στα άκρα της περιοχής μελέτης
 - Το πολύγωνο που ορίζεται από τα ακραία σημεία αποτελεί το convex hull των σημείων παρατήρησης της περιοχής μελέτης
- (Εικόνα 8.11) παράδειγμα Ψηφίδωσης Voronoi (πολύγωνο επίδρασης) για ένα από τα 6 σημειακά υποστηρίγματα.



Εικόνα 8.11: Πολύγωνο επίδρασης (Voronoi) για ένα σημείο

8.8 Μέθοδος 5: Τριγωνισμός Delaunay

- Αυτή η προσέγγιση ενός συνόλου N σημείων είναι μια τριγωνική ψηφίδωση του χώρου,
 - στην οποία κανένα από τα N σημεία δεν βρίσκεται μέσα στον περιγεγραμμένο κύκλο οποιουδήποτε τριγώνου.
- Γενικά, ένα τρίγωνο Delaunay προσεγγίζει όσο το δυνατό το ισόπλευρο τρίγωνο
 - Ο τριγωνισμός Delaunay, όπως είδαμε και στο περασμένο Κεφάλαιο 7, χρησιμοποιείται γενικώς ως μοντέλο αναπαράστασης αναγλύφου που ονομάζεται TIN (Triangulated Irregular Network).



8.9 Πίνακας Χωρικών Βαρών W

- Κατά τη διαδικασία κατασκευής μιας δομής χωρικής γειτνίασης
 - ένα σημαντικό στοιχείο είναι ο **Πίνακας Χωρικών Βαρών W** (ή αλλιώς πίνακας αλληλεπίδρασης) $W = [w_{ij}, i = 1:N, j = 1:N]$
- ένας $N \times N$ πίνακας
 - το στοιχείο w_{ij} ποσοτικοποιεί τη γειτονικότητα μεταξύ ενός ζεύγους πολυγώνων ή περιοχών μέτρησης S_i και S_j .
 - Τα βάρη σχετίζονται με το επιστημονικό πεδίο και τη σχέση γειτονίας που μελετάμε
 - W : δεν είναι απαραίτητα συμμετρικός και συνήθως κάθε στοιχείο w_{ij} είναι μηδενικό
- 5 πιο συνηθισμένοι τρόποι προσδιορισμού του πίνακα είναι οι ακόλουθοι:
 - 1) Διαδική προσέγγιση: Η βαρύτητα μεταξύ δυο στοιχείων είναι $w_{ij}=1$ αν το πολύγωνο S_i έχει κάποιο κοινό όριο με το πολύγωνο S_j αλλιώς $w_{ij}=0$
 - 2) Προσέγγιση μήκους ορίου: Η βαρύτητα μεταξύ δυο στοιχείων είναι $w_{ij} = \frac{l_{ij}}{l_i}$ όπου l_{ij} είναι το μήκος του κοινού ορίου μεταξύ των S_i και S_j , και l_i είναι η περίμετρος του S_i διαφορετικά $w_{ij}=0$

- 3) Προσέγγιση κορυφής: Η βαρύτητα μεταξύ δυο στοιχείων είναι $w_{ij}=1$ αν το S_i έχει μια κοινή κορυφή με το S_j , διαφορετικά $w_{ij}=0$
- Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιείται συνήθως για κανονικές καννάβους
- 4) Προσέγγιση δυαδικής απόστασης: Η βαρύτητα μεταξύ δυο στοιχείων είναι $w_{ij}=1$ αν το κεντροειδές u_i του πολυγώνου S_i βρίσκεται πλησιέστερα από κάποια απόσταση δ από κάποιο άλλο κεντροειδές u_j του άλλου πολυγώνου S_j , διαφορετικά $w_{ij}=0$
- 5) Προσέγγιση συναρτήσεως απόστασης: $w_{ij} = \psi(d_{ij})$ όπου $\psi(d_{ij})$ είναι μια συνάρτηση της απόστασης d_{ij} (συνήθως αντιστρόφως ανάλογα της απόστασης $1/d_{ij}$) μεταξύ των 2 κεντροειδών u_i και u_j . Διαφορετικά είναι $w_{ij}=0$ αν η συνάρτηση απόστασης $\psi(d_{ij}) \leq \delta$
- Σε ιδιαίτερες περιπτώσεις όπου έχουμε έναν δυαδικό πίνακα βαρών W , τότε μπορούμε να τον αποκαλούμε και πίνακα γειτνίασης A
 - καθώς φανερώνει όχι μόνο τα βάρη (0 ή 1) αλλά τα μοναδιαία στοιχεία του φανερώνουν την ύπαρξη σχέσης γειτονίας

- Διαδικασία μετασχηματισμού των στοιχείων του πίνακα Χωρικών Βαρών
 - ομογενοποίηση των στοιχείων ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των σχέσεων γειτονίας μεταξύ γεωγραφικών στοιχείων σε μια περιοχή μελέτης
- Χρησιμοποιώντας έναν 5*5 δυαδικό [0 ή 1] πίνακα γειτνίασης **A** (Εξίσωση 8.3)
 - μπορούμε να τυποποιήσουμε οριζοντίως τα στοιχεία με βάση τα αθροίσματα των γραμμών χρησιμοποιώντας τον υπολογισμό βαρών της Εξίσωσης 8.4

$$A = \begin{bmatrix} * & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & * & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & * & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & * & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & * \end{bmatrix}$$

Εξίσωση 8.3: Πίνακας γειτνίασης
δυαδικής μορφής [0 ή 1]

$$w_{ij} = \frac{a_{ij}}{N_i(A)} = \frac{a_{ij}}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N-1} a_{ij}} \quad i = 1, \dots, N$$

Εξίσωση 8.4: Υπολογισμός βαρών για κάθε
στοιχείο του πίνακα γειτνίασης

- υπολογισμός: διαιρώντας με $N_i(A)$ το οποίο είναι το άθροισμα των στοιχείων της κάθε γραμμής i
 - ή εναλλακτικά το πλήθος γειτόνων του κάθε πολυγώνου S_i
- **Εξίσωση 8.5:** τυποποιημένος πίνακας χωρικών βαρών
 - Άθροισμα κάθε γραμμής = **1**
 - Άθροισμα της κάθε στήλης ονομάζεται: βαθμός επιρροής (degree of influence) κάθε στοιχείου προς όλα τα υπόλοιπα στοιχεία στην περιοχή μελέτης.

$$W = \begin{bmatrix} * & \frac{a_{12}}{N_1(A)} & \frac{a_{13}}{N_1(A)} & \frac{a_{14}}{N_1(A)} & \frac{a_{15}}{N_1(A)} \\ \frac{a_{21}}{N_2(A)} & * & \frac{a_{23}}{N_2(A)} & \frac{a_{24}}{N_2(A)} & \frac{a_{25}}{N_2(A)} \\ \frac{a_{31}}{N_3(A)} & \frac{a_{32}}{N_3(A)} & * & \frac{a_{34}}{N_3(A)} & \frac{a_{35}}{N_3(A)} \\ \frac{a_{41}}{N_4(A)} & \frac{a_{42}}{N_4(A)} & \frac{a_{43}}{N_4(A)} & * & \frac{a_{45}}{N_4(A)} \\ \frac{a_{51}}{N_5(A)} & \frac{a_{52}}{N_5(A)} & \frac{a_{53}}{N_5(A)} & \frac{a_{54}}{N_5(A)} & * \end{bmatrix}$$

Εξίσωση 8.5: Τυποποιημένος πίνακας βαρών με άθροισμα=1 σε κάθε γραμμή

8.10 Υπολογισμοί σε γειτονικές τιμές

- Χρησιμοποιώντας τη δομή γειτνίασης, μπορούμε να κάνουμε υπολογισμούς για τις τιμές μιας μεταβλητής ανά πολύγωνο
 - δηλαδή να “γεμίσουμε” με νέες τιμές τα πολύγωνα,
 - οι οποίες θα είναι αποτέλεσμα κάποιου υπολογισμού στη γειτονιά κάθε πολυγώνου
 - Συγκρίσεις **τιμής** κάθε πολυγώνου με τις τιμές που έχουν τα γειτονικά πολύγωνα
- Οι τιμές των γειτονικών μετρήσεων μπορούν να συγκεραστούν:
 - ως άθροισμα
 - ως μέσος όρος
 - ή οποιαδήποτε άλλη μαθηματική πράξη χρειαστεί όπως φαίνεται στο
- παράδειγμα στην επόμενη **Εικόνα 8.12**

Τιμές Μεταβλητής

2	4	5	2	3
2	2	2	3	4
2	3	3	3	3
2	4	2	2	2

Γειτονιά

	4	5	2	
	2	?	3	
	3	3	3	

Άθροισμα

		25		

Μέσος Όρος

		3.12		

Εικόνα 8.12:

Παράδειγμα υπολογισμού Αθροίσματος και Μέσου Όρου τιμών μιας μεταβλητής από τα γειτονικά πολύγωνα

- Έστω ένας 7×7 δυαδικός $[0 \text{ ή } 1]$ πίνακας γειτνίασης A που αντικατοπτρίζει την τοπολογία $N=7$ πολυγώνων $\{S1, S2, \dots, S7\}$ με αντίστοιχες τιμές μιας μεταβλητής στο διάνυσμα: $y=[y1, \dots, y7]^T$
- Το γινόμενο μεταξύ πίνακα γειτνίασης και διανύσματος μετρήσεων, $A*y$ παράγει ένα νέο διάνυσμα 7 τιμών $\tilde{y}=[\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_7]^T$ στο οποίο κάθε στοιχείο αντικατοπτρίζει το άθροισμα των τιμών της μεταβλητής των γειτονικών μετρήσεων κάθε πολυγώνου (Εξίσωση 8.6).
- Για παράδειγμα, το στοιχείο $\tilde{y}_6$ είναι το άθροισμα των μετρήσεων που λήφθηκαν στα γειτονικά πολύγωνα $\{S3, S4, S5, S7\}$ του πολυγώνου $S6$
 - Τα μηδενικά στοιχεία της 6ης γραμμής του πίνακα A εξαιρούν τις μη γειτονικές μετρήσεις (του πολυγώνου $S6$) από το άθροισμα (Εξίσωση 8.7)

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \\ \tilde{y}_4 \\ \tilde{y}_5 \\ \tilde{y}_6 \\ \tilde{y}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{bmatrix} \quad \text{ή αλλιώς} \quad \tilde{y} = A * y$$

Εξίσωση 8.6:

Υπολογισμός αθροίσματος τιμών για τις γειτονικές τιμές των πολυγώνων

$$\tilde{y}_6 = \sum_{j=1}^{j=7} a_{6j} y_j = (y_3 + y_4 + y_5 + y_7)$$

Εξίσωση 8.7:

Υπολογισμός αθροίσματος τιμών για τις γειτονικές τιμές του πολυγώνου **S6**

- Άλλη μαθηματική πράξη είναι ο υπολογισμός του μέσου όρου των γειτονικών τιμών
- Έστω ένας **7*7** πίνακας γειτνίασης **W** που προήλθε από την τυποποίηση κατά γραμμές του αντίστοιχου πίνακα **A** δηλαδή το άθροισμα κάθε γραμμής του πίνακα **W** είναι **1**
- Όπως και ο πίνακας **A** ο τυποποιημένος πίνακας **W** αντικατοπτρίζει την τοπολογία **N=7** πολυγώνων **{S1, S2, ..., S7}**, με αντίστοιχες τιμές μιας μεταβλητής **y** στο **7*1** διάνυσμα **y=[y1, ..., y7]^T**
- Τότε το γινόμενο **W*y** δημιουργεί ένα νέο **7*1** διάνυσμα **$\bar{y}=[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_7]^T$** όπου κάθε στοιχείο του είναι ο μέσος όρος των γειτονικών τιμών κάθε πολυγώνου (**Εξίσωση 8.8**)

$$\begin{matrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \\ \bar{y}_5 \\ \bar{y}_6 \\ \bar{y}_7 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 0 & 1/5 & 0 & 1/5 & 1/5 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{matrix}$$

ή αλλιώς $\bar{y} = W * y$

Εξίσωση 8.8:
Υπολογισμός μέσου όρου τιμών
για τις γειτονικές τιμές των
πολυγώνων

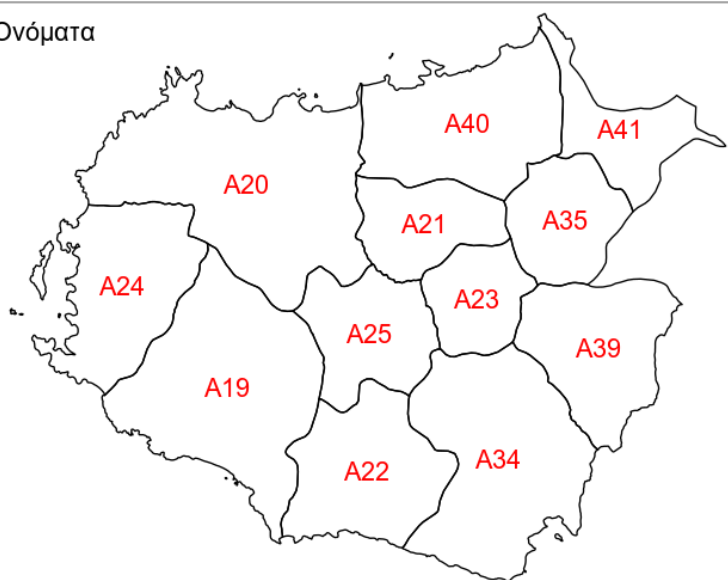
- Για παράδειγμα
 - το στοιχείο $\bar{y}_6$ είναι μέσος όρος των μετρήσεων που λήφθηκαν στα γειτονικά πολύγωνα $\{S3, S4, S5, S7\}$ του πολυγώνου (Εξίσωση 8.9)
- Τα μηδενικά στοιχεία της 6ης γραμμής του πίνακα W εξαιρούν τις μη γειτονικές (του πολυγώνου $S6$) μετρήσεις από το μέσο όρο $\bar{y}_6$

$$\bar{y}_6 = \sum_{j=1}^{j=7} w_{6j} y_j = \left(\frac{1}{4} y_3 + \frac{1}{4} y_4 + \frac{1}{4} y_5 + \frac{1}{4} y_7 \right)$$

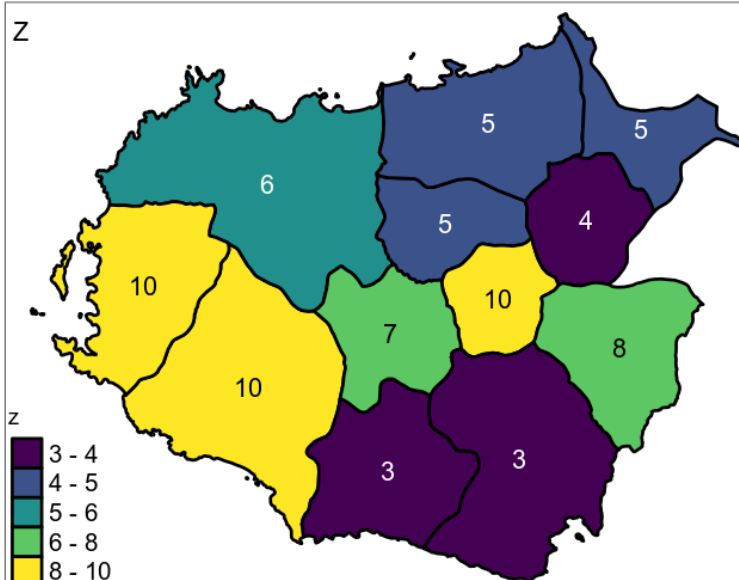
Εξίσωση 8.9: Υπολογισμός μέσου όρου τιμών για τις γειτονικές τιμές του πολυγώνου $S6$

- Συνοψίζοντας
 - Σε κάθε υποστήριγμα S_i ή u_i αντιστοιχεί μια αρχική μέτρηση $y_i \equiv y(s_i)$ ή $y_i \equiv y(u_i)$
 - Ωστόσο, μπορούμε να αντιστοιχίσουμε σε κάθε υποστήριγμα και μια επιπλέον τιμή που να αντικατοπτρίζει κάποια μαθηματική πράξη από τις τιμές των γειτονικών χωρικών δομών όπως π.χ., το μέσο όρο γειτονικών τιμών σύμφωνα με κάποια δομή γειτνίασης.
 - Οι N αυτές τιμές της μεταβλητής $\bar{y}$ ή $\tilde{y}$ μπορούν να θεωρηθούν ως μετρήσεις μιας νέας μεταβλητής σε χωρική υστέρηση (spatial lag) από την αρχική.
- **Εικόνα 8.13:** παράδειγμα για 4 διαφορετικές δομές γειτνίασης σε 12 πολύγωνα
- **Εικόνα 8.14:** παράδειγμα υπολογισμού τιμών γειτονικών υποστηριγμάτων με βάση τον ορισμό γειτονιάς των “κοινών ορίων” για τη μεταβλητή Z
 - μέσος όρος
 - άθροισμα

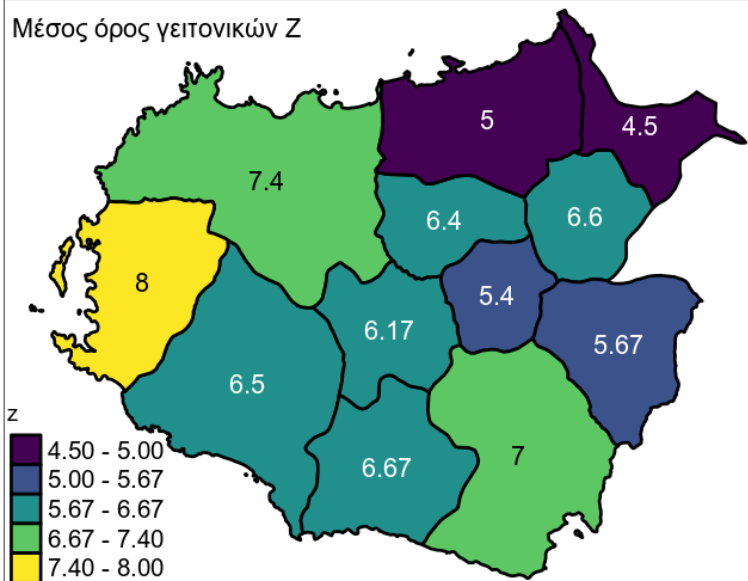
Ονόματα



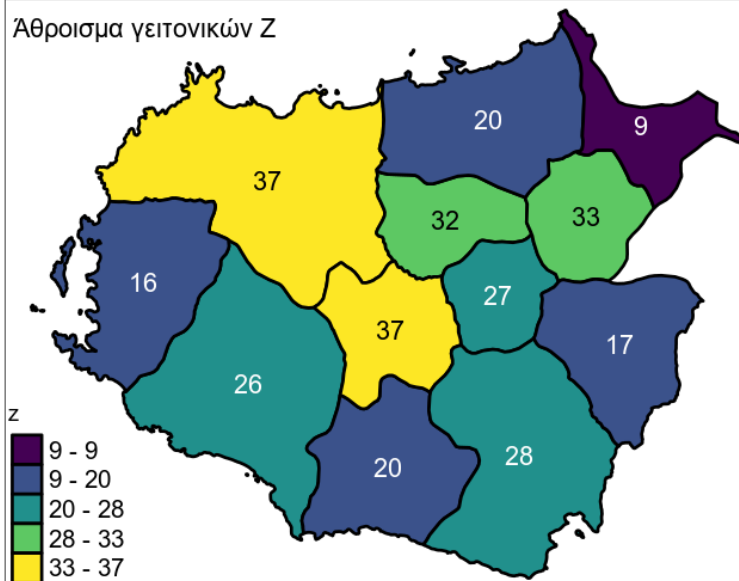
Z



Μέσος όρος γειτονικών Z



Άθροισμα γειτονικών Z



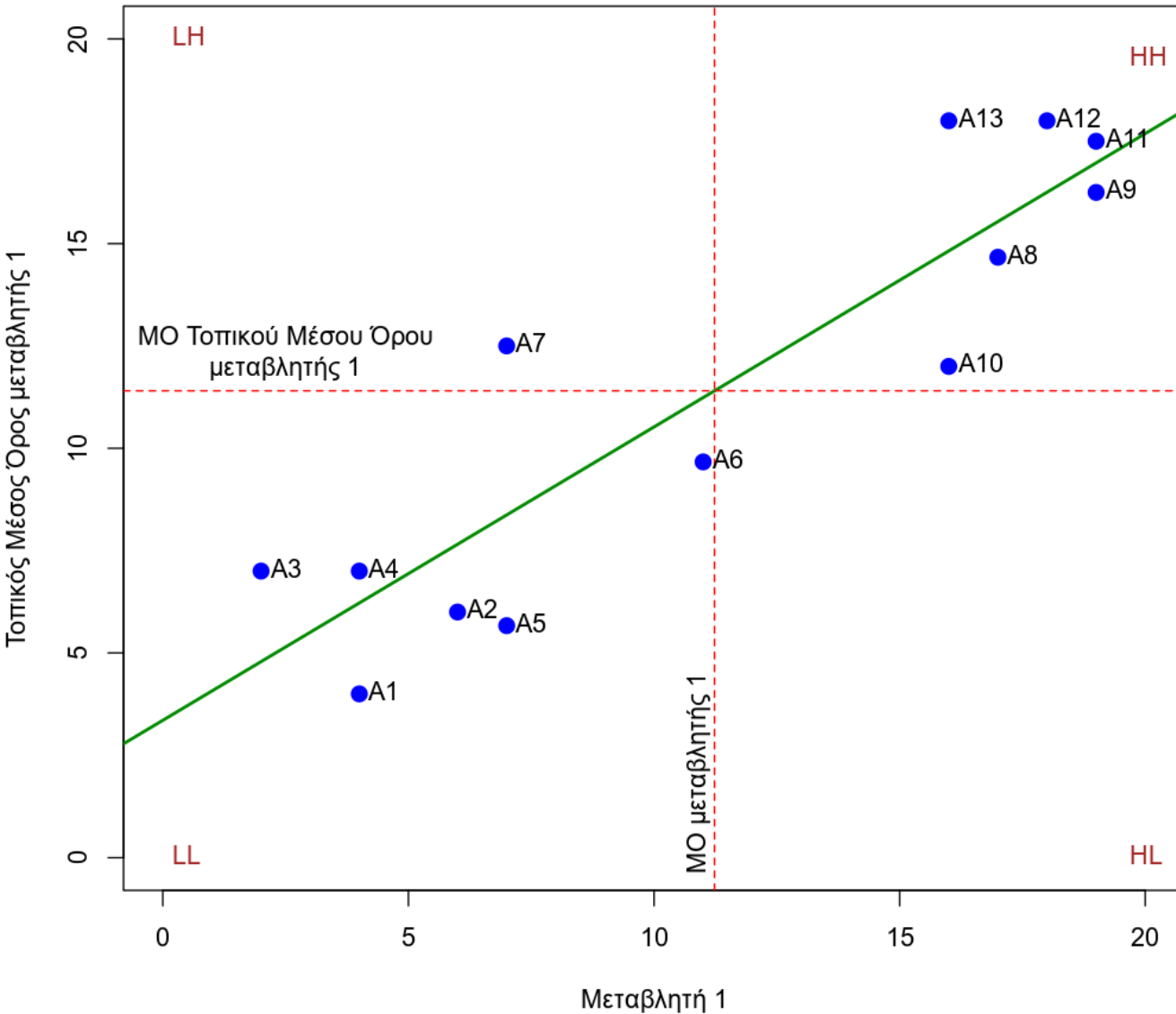
Εικόνα 8.14:
Υπολογισμός τιμών της
μεταβλητής **Z** για γειτονικές
μετρήσεις με τη μέθοδο
“κοινών ορίων”

8.11 Διασπορόγραμμα του Moran

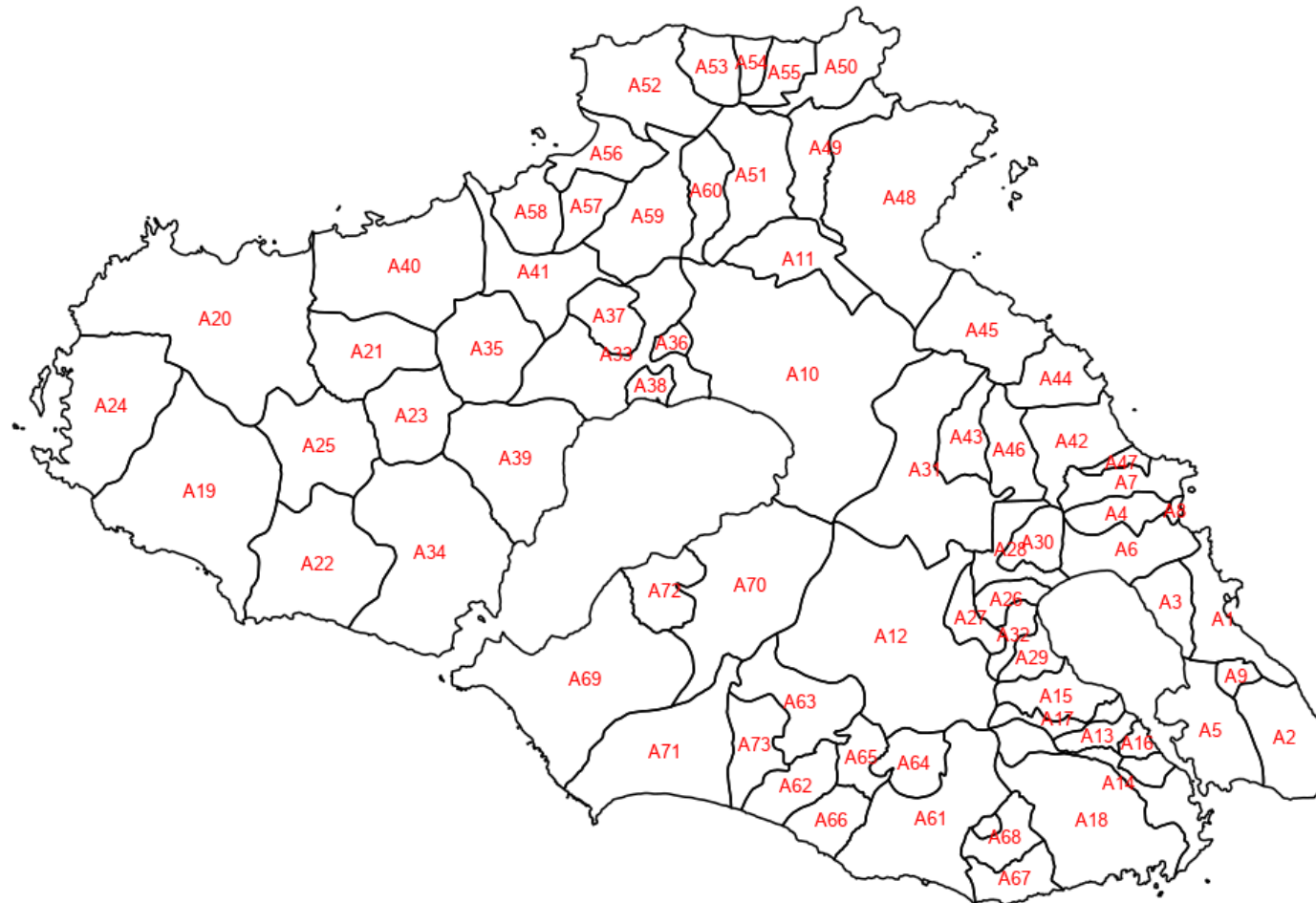
- Η σχέση της τιμής μιας μεταβλητής σε ένα πολύγωνο, με την τιμή του μέσου όρου των γειτονικών του πολυγώνων
 - παρουσιάζει εξαιρετικό ερευνητικό ενδιαφέρον
- Αναλύοντας αυτή τη σχέση μπορούμε να διερευνήσουμε την ύπαρξη ανακολουθιών σε μια περιοχή μελέτης
- Αυτές οι ανακολουθίες μπορεί να είναι δυο ειδών:
 - 1) **μικρή τιμή** εντός πολυγώνου, σε μια γειτονιά με **μεγάλο μέσο όρο** τιμών
 - 2) **μεγάλη τιμή** εντός πολυγώνου, σε μια γειτονιά με **μικρό μέσο όρο** τιμών
- Κωδικοποιώντας αυτές τις δύο περιπτώσεις, μπορούμε να τους δώσουμε από ένα αντιπροσωπευτικό όνομα που να φανερώνει τη σχέση μια τιμής με τις γειτονικές τιμές:
 - 1) **LH** (Low-Hight): χαμηλή τιμή εντός του πολυγώνου και αυξημένες γειτονικές τιμές
 - 2) **HL** (High-Low): μεγάλη τιμή εντός του πολυγώνου και χαμηλές γειτονικές τιμές

- οι **N** σχέσεις που προκύπτουν για κάθε ένα από τα υποστηρίγματα της περιοχής μελέτης
 - μπορεί να αποδοθούν διαγραμματικά σε ένα διασποροδιάγραμμα του **Moran**
- Σε αυτό το διασποροδιάγραμμα, κάθε σημείο έχει:
 - τετμημένη την αρχική τιμή y_i μιας χωρικής μεταβλητής στο i -οστό πολύγωνο **S_i**
 - τεταγμένη τον μέσο όρο των γειτονικών μετρήσεων του **S_i**
- Το γράφημα παρέχει μια γραφική απεικόνιση σχετικά με:
 - τη χωρική συνάφεια μιας μεταβλητής, σε σχέση με τις τιμές των γειτονικών υποστηριγμάτων
- **Εικόνα 8.15:** ένα διασπορογράμμα του Moran για 13 πολύγωνα μιας περιοχής μελέτης

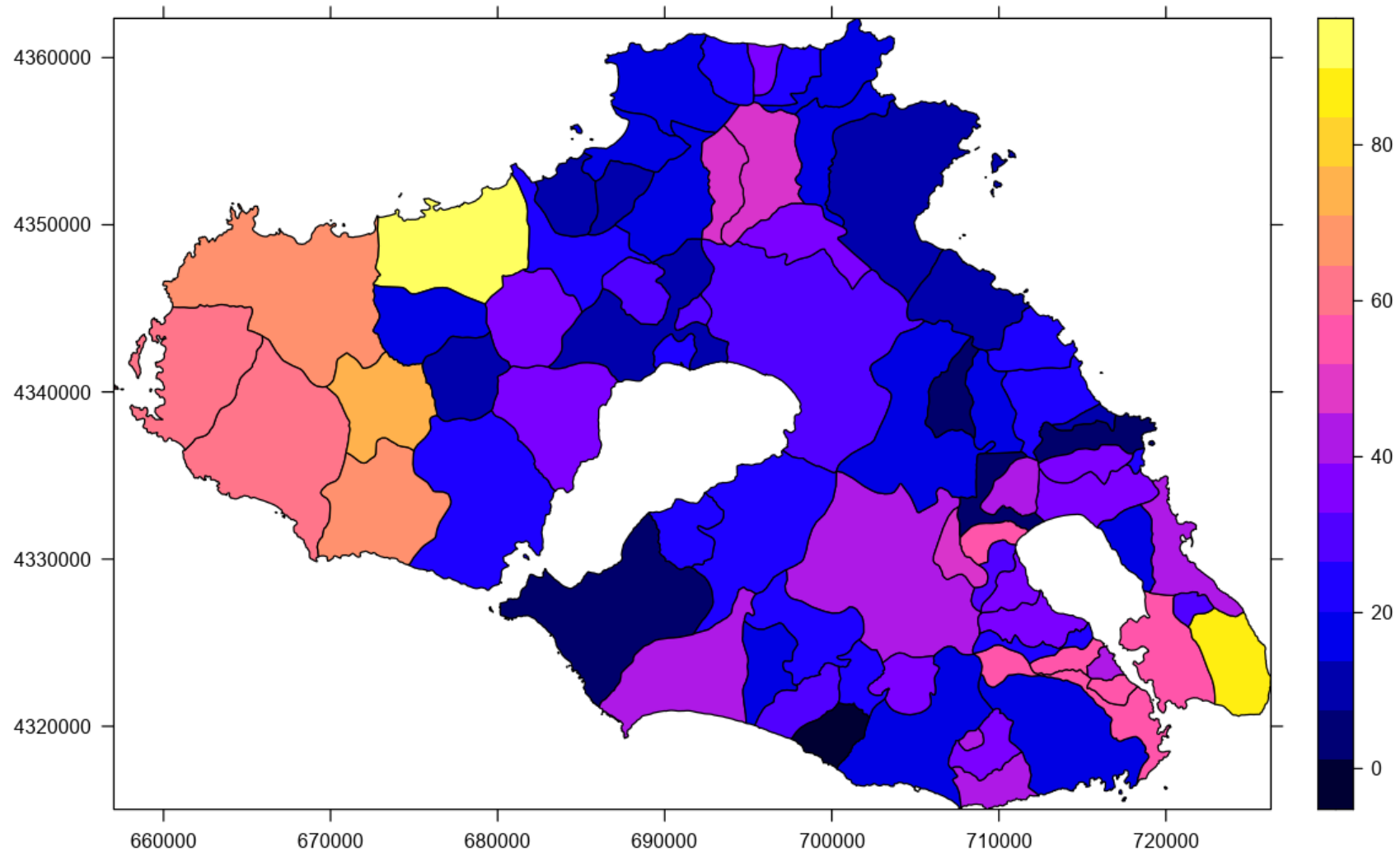
Διασποροδιάγραμμα του Moran



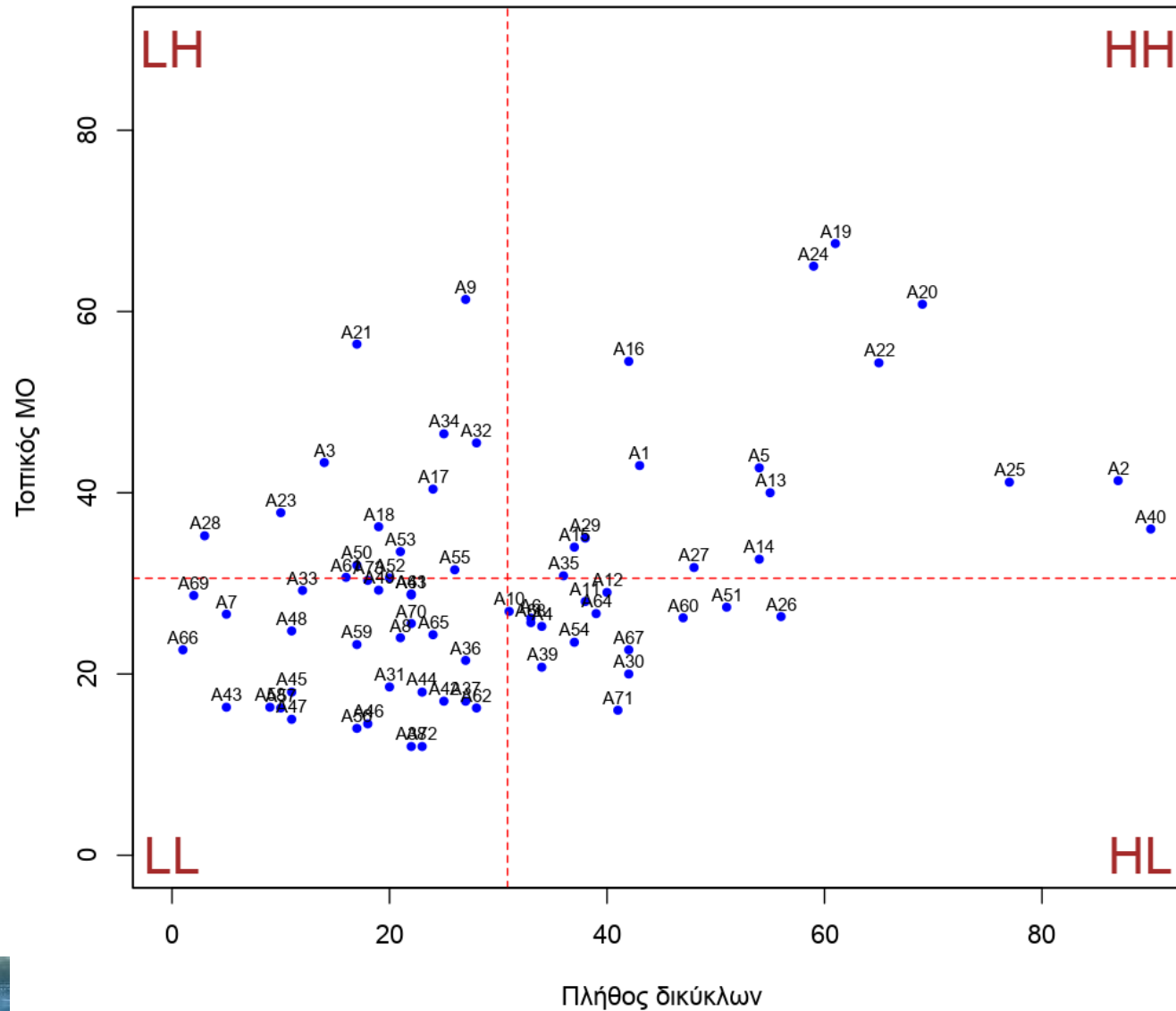
Εικόνα 8.15:
Διασποροδιάγραμμα του Moran για τα
N=13 πολύγωνα μιας περιοχής μελέτης



Πλήθος δικύκλων



Διασποροδιάγραμμα του Moran



- Εστιάσαμε στη “οντολογία” των **μετρήσεων** σε σχέση με τα αντίστοιχα υποστηρίγματα
 - Διαχωρίσαμε τα υποστηρίγματα σε δύο ομάδες υποστηριγμάτων (σημεία, πολύγωνα)
- Επόμενα κεφάλαια: ανάλυση **χωρικής συνάφειας** (spatial association)
- Προϋπόθεση για ανάλυση χωρικής συνάφειας: ορισμός έννοιας γειτονικών υποστηριγμάτων
 - δηλαδή ο ορισμός μιας δομής χωρικής γειτνίασης
- Οι δομές χωρικής γειτνίασης που είδαμε ορίζονται συνήθως με βάση την απόσταση
 - Για πολύγωνα ο ορισμός γειτόνων γίνεται συνήθως με βάση τα κοινά τους όρια
- Η σύγκριση αρχικών τιμών μιας μεταβλητής στα υποστηρίγματα σε σχέση με το μέσο όρο των μετρήσεων σε γειτονικά υποστηρίγματα ονομάζεται διασπορόγραμμα του Moran
- Οι δομές χωρικής γειτνίασης χρησιμοποιούνται στη Χωρική Παρεμβολή
 - Στόχος της Χωρικής Παρεμβολής είναι η εκτίμηση της τιμής μιας μεταβλητής σε ένα σημείο **u** όπου δεν υπάρχει μέτρηση
 - Η εκτίμηση αυτή βασίζεται στις διαθέσιμες μετρήσεις των γειτονικών σημείων παρατήρησης **u_i**



dimitrisk@aegean.gr

facebook

Dimitris Kavroudakis



Dimitris Kavroudakis



dimitris_k



Instagram

d_kavroudakis



dimitriskavroudakis

Δρ. Δημήτρης Καβρουδάκης
Μον. Επίκουρος Καθηγητής
Γεωγραφικής Ανάλυσης

www.dimitrisk.gr

