

Γεωγραφική Ανάλυση

5 – Αλληλεπίδραση Συμβάντων

Δρ. Δημήτρης Καβρουδάκης
Αν. Καθηγητής Γεωγραφικής Ανάλυσης
dimitrisk@aegean.gr
www.dimitrisk.gr



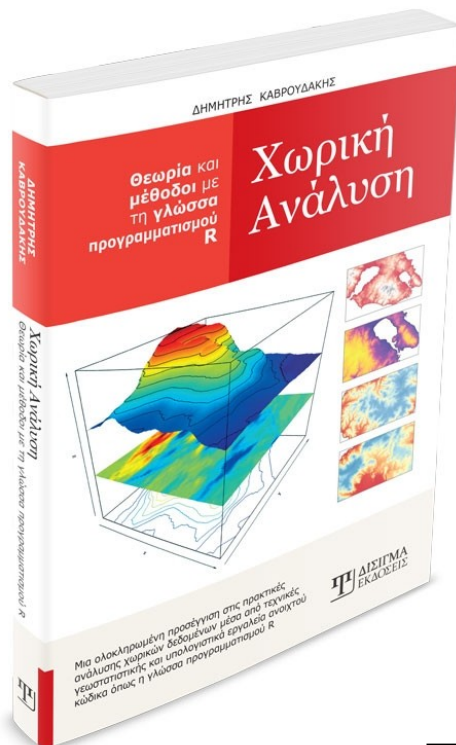
Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Τμήμα Γεωγραφίας

SAG*i*SRS
ΧΑ-ΣΓΠ-ΤΗ

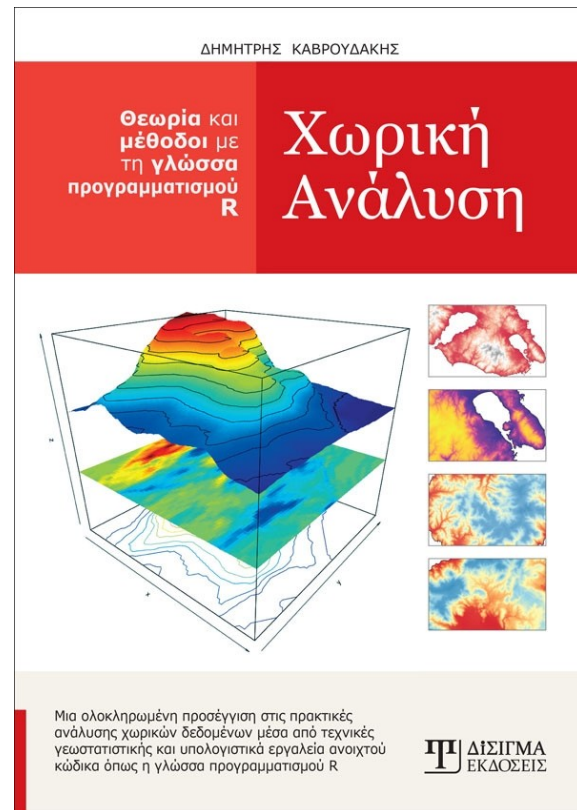
Spatial Analysis, Geographical Information Systems and Remote Sensing
Ερευνητική ομάδα Χωρικής Ανάλυσης, Συστημάτων Γεωγραφικών Πληροφοριών και Τηλεπισκόπησης

Δημήτρης Καβρουδάκης (2020) Χωρική Ανάλυση

Εκδόσεις ΔΙΣΙΓΜΑ, ISBN13: 978-618-202-021-0



Κεφάλαιο: 5
Σελίδες: 103 - 136



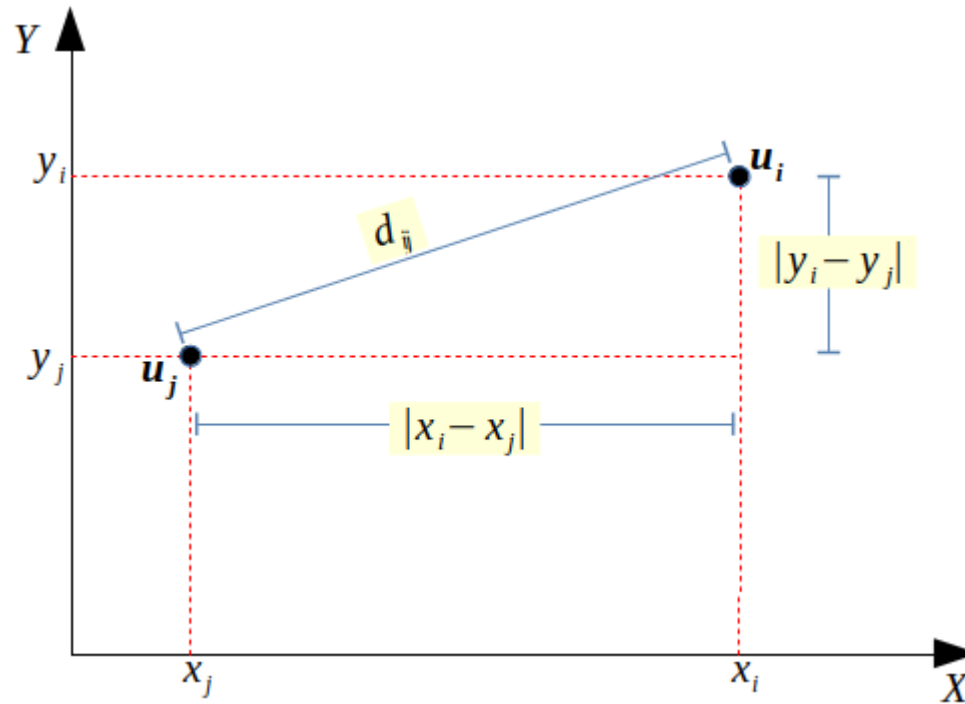
5.1 Ανάλυση Χωρικής Αλληλεπίδρασης

- διερεύνηση συγκεντρωσιμότητας των συμβάντων στο χώρο (αυξημένη εμφάνιση πολλαπλών θυλάκων συγκέντρωσης συμβάντων στην περιοχή μελέτης).
- Έλεγχο των θέσεων των συμβάντων έναντι της τυχαιότητας ή της κανονικότητας.
- Οι θέσεις των συμβάντων είναι
 - α) τυχαία κατανεμημένα
 - β) κανονικά κατανεμημένα (σε ψεύδο-κάνναβο).
- Δηλαδή, είναι ένας έλεγχος των θέσεων έναντι των ακόλουθων κατανομών
 - α) Τυχαίας Διεσπαρμένης Χωρικής Κατανομής συμβάντων
 - β) Κανονικής Χωρικής Κατανομής συμβάντων.



- Η ανάλυση της χωρικής αλληλεπίδρασης ενός σημειακού χωρικού προτύπου :
 - μελέτη της σχετικής θέσης των συμβάντων στο χώρο
 - δηλαδή της χωρικής τους ελκυστικότητας ή απωθητικότητας
- Παραδοχές:
 - 1) τα συμβάντα βρίσκονται στο ίδιο “περιβάλλον”, δηλαδή η ένταση ή η πιθανότητα εμφάνισής τους σε διάφορες περιοχές υπόκειται στις ίδιες εξωγενείς συνθήκες.
 - 2) η χωρική συγκέντρωση συμβάντων μπορεί να είναι αποτέλεσμα εξωγενών παραγόντων.
- Στο κεφ. 5 για μια δεδομένη και αναμενόμενη ένταση
 - δηλαδή για ένα δεδομένο πλήθος συμβάντων σε μια περιοχή μελέτης
- Η διερεύνηση χωρικής συγκεντρωσιμότητας ή τυχαίας κατανομής συμβάντων στο χώρο εστιάζει κυρίως στη μελέτη των αποστάσεων μεταξύ των συμβάντων.

$$d_{ij} = \|u_i - u_j\| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$



Εικόνα 5.1: Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ δυο σημείων (u_j, u_i)

- Αξιολόγηση συγκεντρωσιμότητας χωρικού σημειακού προτύπου
 - Πίνακας Αποστάσεων** για ένα σύνολο σημείων
 - Περιλαμβάνει αποστάσεις μεταξύ όλων των **N** θέσεων
- Έστω ένα σύνολο **N** σημείων $\{u_1, u_2, u_3, \dots, u_N\}$ σε περιοχή μελέτης
- Ο πίνακας αποστάσεων είναι ο τετραγωνικός **NxN** πίνακας που περιλαμβάνει τις αποστάσεις μεταξύ όλων των σημείων
 - δηλαδή τις αποστάσεις των **NxN** ζευγών σημείων

$$\{d_{ij} = d(\|u_i - u_j\|), \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, N\}$$

u_i	x_i	y_i
u_1	x_1	y_1
u_2	x_2	y_2
u_3	x_3	y_3
u_4	x_4	y_4
u_5	x_5	y_5



$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} \\ d_{21} & 0 & d_{23} & d_{24} & d_{25} \\ d_{31} & d_{32} & 0 & d_{34} & d_{35} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & 0 & d_{45} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & 0 \end{bmatrix} = [d_{ij}]_{N \times N}$$

- Κάθε γραμμή i περιέχει τις N αποστάσεις από το σημείο u_i προς όλα τα υπόλοιπα σημεία
 - συμπεριλαμβανομένου και του εαυτού του
- πχ. η τιμή d_{15} είναι η απόσταση από το σημείο 1 προς σημείο 5
- Η απόσταση d_{15} είναι ακριβώς η ίδια με τη d_{51}
- Αρχή της αμοιβαιότητας για πίνακα αποστάσεων ενός συνόλου σημείων
 - βασίζεται στο ότι οι αποστάσεις πάνω από τη διαγώνιο είναι ακριβώς οι ίδιες με τις αποστάσεις κάτω από τη διαγώνιο του πίνακα D
 - Ο πίνακας έχει μηδενική διαγώνιο
 - η διαγώνιος αντιπροσωπεύει τις αυτό-αποστάσεις των σημείων, δηλαδή την απόσταση από το σημείο u_i προς το ίδιο σημείο u_i
 - η οποία θεωρητικά είναι μηδενική

- Πίνακας Αποστάσεων για δύο σύνολα σημείων
- Έστω δύο σύνολα σημείων διαφορετικού πλήθους $\{u_1, u_2, \dots, u_N\}$ και $\{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ σε μια περιοχή μελέτης
 - Πίνακας αποστάσεων $D^{(1,2)}$ είναι ο $(N \times M)$ πίνακας που περιέχει τις αποστάσεις μεταξύ όλων των $N \times M$ ζευγών σημείων που ορίζονται από τα δυο διαφορετικά σύνολα σημείων

$$\{d_{ij} = d(\|u_i - t_j\|), \quad i=1, \dots, N, \quad j=1, \dots, M\}$$

N	u_i	x_i	y_i	t_j	$\tilde{x}_j$	$\tilde{y}_j$
	u_1	x_1	y_1	t_1	$\tilde{x}_1$	$\tilde{y}_1$
	u_2	x_2	y_2	t_2	$\tilde{x}_2$	$\tilde{y}_2$
	u_3	x_3	y_3	t_3	$\tilde{x}_3$	$\tilde{y}_3$
				t_4	$\tilde{x}_4$	$\tilde{y}_4$
				t_5	$\tilde{x}_5$	$\tilde{y}_5$
				t_6	$\tilde{x}_6$	$\tilde{y}_6$
				t_7	$\tilde{x}_7$	$\tilde{y}_7$



$$D^{(1,2)} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{27} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} \end{bmatrix} = [d_{ij}]_{N \times M}^{(1,2)}$$

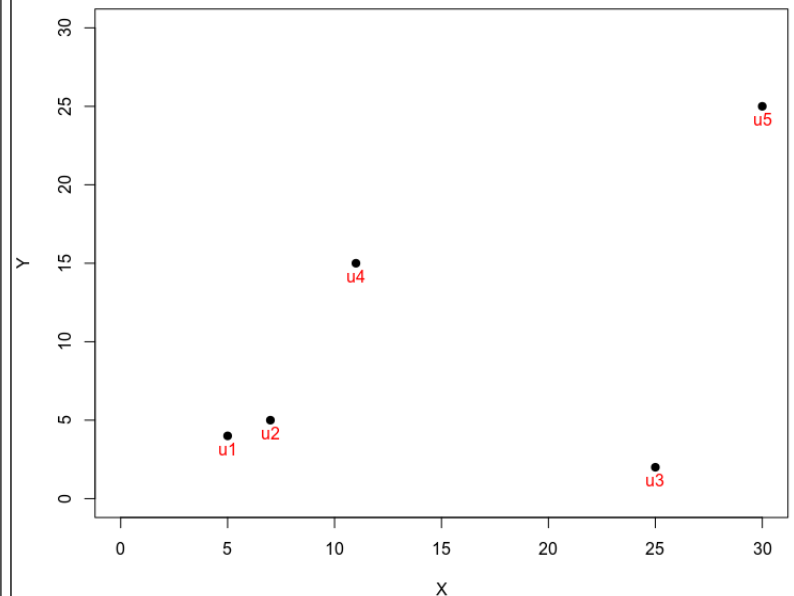
- Πλησιέστερο συμβάν σε κάποιο σημείο
- Εμπεριέχει την έννοια της απόστασης
 - προς τον πλησιέστερο “γείτονα”
 - με μέτρο απόστασης όπως π.χ. η Ευκλείδεια απόσταση
- Θεωρητικά η απόσταση d_i^{min} μεταξύ ενός συμβάντος στη θέση u_i και του πλησιέστερου συμβάντος έχει την ακόλουθη μορφή:

$$d_i^{min} = \min \left\{ d_{ij} \quad , \quad j = 1, \dots, N \right\}$$

Εξίσωση 5.6:

Θεωρητική μορφή της έννοιας της απόστασης από συμβάν προς το πλησιέστερο συμβάν

Ένα σύνολο σημείων



Πιο κεντρικό σημείο κατά μέσο όρο είναι η θέση **u₂** με μέσο όρο απόστασης

$$d_2^{mean} = 15.43$$

$$\overline{d^{min}} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i^{min}}{N}$$

Εξίσωση 5.7: Μέση απόσταση πλησιέστερου γειτονικού συμβάντος

	u1	u2	u3	u4	u5
u1		2.23	20.09	12.52	32.64
u2	2.23		18.24	10.77	30.47
u3	20.09	18.24		19.10	23.53
u4	12.52	10.77	19.10		21.47
u5	32.64	30.47	23.53	21.47	

Μέσος όρος
(ανά γραμμή)

16.87

15.43

20.24

15.97

27.03

Πλησιέστερος
γείτονας

u2

u1

u2

u2

u4

Απόσταση προς
πλησιέστερο γείτονα

2.23

2.23

18.24

10.77

21.47

Μέση Απόσταση προς Πλησιέστερο Γείτονα:

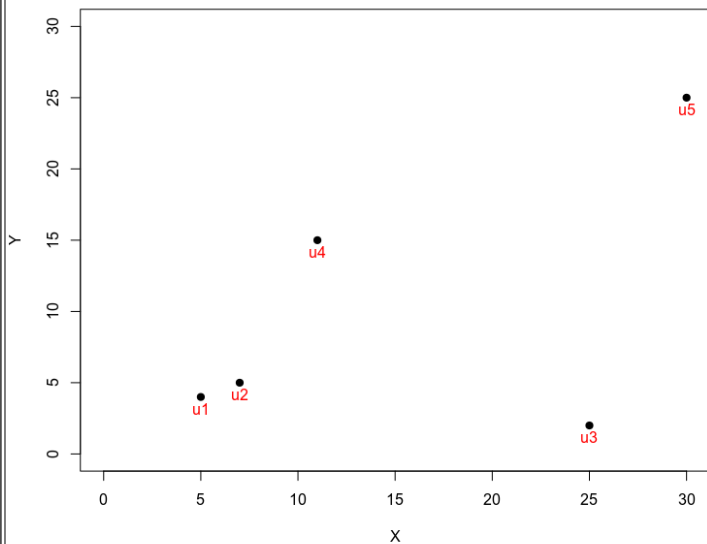
10.99 10/28

- Αποστάσεις προς τον πλησιέστερο γείτονα μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε για να μελετήσουμε τη συγκεντρωσιμότητα
- Οπτικοποιούμε τις αποστάσεις πλησιέστερου γείτονα σε ένα ιστόγραμμα
 - ή σε ένα αθροιστικό ιστόγραμμα
 - (Συνάρτηση Αθροιστικής Κατανομής)
- Μια ακόμα προσέγγιση στην ποσοτικοποίηση της Χωρικής Αλληλεπίδρασης
 - μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση της Εμπειρικής Συνάρτησης **G**
- Πρακτικά είναι ο ποσοστιαίος υπολογισμός των τιμών των αποστάσεων d_i^{min} από συμβάν προς το πλησιέστερο συμβάν,
 - οι οποίες δεν υπερβαίνουν μια τιμή απόστασης **d**

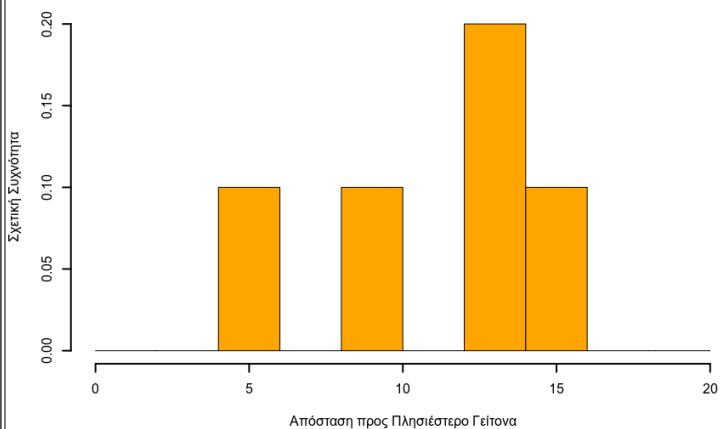
$$\hat{G}(d) = \frac{\#\{d_i^{min} \leq d, i = 1, \dots, N\}}{N} = \frac{\text{Πλήθος πλησιέστερων γειτόνων μέχρι την αποσταση } d}{\text{Πλήθος σημείων}}$$

Εξίσωση 5.9: Υπολογισμός της εμπειρικής συνάρτησης **G** για ένα σύνολο **N** σημείων

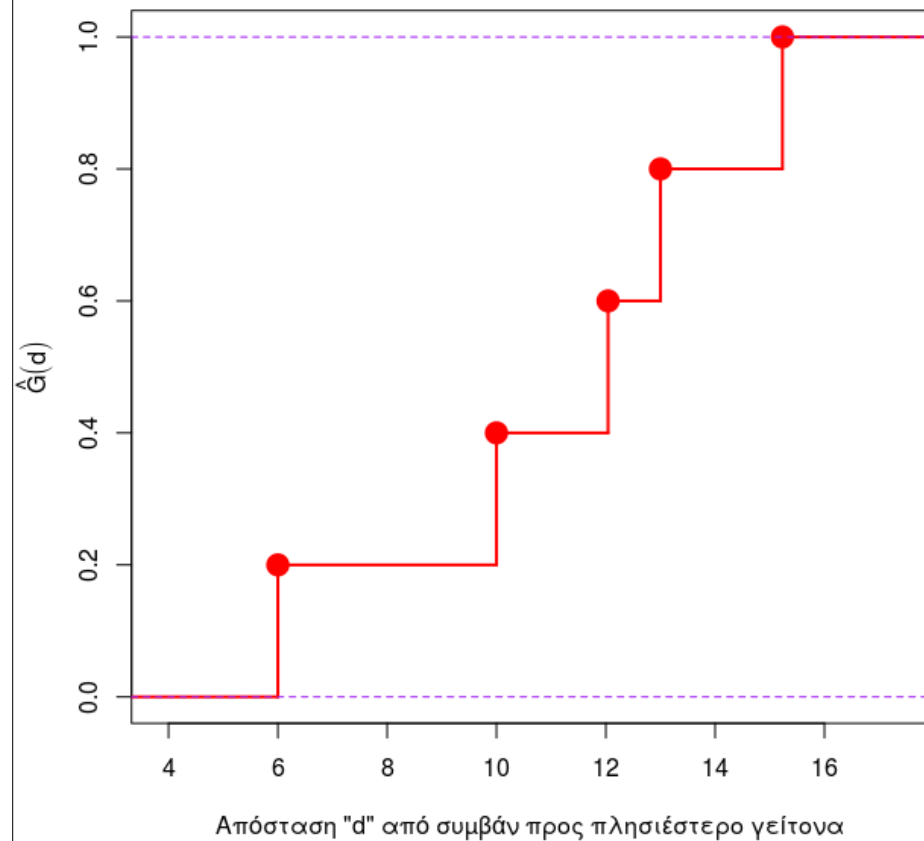
Ένα σύνολο σημείων



Ιστόγραμμα Αποστάσεων προς Πλησιέστερο Γείτονα



G function



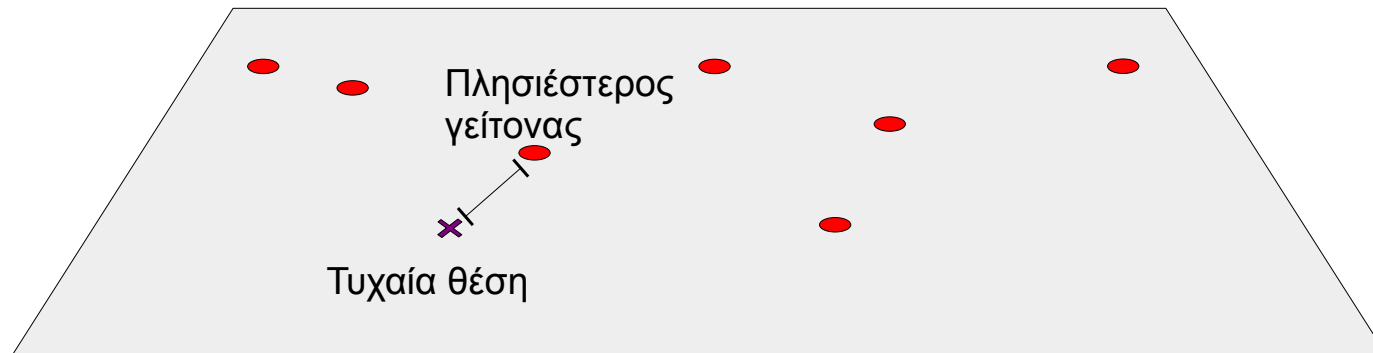
Η μονάδα μέτρησης του $\hat{G}(d)$ είναι η σχετική συχνότητα των παρατηρήσεων

- Μέτρο ποσοτικοποίησης συγκεντρωσιμότητας
- Υπολογισμός του “**κενού χώρου**” μεταξύ των θέσεων στο σημειακό πρότυπο
- **Τυχαία επιλογή** κάποιου σημείου (x,y) εντός της περιοχής μελέτης (όχι απαραίτητα μιας από τις παρατηρήσεις μας)
 - στη συνέχεια υπολογισμός της μικρότερης απόστασης προς τη κοντινότερη παρατήρηση

$$F(d) = \frac{\# [d_{\min}(p_i, s) < d]}{m} = \frac{\text{Πλήθος ζευγαριών σημείων όπου } r_{\min} \leq r}{\text{Πλήθος τυχαίων σημείων } m}$$

- Για ομαδοποιημένα δεδομένα η **F**
 - ανέρχεται αργά σε μικρές αποστάσεις και μετά ανέρχεται γρήγορα σε μεγαλύτερες αποστάσεις
- Για σχετικά απωθητικά πρότυπα (κανονικοποιημένα) η **F**
 - ανέρχεται γρήγορα για μικρές αποστάσεις και στη συνέχεια ανέρχεται αργά σε μεγάλες αποστάσεις

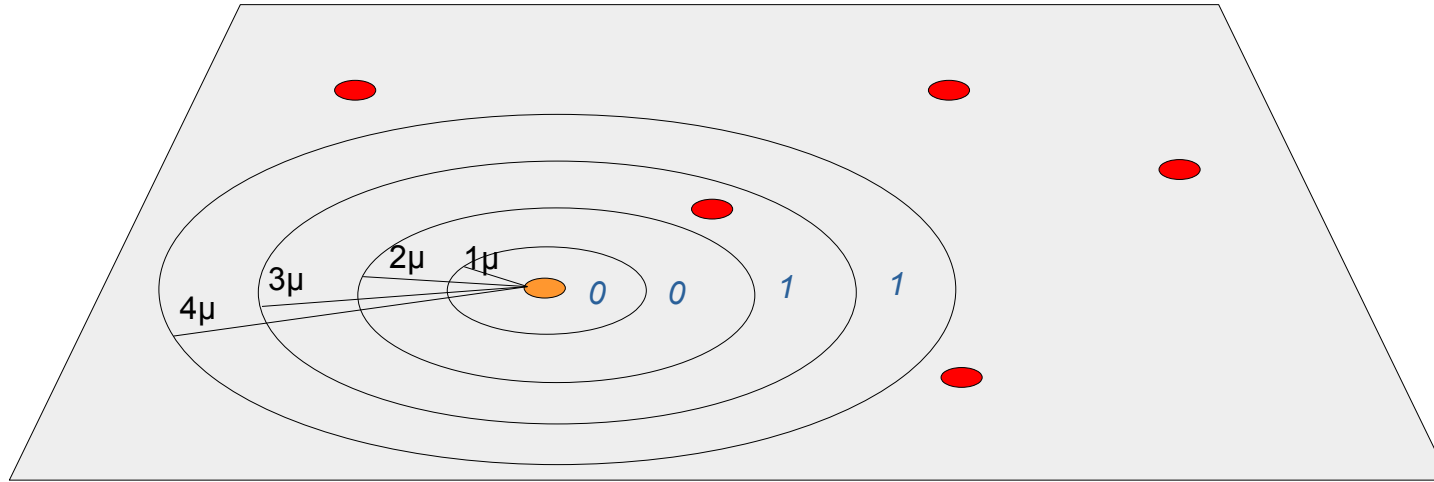
- Επιλογή τυχαίας θέσης ($\mathbf{x}, \mathbf{y}$) στη περιοχή μελέτης
 - για τον υπολογισμός συνάρτησης F



- Συγκεντρωσιμότητα χωρικού σημειακού προτύπου
 - Χρησιμοποιεί αποστάσεις μεταξύ των σημείων και αποδίδει τον βαθμό χωρικής συγκέντρωσης
- 1. Κατασκευή ομόκεντρων κύκλων (με αυξανόμενη ακτίνα d) γύρω από κάθε συμβάν και κέντρο κάθε συμβάν ξεχωριστά
- 2. Καταμέτρηση του πλήθους συμβάντων εντός κάθε κύκλου
- 3. Υπολογισμός της εμπειρικής συνάρτησης $\hat{K}(d)$
 - είναι το άθροισμα του πλήθους συμβάντων εντός όλων των κύκλων με ακτίνα d
- $\hat{K}(d)$ είναι δηλαδή η εμπειρική συνάρτηση αθροιστικής κατανομής (ΣΑΚ) των $N^2 - N$ αποστάσεων μεταξύ συμβάντων (χωρίς αυτό-αποστάσεις) κλιμακούμενη με το εμβαδό $|D|$ της περιοχής μελέτης $\leq d$

$$K(d) = \frac{\text{αναμενόμενος αριθμός συμβάντων σε ακτίνα } d \text{ από οποιοδήποτε συμβάν}}{\text{αναμενόμενος αριθμός συμβάντων στο μοναδιαίο εμβαδόν}}$$

$$\simeq \frac{1}{\lambda} \frac{1}{N} \{d_{ij} \leq d, i=1, \dots, N, j(\neq i)=1, \dots, N\} = \hat{K}(d)$$



$$\begin{aligned}
 \hat{K}(d) &= \frac{1}{\lambda} \frac{1}{N} \{d_{ij} \leq d, i=1, \dots, N, j(\neq i)=1, \dots, N\} \\
 &= \frac{|D|}{N} \frac{1}{N} \{d_{ij} \leq d, i=1, \dots, N, j(\neq i)=1, \dots, N\} \\
 &= |D|(\text{ποσοστό αποστάσεων μεταξύ συμβάντων} \leq d)
 \end{aligned}$$

- η συνάρτηση **$K(d)$** είναι κάπως προβληματική στο να αποδώσει πλήρως την απόκλιση των τιμών από τη θεωρητική κατανομή
- Συνίσταται η μετατροπή της συνάρτησης στο στατιστικό **$L(d)$**
 - ώστε να έχει θεωρητικά αναμενόμενη τιμή **0**

$$\hat{L}(d) = \sqrt{\frac{K(d)}{\pi}}$$

Εξίσωση 5.13:

Υπολογισμός του μέτρου **$L(d)$** χρησιμοποιώντας το **$K(d)$** με τη μέθοδο του Besag

- Besag, J., 1977a. Errors-in-variables estimation for Gaussian lattice schemes. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological) 39, 73–78.
- Besag, J., 1977b. Efficiency of pseudolikelihood estimation for simple Gaussian fields. Biometrika 616–618.
- Besag, J., 1977c. Discussion of Dr Ripley's paper. Journal of the Royal Statistical Society, Series B 39, 193–195.
- Besag, J., 1977d. Contribution to the discussion on Dr Ripley's paper. JR Stat. Soc. 39, 193–195.
- Besag, J., Diggle, P.J., 1977. Simple Monte Carlo tests for spatial pattern. Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics) 26, 327–333.

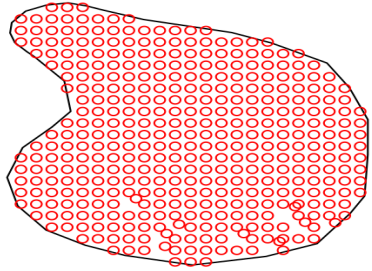
- Μέτρο ποσοτικοποίησης χωρικής συγκεντρωσιμότητας
- Ένα προϊόν μετατροπής των $G(d)$ και $F(d)$
 - $J(d)=1$ εντελώς τυχαίο χωρικό σημειακό πρότυπο
 - $G \approx F$
 - $J(d)<1$ υποδεικνύουν χωρική συγκεντρωσιμότητα
 - $G > F$
 - $J(d)>1$ υποδεικνύουν χωρική κανονικότητα (αποθητικότητα)
 - $G < F$

$$J(d) = \frac{1 - G(d)}{1 - F(d)}$$

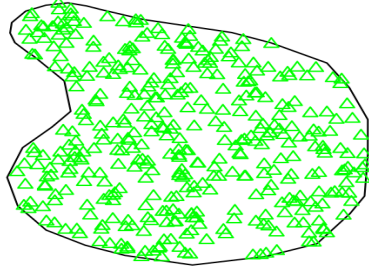
← Απόσταση πλησιέστερου γείτονα
 ← Κενός χώρος

5.6 Παράδειγμα 4 χωρικών προτύπων

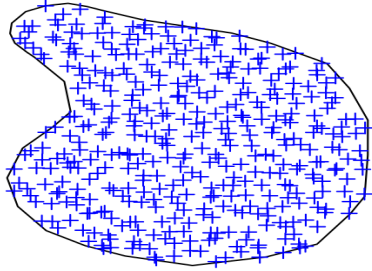
A) Κανονικοποιημένο



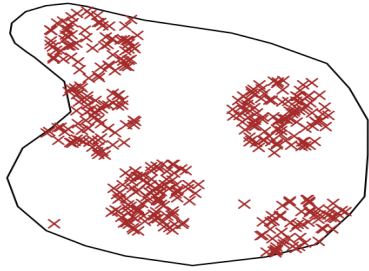
B) Τυχαίο



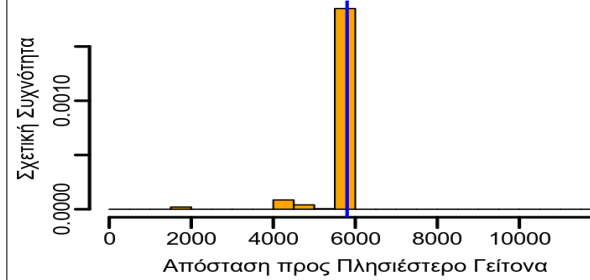
Γ) Στρωματοποιημένο



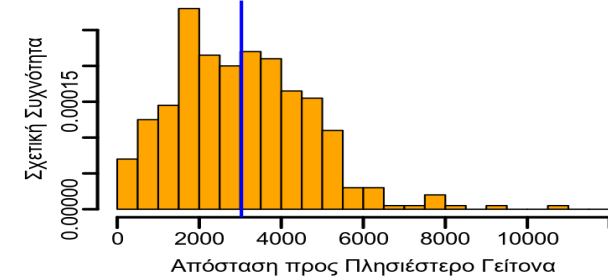
Δ) Ομαδοποιημένο



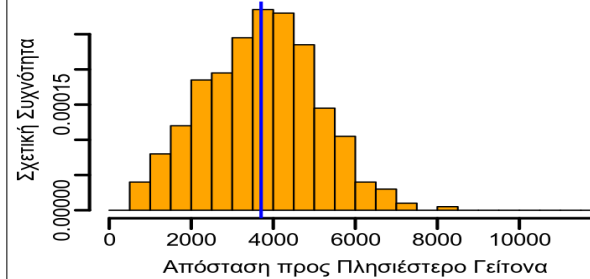
A) Κανονικοποιημένο



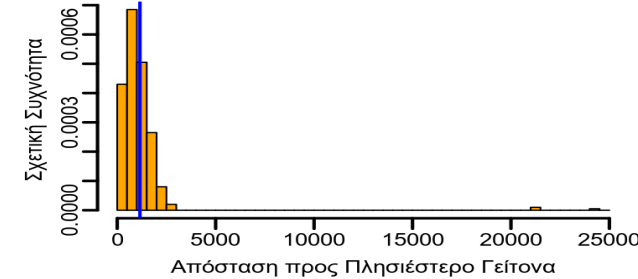
B) Τυχαίο



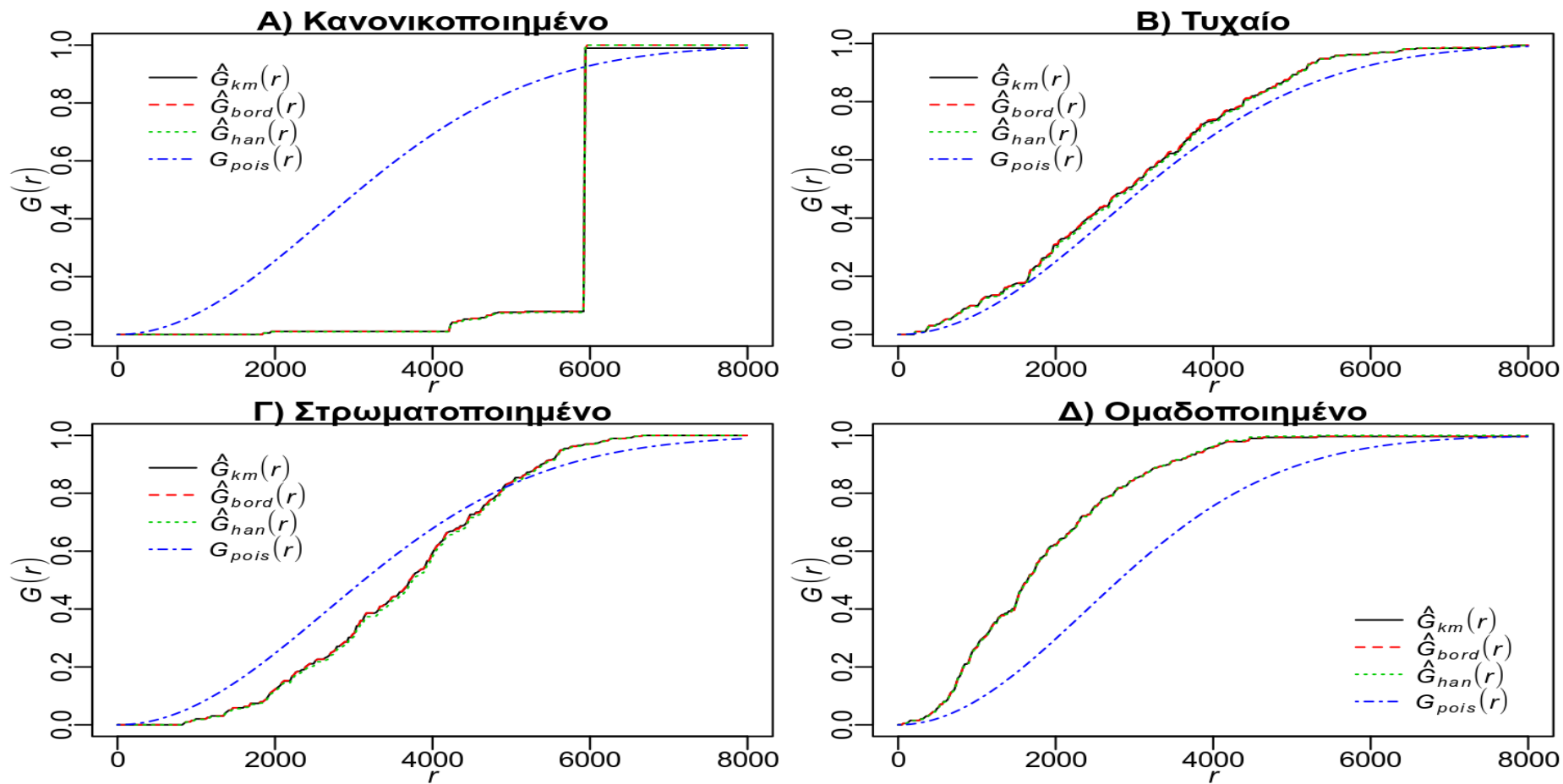
Γ) Στρωματοποιημένο



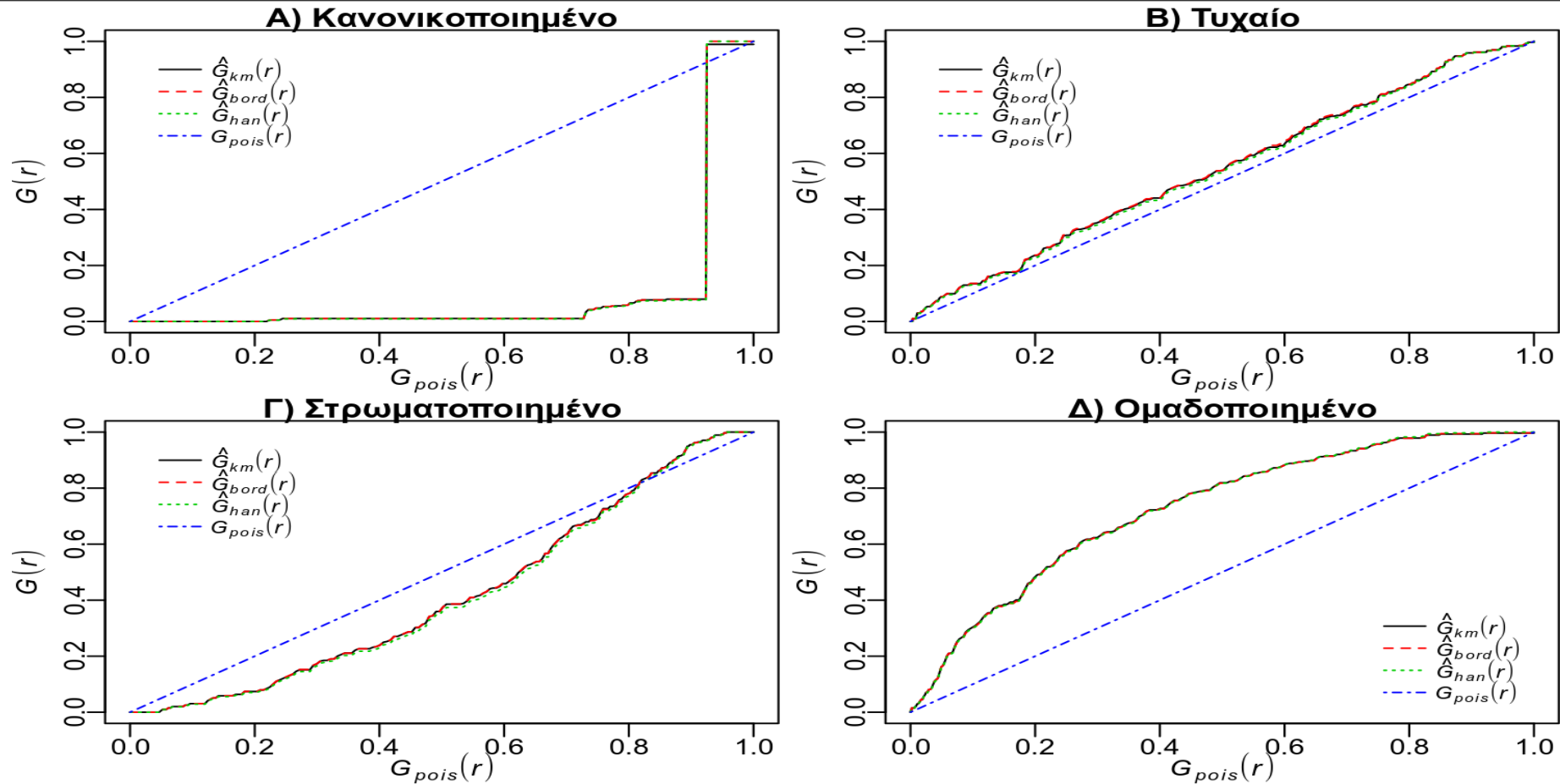
Δ) Ομαδοποιημένο



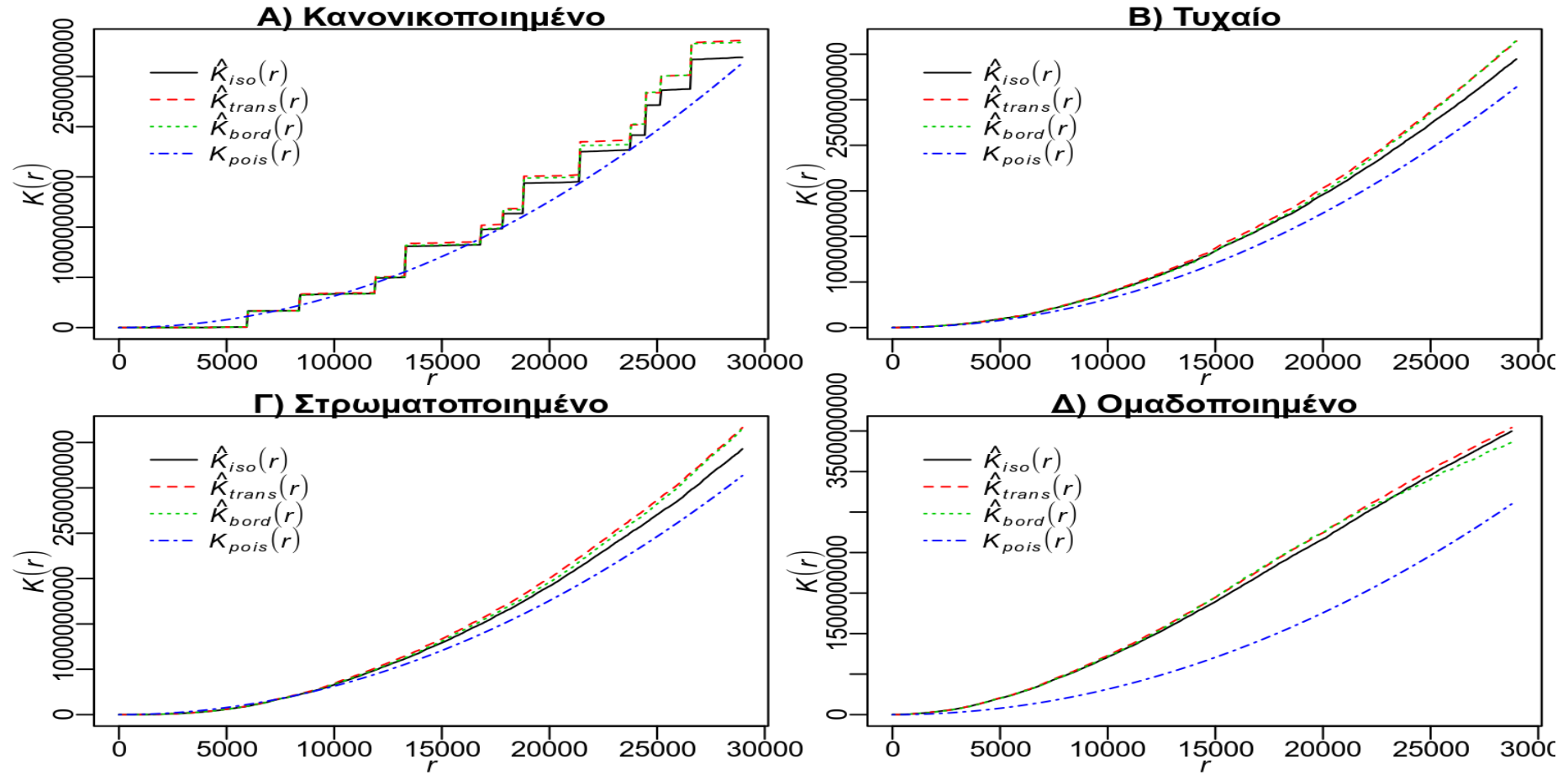
Εικόνα 5.5: Ιστογράμματα αποστάσεων προς πλησιέστερο γείτονα



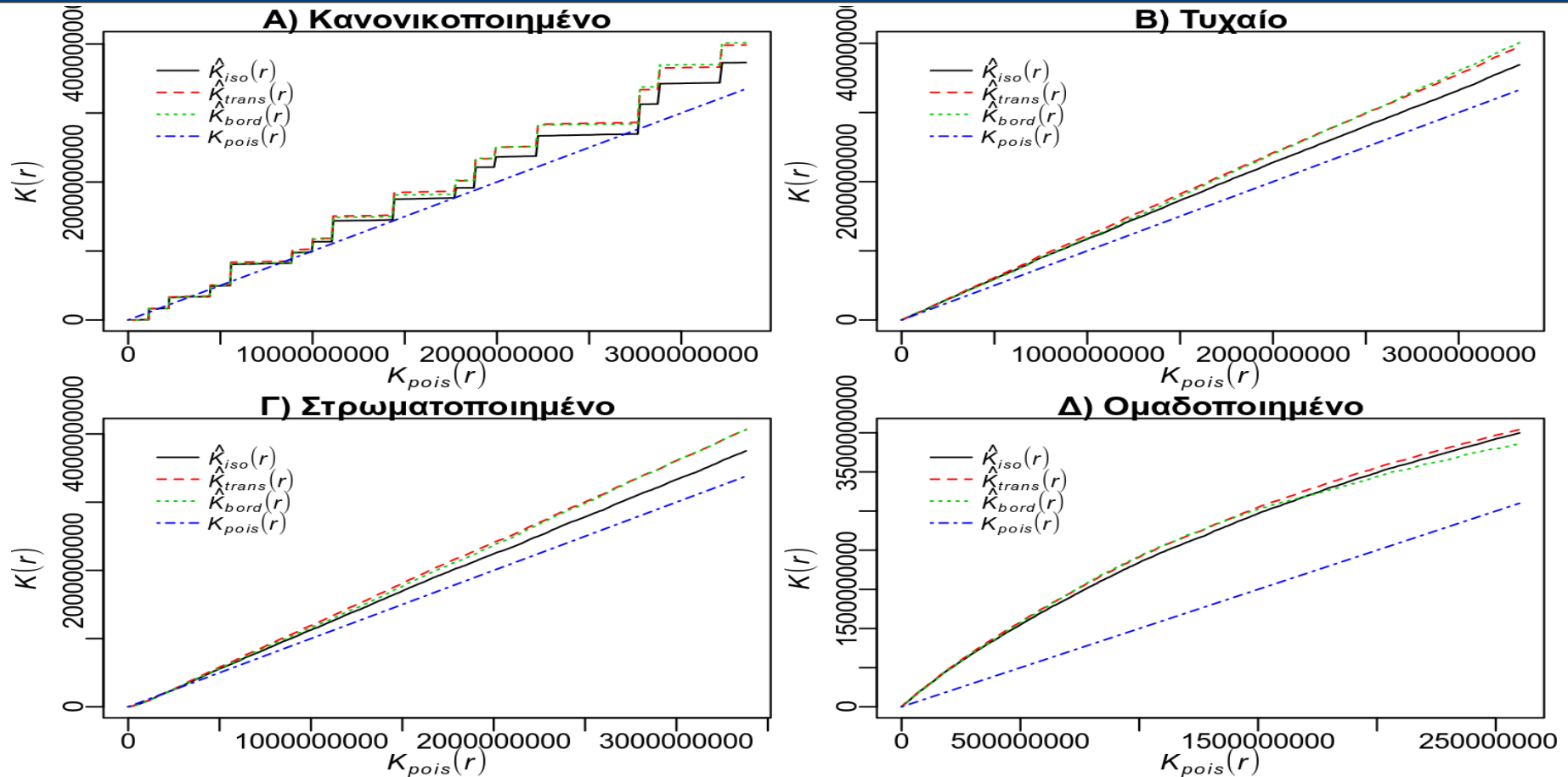
Εικόνα 5.6: Οπτικοποίηση της σχέσης μεταξύ $G(r)$ και απόστασης r “πλησιέστερου γείτονα”



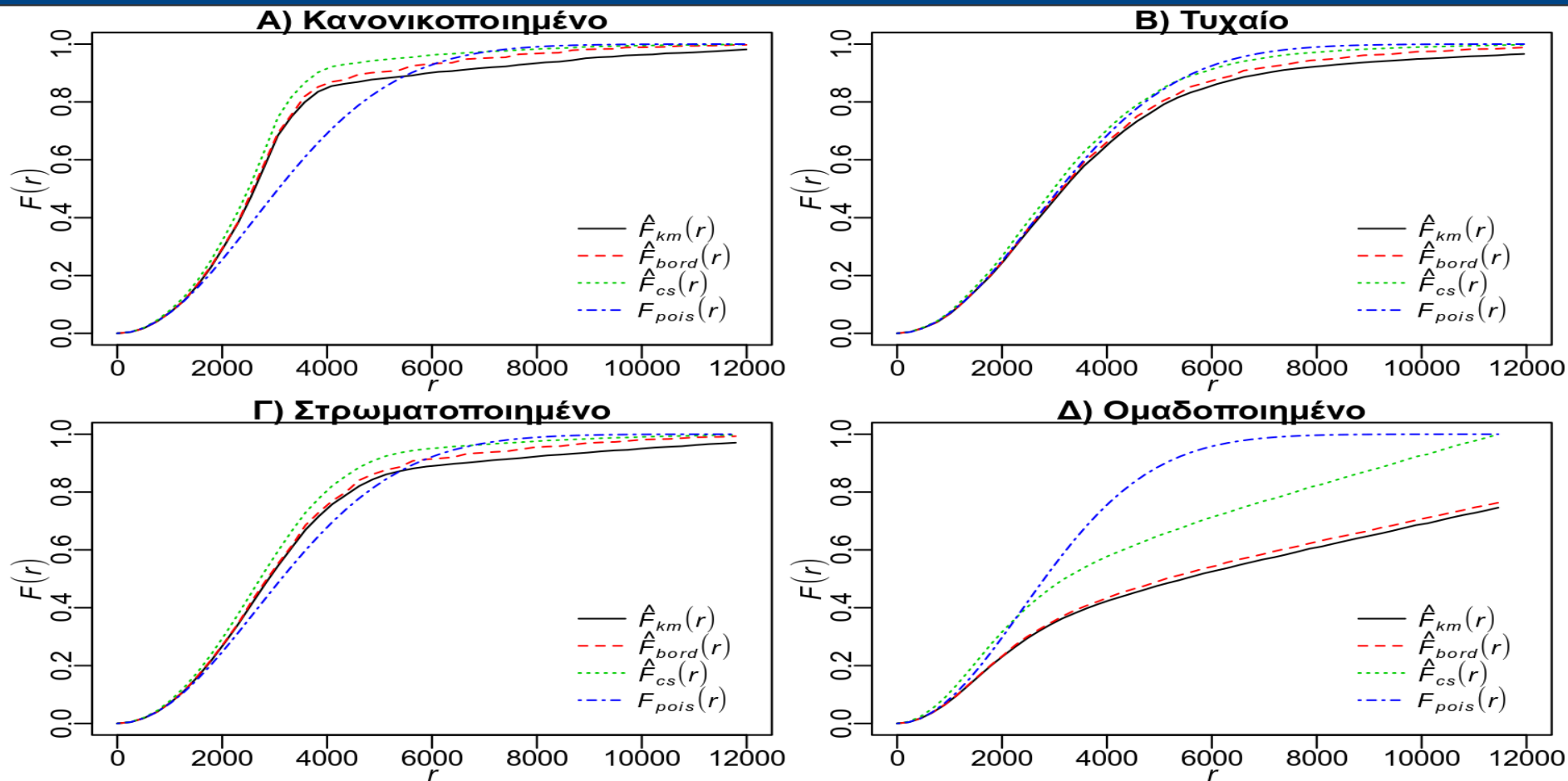
Εικόνα 5.7: Οπτικοποίηση τύπου “Percentile-Percentile” μεταξύ $G(r)$ και της Θεωρητικής Κατανομής Poisson $G_{pois}(r)$



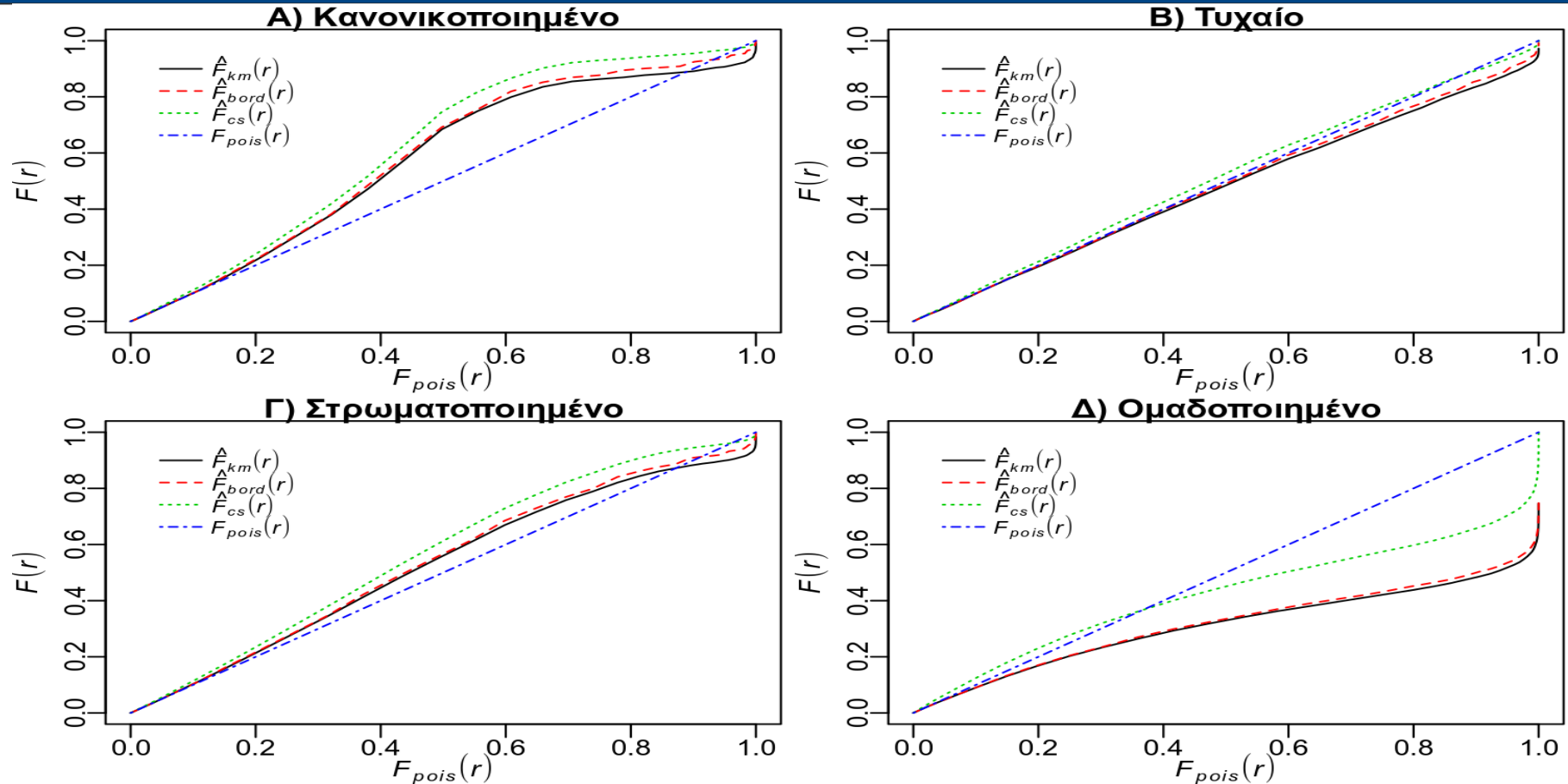
Εικόνα 5.8: Οπτικοποίηση της σχέσης μεταξύ $K(r)$ και ακτίνας κύκλου r



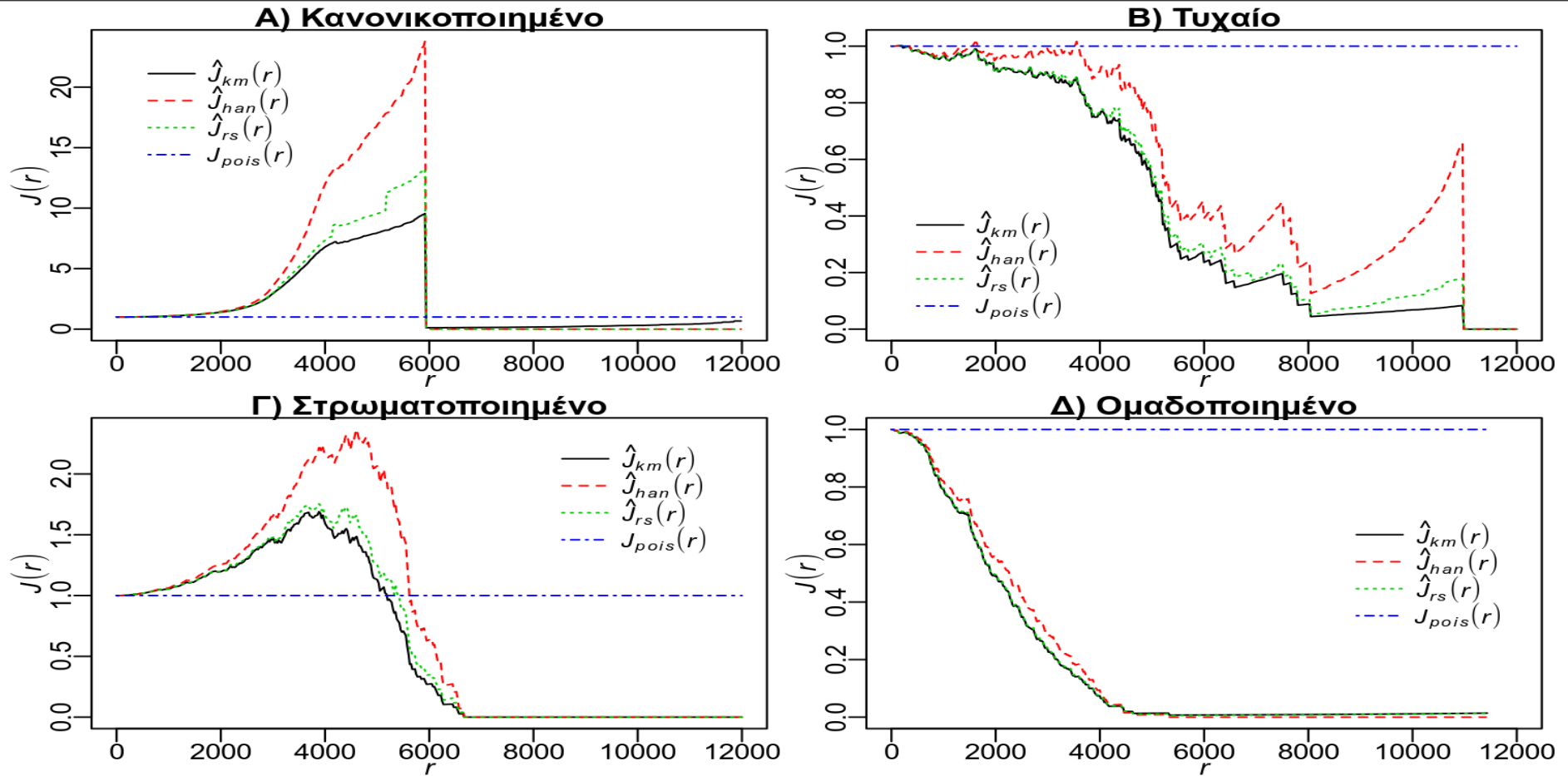
Εικόνα 5.9: Οπτικοποίηση τύπου “Percentile-Percentile” μεταξύ $K(r)$ και Θεωρητικής Κατανομής Poisson $K_{pois}(r)$



Εικόνα 5.10: Οπτικοποίηση της σχέσης μεταξύ $F(r)$ και απόστασης πλησιέστερου γείτονα r



Εικόνα 5.11: Οπτικοποίηση τύπου “Percentile-Percentile” μεταξύ $F(r)$ και Θεωρητικής Κατανομής Poisson $F_{pois}(r)$



Εικόνα 5.12: Οπτικοποίηση της σχέσης μεταξύ $J(r)$ και απόστασης πλησιέστερου γείτονα r

- Εργαστήριο A5





dimitrisk@aegean.gr

facebook

Dimitris Kavroudakis



Dimitris Kavroudakis



dimitris_k



Instagram

d_kavroudakis



dimitriskavroudakis

Δρ. Δημήτρης Καβρουδάκης
Αν. Καθηγητής Γεωγραφικής
Ανάλυσης

www.dimitrisk.gr

