



Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Χωρική Ανάλυση

Ενότητα 3: Κέντρο & διασπορά χωρικής κατανομής σημειακού προτύπου

Κυριακίδης Φαίδων

Τμήμα Γεωγραφίας

Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.

Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Κέντρο και Διασπορά Χωρικού Σημειακού Προτύπου

Φαίδων Κυριακίδης

Καθηγητής

phkyriakidis@geo.aegean.gr



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
Λόφος Πανεπιστημίου, 81100 Μυτιλήνη

Χωρική Ανάλυση

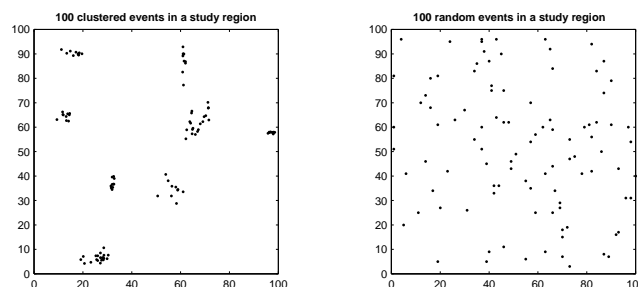
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

Εισαγωγή

Χωρικό Σημειακό Πρότυπο



Σύνολο σημειακών θέσεων με καταγεγραμμένα συμβάντα, π.χ., θέσεις δέντρων, θέσεις εκδήλωσης νόσου ή εγκληματικής ενέργειας



Για το μάθημα αυτό:

- ▶ βασική παραδοχή: όλες οι θέσεις συμβάντων έχουν καταγραφεί
- ▶ αντικείμενο ανάλυσης: θέση συμβάντων κι όχι άλλες ιδιότητες που έχουν τυχόν καταμετρηθεί στις θέσεις εκδήλωσης

Στόχος μαθήματος

Επισκόπηση εργαλείων της περιγραφικής στατιστικής για τον προσδιορισμό της κεντρικής τάσης και του εύρους της χωρικής εξάπλωσης συμβάντων



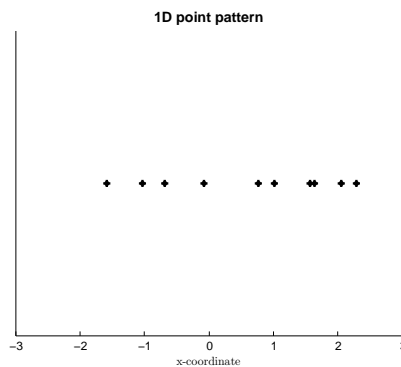
Μονοδιάστατο Σημειακό Πρότυπο

Σημειακά συμβάντα

Σύνολο N θέσεων συμβάντων που καταγράφηκαν σε ένα διάστημα D :

$$\{x_i, i = 1, \dots, N\}, \quad x_i \in D$$

όπου x_i είναι η συντεταγμένη της θέσης του συμβάντος i



Αναλογία με μονομεταβλητή κατανομή

Σε μία διάσταση, η χωρική κατανομή συμβάντων είναι ταυτόσημη με την κατανομή της μεταβλητής x , δηλαδή των τιμών των συντεταγμένων x_i που μετρήθηκαν για κάθε συμβάν

Διδιάστατο Σημειακό Πρότυπο

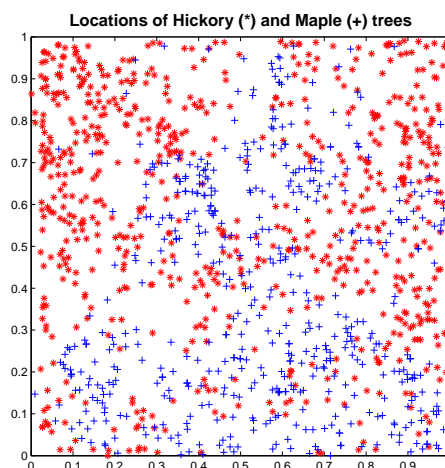


Σημειακά συμβάντα

Σύνολο N θέσεων συμβάντων που καταγράφηκαν σε μια περιοχή μελέτης D :

$$\{\mathbf{u}_i, i = 1, \dots, N\}, \quad \mathbf{u}_i \in D$$

όπου $\mathbf{u}_i = (x_i, y_i)$ είναι το διάνυσμα συντεταγμένων της θέσης του συμβάντος i



Αναλογία με διμεταβλητή κατανομή (διασπορόγραμμα)

Στις 2 διαστάσεις, η χωρική κατανομή συμβάντων είναι ταυτόσημη με τη διμεταβλητή κατανομή των τιμών (ζευγών) συντεταγμένων x_i, y_i που μετρήθηκαν σε κάθε θέση \mathbf{u}_i



Κεντρικότητα Σημειακού Χωρικού Προτύπου

Ζητούμενο

Εύρεση σημείου στο χάρτη, το οποίο αντιστοιχεί στο κέντρο ή μέσο της χωρικής κατανομής των συμβάντων

Απάντηση

Δεν υπάρχει μια μοναδική απάντηση στο παραπάνω ζητούμενο. Ανάλογα με τον τρόπο ορισμού της έννοιας του κέντρου ή μέσου υπάρχουν εναλλακτικές απαντήσεις :

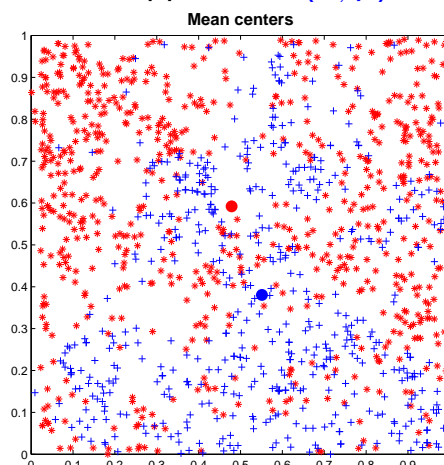
- ▶ χωρικός μέσος
- ▶ χωρικός διάμεσος (Manhattan ή Ευκλείδιος)
- ▶ σταθμισμένες μορφές των παραπάνω όταν οριστούν βάρη για τα σημεία

Αριθμητικός Χωρικός Μέσος



Ορισμός

Σημείο με συντεταγμένες (x_M, y_M) που είναι οι μέσοι όροι \bar{x}, \bar{y} των επιμέρους συντεταγμένων x, y των θέσεων N συμβάντων: $(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right)$



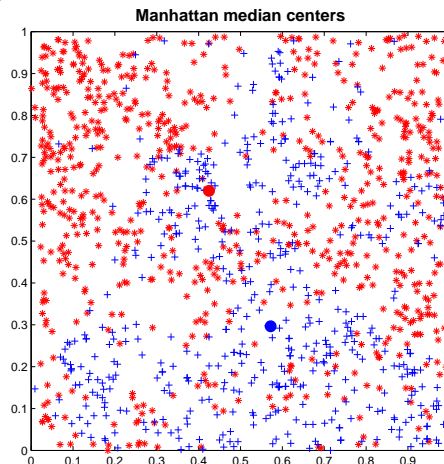
- ▶ κεντρικό σημείο ενός χωρικού σημειακού προτύπου που μπορεί να υπολογιστεί για διάφορες υπο-περιοχές, ή χρονικές στιγμές, ή κλάσεις μιας τρίτης μεταβλητής, π.χ., τύπος δέντρου
- ▶ η θέση του επηρεάζεται εύκολα από απομακρυσμένα συμβάντα
- ▶ σταθμισμένη μορφή: $\bar{x}_W = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$, και ανάλογα για το \bar{y}_W



Χωρικός Διάμεσος

Ορισμός

Σημείο με συντεταγμένες (x_{Δ}, y_{Δ}) που είναι οι διάμεσοι $x_{0.5}, y_{0.5}$ των επιμέρους συντεταγμένων x, y των θέσεων N συμβάντων. Η τιμή $x_{0.5}$, π.χ., είναι το 50ο ποσοστημόριο της κατανομής των N συντεταγμένων x που αντιστοιχούν στα N συμβάντα. Μια γραμμή από το x_{Δ} παράλληλη με τον άξονα των Ψ αφήνει μισά συμβάντα στα αριστερά της



- ▶ διαφορετική (από αυτή του χωρικού μέσου) έννοια (λιγότερο ευαίσθητη από απομακρυσμένα συμβάντα) του κέντρου ή μέσου ενός χωρικού προτύπου
- ▶ ο χωρικός διάμεσος δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένος, γιατί η θέση του μεταβάλλεται αν περιστρέψουμε το σύστημα συντεταγμένων

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Ανάλυση

Κέντρο & Διασπορά Σημειακού Προτύπου

7 / 16

Χωρική Κεντρικότητα

Ιδιότητες Μέσου Όρου και Διάμεσου



Μέσος όρος

Η τιμή x_M της μεταβλητής X , για την οποία η συνολική τετραγωνική απόκλιση μεταξύ της τιμής αυτής και των N τιμών x_i στο δείγμα είναι ελάχιστη:

$$\sum_{i=1}^N (x_i - x_M)^2 = \min$$

Όμως: $\sum_{i=1}^N (x_i - x_M) = 0$

Διάμεσος

Η τιμή x_{Δ} της μεταβλητής X , για την οποία η συνολική απόλυτη απόκλιση μεταξύ της τιμής αυτής και των N τιμών x_i στο δείγμα είναι ελάχιστη:

$$\sum_{i=1}^N |x_i - x_{\Delta}| = \min$$

Οι παραπάνω ιδιότητες μπορούν να γενικευθούν και στην περίπτωση δύο μεταβλητών X και Y , δηλαδή σε δύο διαστάσεις, αφού πρώτα οριστεί η έννοια της απόστασης μεταξύ δύο σημείων



Απόσταση Μεταξύ Δύο Σημείων

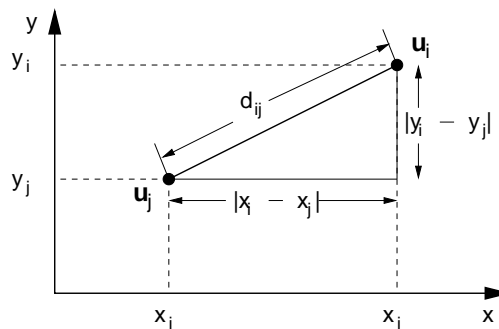
Ένα μέτρο "εγγύτητας" μεταξύ δύο σημείων $\mathbf{u}_i = (x_i, y_i)$ και $\mathbf{u}_j = (x_j, y_j)$

Ευκλείδεια απόσταση

$$d_{ij}^E = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Απόσταση Manhattan

$$d_{ij}^M = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$$



Υπάρχει και η γενικευμένη απόσταση Minkowski, υπο-περιπτώσεις της οποίας αποτελούν η Ευκλείδεια και η Manhattan αποστάσεις

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Ανάλυση

Κέντρο & Διασπορά Σημειακού Προτύπου

9 / 16

Χωρική Κεντρικότητα

Σχέση Μεταξύ Απόστασης, Χωρικού Μέσου και Χωρικού Διάμεσου



Χωρικός μέσος

Το σημείο με συντεταγμένες x_M, y_M για το οποίο η συνολική Ευκλείδεια τετραγωνική απόσταση μεταξύ του σημείου αυτού και των N θέσεων συμβάντων (x_i, y_i) είναι ελάχιστη:

$$\sum_{i=1}^N [(x_i - x_M)^2 + (y_i - y_M)^2] = \min$$

Χωρικός Manhattan διάμεσος

Το σημείο με συντεταγμένες x_Δ, y_Δ για το οποίο η συνολική Manhattan απόσταση μεταξύ του σημείου αυτού και των N θέσεων συμβάντων (x_i, y_i) είναι ελάχιστη:

$$\sum_{i=1}^N [|x_i - x_\Delta| + |y_i - y_\Delta|] = \min$$



Χωρικός Ευκλείδιος Διάμεσος

Ορισμός

Το σημείο με συντεταγμένες $x_{\Delta E}, y_{\Delta E}$ για το οποίο η συνολική Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ του σημείου αυτού και των N θέσεων συμβάντων (x_i, y_i) είναι ελάχιστη:

$$\sum_{i=1}^N \sqrt{(x_i - x_{\Delta E})^2 + (y_i - y_{\Delta E})^2} = \min$$

Σημειώσεις

- ▶ υπολογίζεται επαναληπτικά (iteratively) αρχίζοντας από ένα σημείο (συνήθως το χωρικό μέσο)
- ▶ όταν χρησιμοποιούνται βάρη, ή εύρεση του σταθμισμένου Ευκλείδιου διάμεσου, δηλαδή του σημείου που ελαχιστοποιεί την εξίσωση $\sum_{i=1}^N w_i \sqrt{(x_i - x_{\Delta E})^2 + (y_i - y_{\Delta E})^2}$, αποτελεί τη λύση ενός κλασικού προβλήματος χωροθέτησης (πρόβλημα του Weber): εύρεση της βέλτιστης θέσης ενός εργοστασίου ή υπηρεσίας έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το ολικό κόστος μεταφοράς αγαθών ή ανθρώπων (ο όγκος αγαθών ή ο πληθυσμός αντιστοιχούν στα βάρη w_i)

Διασπορά Σημειακού Χωρικού Προτύπου



Ζητούμενο

Υπολογισμός (και γραφική απεικόνιση) ενός μέτρου που να ποσοτικοποιεί τη χωρική διασπορά συμβάντων, αναφορικά πάντα με ένα συγκεκριμένο "κεντρικό" σημείο

Απάντηση

Δεν υπάρχει μια μοναδική απάντηση στο παραπάνω ζητούμενο. Ανάλογα με τον τρόπο ορισμού της έννοιας της διασποράς, δηλαδή ανάλογα με το επιλεγμένο "κεντρικό" σημείο και με τον τρόπο υπολογισμού της "απόστασης" των συμβάντων από το "κεντρικό" σημείο, υπάρχουν εναλλακτικές απαντήσεις:

- ▶ γενίκευση της έννοιας της διακύμανσης σε 2 διαστάσεις (τυπική απόσταση)
- ▶ γενίκευση της έννοιας του ενδοτεταρτημοριακού εύρους στις 2 διαστάσεις
- ▶ έλλειψη τυπικής απόκλισης (όταν η διασπορά διαφέρει στους 2 άξονες)
- ▶ σταθμισμένες μορφές των παραπάνω όταν οριστούν βάρη για τα σημεία



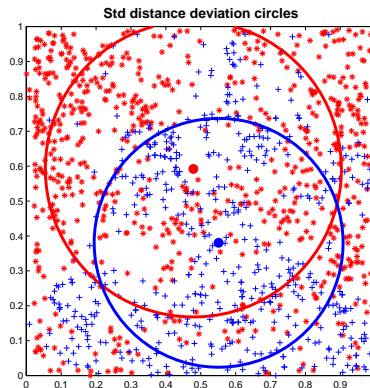
Τυπική Απόσταση

Ορισμός

Τετραγωνική ρίζα της μέσης τετραγωνικής απόκλισης των N θέσεων συμβάντων (x_i, y_i) από το χωρικό μέσο x_M, y_M :

$$TA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(x_i - x_M)^2 + (y_i - y_M)^2]}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_{iM}^2}{N}}$$

όπου $d_{iM}^2 = (x_i - x_M)^2 + (y_i - y_M)^2$ είναι η τετραγωνική απόκλιση μεταξύ του συμβάντος (x_i, y_i) και του χωρικού μέσου (x_M, y_M)



- ▶ μεγαλύτερη τιμή TA υποδηλώνει πιο διεσπαρμένα συμβάντα
- ▶ η τιμή της TA επηρεάζεται εύκολα από απομακρυσμένα συμβάντα
- ▶ σταθμισμένη μορφή: $TA_W = \frac{\sum_{i=1}^N w_i d_{iM}^2}{\sum_{i=1}^N w_i}$

Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Διασπορά

Κέντρο & Διασπορά Σημειακού Προτύπου

13 / 16

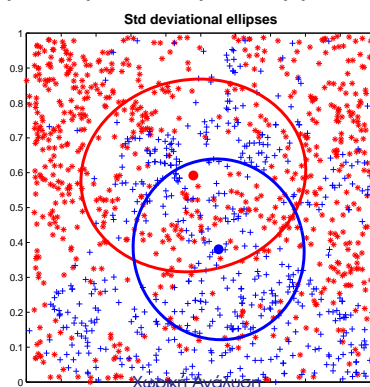
Χωρική Διασπορά

Έλλειψη Τυπικής Απόκλισης (ETA)



Βασικές Έννοιες

- ▶ η TA υπολογίζεται και ως: $TA = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$, όπου s_x και s_y είναι οι τυπικές αποκλίσεις των N συντεταγμένων x_i και των N συντεταγμένων y_i των συμβάντων. Αυτό υποδηλώνει ότι μπορεί να υπάρχει διαφορετική διασπορά των συμβάντων στον άξονα των X απ' ότι στον άξονα των Y , και ότι η TA δεν αποκαλύπτει αυτή τη διαφορά (αν υπάρχει)
- ▶ κατασκευή ETA: (1) υπολογισμός της γωνίας κλίσης μιας νοητής ευθείας γραμμής που προσαρμόζεται στο διδιάστατο διασπορόγραμμα των συμβάντων, όπως στη γραμμική παλινδρόμηση μεταξύ δύο μεταβλητών, (2) περιστροφή του συστήματος αξόνων με βάση την παραπάνω γωνία και υπολογισμός νέων τυπικών αποκλίσεων στους 2 καινούριους άξονες, και (3) σχεδίαση έλλειψης με τον κύριο άξονα στη διεύθυνση της νοητής προσαρμοσμένης γραμμής με μήκος ίσο με τη νέα τυπική απόκλιση. Σημείωση: η ETA (σταθμισμένη ή μη) μπορεί να αποκαλύψει διαφορετική διασπορά συμβάντων σε διαφορετικές διευθύνσεις



Φ. Κυριακίδης (Παν. Αιγαίου)

Χωρική Διασπορά

Κέντρο & Διασπορά Σημειακού Προτύπου

14 / 16



Βασικά Σημεία Διάλεξης I

Χωρικά συμβάντα και διασπορόγραμμα

- ▶ ένα σημειακό χωρικό πρότυπο, δηλαδή οι θέσεις N συμβάντων στο γεωγραφικό χώρο, μπορεί να θεωρηθεί ανάλογο ενός διασπορογράμματος μιας διμεταβλητής κατανομής N ζευγών μετρήσεων, π.χ., του διασπορογράμματος N μετρήσεων θερμοκρασίας και υψομέτρου σε N σταθμούς παρατήρησης
- ▶ στην περίπτωση των γεωγραφικών συμβάντων, οι συντεταγμένες των θέσεων τους αντιστοιχούν (ανάλογα με την προβολή) σε γεωγραφικό μήκος και πλάτος. Στην περίπτωση του διασπορογράμματος ζευγών μετρήσεων θερμοκρασίας και υψομέτρου, αντίθετα, οι συντεταγμένες των σημείων αντιστοιχούν στις μετρήσεις των δύο μεταβλητών (χώρος των μεταβλητών)
- ▶ κατά συνέπεια, η πρώτη προσέγγιση στην ανάλυση χωρικών προτύπων εμπεριέχει την επέκταση και εφαρμογή βασικών στατιστικών (μέσος όρος, διάμεσος, τυπική απόκλιση) από το χώρο των 2 μεταβλητών στο διδιάστατο γεωγραφικό χώρο

Βασικά Σημεία Διάλεξης II



Χωρική κεντρικότητα συμβάντων

- ▶ υπολογισμός του κέντρου των συμβάντων, ή αλλιώς ενός σημείου που περιγράφει καλύτερα το κέντρο της χωρικής κατανομής των συμβάντων
- ▶ υπάρχουν διάφορα τέτοια σημεία: χωρικός μέσος, χωρικός διάμεσος (ανάλογα με την τυπολογία της απόστασης – Ευκλείδεια ή Manhattan), σταθμισμένα ή όχι

Χωρική διασπορά συμβάντων

- ▶ υπολογισμός της χωρικής εξάπλωσης συμβάντων, ή αλλιώς ενός αριθμού που περιγράφει καλύτερα τη χωρική διασπορά των συμβάντων
- ▶ υπάρχουν διάφορα τέτοια στατιστικά: τυπική απόσταση (από το χωρικό μέσο), ενδοτεταρτημοριακό εύρος (απόκλιση από το χωρικό διάμεσο), σταθμισμένα ή όχι

Ο υπολογισμός και η απεικόνιση της κεντρικής θέσης, σε συνδιασμό με την έλλειψη τυπικής απόκλισης ή τον κύκλο τυπικής απόστασης, χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της χωρικής κατανομής συμβάντων σε διάφορες υπο-περιοχές, σε διάφορες χρονικές στιγμές, ή σε διάφορες κλάσεις μια τρίτης μεταβλητής που καταγράφηκαν στις θέσεις των συμβάντων, π.χ., τύπος δέντρου

Σημείωση: Οι παραπάνω έννοιες συνοψίζονται σε 2 αριθμούς, και αποτελούν μόνο μια περιληπτική (κι όχι διεξοδική) περιγραφή ενός χωρικού σημειακού προτύπου