



# Πανεπιστήμιο Αιγαίου

---

## Οικονομική του Χώρου

Ενότητα: Συναρτήσεις Παραγωγής

Κορρές Γεώργιος

Τμήμα Γεωγραφίας

---

## Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

1. Σκοποί ενότητας .....	4
2. Περιεχόμενα ενότητας .....	4
2.1 Συναρτήσεις Παραγωγής .....	4
2.1.1 Η Υπερβατική Συνάρτηση (Translog Function) .....	15
2.1.2 ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΘΥΜΑΣΤΕ:.....	30
2.1.3 Επαναληπτικές Ερωτήσεις .....	32

# 1. Σκοποί ενότητας

## 2. Περιεχόμενα ενότητας

### 2.1 Συναρτήσεις Παραγωγής

Η ιδέα μιας παραγωγικής συνάρτησης έχει χρησιμοποιηθεί προ πολλού στη θεωρητική θεματογραφία. Στην πρώτη έκδοση ενός πολύ γνωστού κειμένου : «Οι Αρχές της Οικονομίας» του 1980, ο Alfred Marshall έχει τονίσει τις θεωρητικές σχέσεις μεταξύ παραγωγικής συνάρτησης και συντελεστή ζήτησης, ωστόσο η εμπειρική ανάλυση υστερεί σημαντικά σε σχέση με τη θεωρητική ανάπτυξη.

Ο Paul Douglas εστίασε την προσοχή του στην εξήγηση της παραγωγικότητας της εργασίας σε σχέση με το μισθό και τις υπερωρίες. Ήθελε να εξετάσει την θεωρία της οριακής παραγωγής. Το σημαντικό ζήτημα για εκείνον ήταν εάν η εργασιακή αμοιβή ήταν ανάλογη με τα όρια της παραγωγής. Ο Cobb και ο Douglas υπέθεσαν ότι η παραγωγή χαρακτηρίζεται από συνεχείς αποδόσεις κλίμακας.

Αυτοί συσχέτισαν εμπειρικά σε ένα λογαριθμικό τύπο την προστιθέμενη αξία των εκροών με την αξία των εισροών, του κεφαλαίου και της εργασίας, για τη βιομηχανική παραγωγή της Αμερικής, στηριζόμενοι σε ετήσια δεδομένα για την περίοδο 1899-1922.

$$\ln Y = \ln A + \alpha_K \ln K + \alpha_L \ln L$$

όπου Y είναι η εκροή (προστιθέμενη αξία) και K, L αντιστοίχηση κεφαλαίου και εργασίας.

Η προϋπόθεση των συνεχών αποδόσεων κλίμακας (ή διαφορετικά η ομοιογένεια του Πρώτου βαθμού) συνεπάγεται περιορισμούς για τις παραμέτρους  $\alpha_K + \alpha_L = 1$  Επανατακτοποιώντας την παραπάνω λογαριθμική εξίσωση της παραγωγικότητας της εργασίας με το λόγο κεφάλαιο προς εργασία (κεφάλαιο/εργασία - K/L) έχουμε :

$$\ln(Y/L) = \ln A + \alpha_K \ln(K/L)$$

Ο αντίστοιχος μη λογαριθμικός τύπος, με συνεχείς αποδόσεις κλίμακας, η οποία χρησιμοποιείται για εμπειρική εφαρμογή έχει την ακόλουθη μορφή :

$$Y = A K^\alpha L^{1-\alpha}$$

Επανατακτοποιώντας την παραπάνω λογαριθμική εξίσωση και παίρνοντας τα μερικά παράγωγα του Y με συσχέτιση με το K και L και εξισώνοντας τα οριακά προϊόντα με τις πραγματικές τιμές των εισροών και λύνοντας αυτή θα έχουμε:

$$\alpha_K = \frac{P_K K}{PY}$$

και

$$\alpha_L = 1 - \alpha_K = \frac{P_L L}{PY}$$

Ο Cobb-Douglas υποστήριξε ότι εάν οι αγορές ήταν ανταγωνιστικές, εάν τα οριακά προϊόντα παραγωγής εξισώνονταν με τις πραγματικές τιμές και εάν η τεχνολογία ακολουθεί τη συνεχή απόδοση κλίμακας, τότε οι ελάχιστοι τετραγωνικοί υπολογισμοί των παραμέτρων  $\alpha_K$  και  $\alpha_L$  θα είναι περίπου ίσοι με την αξία των μεριδίων του κεφαλαίου και της εργασίας. Άλλοι οικονομολόγοι ενδιαφέρθηκαν περισσότερο για τη μέτρηση των ελαστικότητων υποκατάστασης και καθόρισαν την ελαστικότητα της υποκατάστασης μεταξύ του κεφαλαίου και της εργασίας ως ακολούθως :

$$\sigma = \frac{\partial \ln(K/L)}{\partial \ln(F_L/F_K)} = \frac{\partial \ln(K/L)}{\partial \ln(P_L/P_K)}$$

όπου :  $F_K$  και  $F_L$  είναι αντιστοίχως τα οριακά προϊόντα του κεφαλαίου και της εργασίας.

Για τον Cobb-Douglas η συνάρτηση των ελαστικότητων υποκατάστασης ( $\sigma$ ) είναι ίση με το ενιαίο σύνολο.

Η πρώτη εμπειρική εργασία που επιχείρησε να μετρήσει την ελαστικότητα της υποκατάστασης μεταξύ των εισροών χρησιμοποιώντας τη θεωρία του κόστους και παραγωγής ήταν του Ragnar Frisch, ο οποίος υπολόγισε ένα συντελεστή αντικατάστασης (το λόγο των οριακών παραγώγων) μεταξύ των εισροών.

Αργότερα ακολούθησε μια επέκταση των λειτουργιών του Cobb-Douglas την οποία παρουσίασαν οι Kenneth Arrow, Hollis Chenery, Bagicha Minhas, και Robert Solow. Στο υπόδειγμά τους αυτοί προσπάθησαν να ερευνήσουν σε ποιον λειτουργικό τύπο η ελαστικότητα της υποκατάστασης ( $\sigma$ ) θα είναι σταθερή αλλά όχι βεβιασμένη στο σύνολο. Κατέληξαν στην παρακάτω εξίσωση:

$$\ln(K/L) = \text{σταθερή} + \sigma \ln(F_K/F_L)$$

όπου ο δεύτερος όρος ( $F_K/F_L$ ) υποδηλώνει τον οριακό βαθμό αντικατάστασης.

Η παραπάνω συνάρτηση δείχνει την γνωστή σταθερή ελαστικότητα της υποκατάστασης (CES) της παραγωγικής συνάρτησης με συνεχείς αποδόσεις κλίμακας και έχει ως ακολούθως:

$$Y = A[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

όπου η ελαστικότητα της υποκατάστασης  $\sigma = 1/(1+\rho)$ .

Στην πραγματικότητα η σταθερή ελαστικότητα της υποκατάστασης (CES) της παραγωγικής συνάρτησης έχει εμφανισθεί θεματογραφία 25 χρόνια νωρίτερα από

την παραγωγική συνάρτηση των Cobb-Douglas. Η σταθερή ελαστικότητα της υποκατάστασης (CES) της παραγωγικής συνάρτησης έχει προέλθει από την ανάλυση των απαιτήσεων των καταναλωτών (ζήτηση). Ο Abraham Bergson χρησιμοποιούσε την εξής συνάρτηση:

$$Y^{-\rho} = A \left( \sum_{i=1}^n \delta_i X_i^{-\rho} \right)$$

Ο Nerlove υπολόγισε τρεις εισροές στο λειτουργικό κόστος (κεφαλαίου, εργασίας και πρώτων υλών) με μη σταθερή απόδοση κλίμακας. Η εμπειρική του ανάλυση δείχνει ότι οι αποδόσεις κλίμακας ήταν μάλλον αυξανόμενες παρά σταθερές. Ωστόσο ο Nerlove δεν ήταν ικανοποιημένος με την περιορισμένη αντίληψη του Cobb-Douglas συνάρτηση σύμφωνα με την οποία οι ελαστικότητες της υποκατάστασης απαιτούν να είναι ίσες με το ενιαίο σύνολο και τη συνεχή ελαστικότητα της υποκατάστασης (CES), η οποία υποδηλώνει μερικούς άλλους περιορισμούς για τις ελαστικότητες της υποκατάστασης και απαιτεί να είναι συνεχείς και ίσες μεταξύ του.

Ο Lucas et al προσπάθησε να επανασυνδέσει τα φαινομενικά διαχωρισμένα διακλαδικά (ή διαστρωματικά) δεδομένα και τις χρονολογικές σειρές που υπολογίζιουν την ελαστικότητα της υποκατάστασης ( $\sigma$ ).

Το 1961 ο Earl Heady και John Dillon στο βιβλίο τους «Η Αγροτική Παραγωγική Συνάρτηση» πειραματίστηκαν με τις σε σειρές επέκτασης του Taylor και παρουσίασαν ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού σε λογάριθμους, το οποίο πρόσθεσε μια δευτεροβάθμια εξίσωση και διακλαδικά δεδομένα στη συνάρτηση του Cobb-Douglas. Αυτοί προϋπολόγισαν την παραγωγική συνάρτηση κατευθείαν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ελάχιστης τετραγωνικής ρίζας και ονόμασαν αυτή τη διαδικασία της παραγωγικής συνάρτησης ταιριαστό περίγραμμα. Παρουσίασαν τις ελάχιστες προϋπολογιστικές ρίζες μιας τετραγωνικής ρίζας και αυτή η μετατροπή περιελάμβανε σαν ειδική περίπτωση τη γενικευμένη γραμμική παραγωγική συνάρτηση, την οποία παρουσίασε ο Erwin Diewert το 1971. Ο γενικευμένος λειτουργικός τύπος του Leontief ήταν θεωρητικά η πρώτη του διπλού κόστους και παραγωγής.

Ο Daniel McFadden συγκέντρωσε την προσοχή του στη θεωρία και τις εφαρμογές της δυαδικότητας στην παραγωγή. Εξέτασε αμφότερα δηλαδή τη χρήση της θεωρίας της δυαδικότητας και το πρόβλημα της γενίκευσης περισσότερων ελαστικών, λειτουργικών τύπων με περισσότερα από δύο ή τρεις εισροές και λιγότερους περιοριστικούς τύπους από του Cobb-Douglas και της σταθερής ελαστικότητας των εξειδικευμένων υποκατάστατων.

Πολλά άλλα εμπειρικά αποτελέσματα έχουν δημοσιευθεί στη θεματογραφία. Το 1971 ο Nerlove είχε εξετάσει πολλά εμπειρικά πορίσματα και το 1973 ο Berndt είχε συνοψίσει πρόσθετα εμπειρικά πορίσματα.

Μια δεκαετία αργότερα, το 1970 οι Laurits Christensen, Dale W. Jorgenson Lawrence J. Lau παρουσίασαν έναν ελαστικό παραγωγικό τύπο « τη μακροχρόνια παραγωγική συνάρτηση». Ένας τύπος, ο οποίος δεν θέτει περιορισμούς στην ελαστικότητα της υποκατάστασης. Η μακροχρόνια συνάρτηση ήταν μια δεύτερη

τακτοποίηση των σειρών δεδομένων σε λογάριθμους, του Taylor, και ήταν ακριβώς όμοια με την παραγωγική συνάρτηση την οποία είχε εξετάσει ο Heady μερικές δεκαετίες νωρίτερα.

Τελευταία οι Boskin και Lau παρουσίασαν έναν άλλο ελαστικό λειτουργικό τύπο « μετά-παραγωγική συνάρτηση», η οποία είναι μια επέκταση της μακροχρόνιας παραγωγικής συνάρτησης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί με τη μέθοδο του Μείγματος δεδομένων (συνδυασμός χρονολογικών σειρών και δια-κλαδικών δεδομένων). Αυτός ο λειτουργικός τύπος δεν θέτει άμεσους περιορισμούς στις δυνατότητες υποκατάστασης των εισροών στην παραγωγή. Επίσης επιτρέπει στις οικονομίες κλίμακας να ποικίλουν ανάλογα το επίπεδο των εκροών. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι (ουσιώδες) απαραίτητο για να επιτρέψει στην καμπύλη κόστους της μονάδος να επιτύχει το κλασσικό σχήμα.

Οι εφαρμογές της οικονομετρίας του κόστους και της παραγωγικής συνάρτησης διαφέρουν στις προϋποθέσεις τους. Στην παλινδρόμηση της παραγωγικής συνάρτησης οι εκροές είναι ενδογενείς και οι εισερχόμενες ποσότητες είναι εξωγενείς. Στη διπλή συνάρτηση του κόστους, το κόστος της παραγωγής και οι εισαγόμενες (εισερχόμενες) ποσότητες είναι ενδογενείς. Όταν οι τιμές των εκροών και εισροών μπορούν να θεωρηθούν ως εξωγενείς, τότε είναι καλύτερα να χρησιμοποιηθεί μια συνάρτηση κόστους, η οποία έχει τιμές εισροών σαν παλινδρομικές παρά μια παραγωγική συνάρτηση της οποίας οι εισερχόμενες ποσότητες είναι οι σωστές μεταβλητές.

Η εμπειρική εξέταση των σχέσεων του προϋπολογιστικού κόστους και των σχέσεων της παραγωγικής συνάρτησης έχει μακρά ιστορία, προσπαθώντας να εξηγηθεί η μέση εργασιακή παραγωγικότητα, οι σχέσεις μεταξύ εισροών και εκροών, να υπολογισθεί η ελαστικότητα της υποκατάστασης των εισροών και τέλος να υπολογισθούν οι αποδόσεις κλίμακας.

Οι παράμετροι της παραγωγικής συνάρτησης μπορούν αμέσως να επανέλθουν μέσω του προϋπολογισμού της ζήτησης με τις ισότητες, οι οποίες πηγάζουν από τη διπλή συνάρτηση του κόστους.

Η εμπειρική ανάλυση των απαιτήσεων σε εισροές καθώς και του προτύπου της υποκατάστασης των εισροών δίνει ένα παράδειγμα των δυνατών δεσμών μεταξύ της οικονομετρικής θεωρίας και της οικονομετρικής εφαρμογής. Οι μέθοδοι των οικονομετρικών, τις οποίες χρησιμοποιούμε διαπραγματευόμενοι τον υπολογισμό των παραμέτρων με συστήματα εξισώσεων.

Επιπλέον η εφαρμογή της συνάρτησης κόστους ενός πολυπροϊόντος μπορεί να επιτρέψει μια πλουσιότερη ανάλυση των επιδράσεων στα κόστη και των απαιτήσεων των επιχειρήσεων για διάφορες αλλαγές στη σύνθεση και το ύψος της εκροών.

Μερικά πρόσφατα παραδείγματα εμπειρικών εφαρμογών της συνάρτησης του κόστους ενός πολυπροϊόντος μπορεί να βρεθεί μεταξύ άλλων και στην εργασία των Douglas Caves και Lauritis Christensen.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να προσεγγίσουμε τον υπολογισμό της παραγωγικής συνάρτησης και της τεχνολογικής προόδου (ανάπτυξης). Στόχος της παραγράφου

αυτής είναι να εξετάσουμε τη φύση της τεχνολογικής εξέλιξης και των βιομηχανικών υποκαταστάτων στην Ελληνική βιομηχανία χρησιμοποιώντας τη γενικευμένη παραγωγική συνάρτηση του Leontief με βάση τις ετήσιες χρονολογικές σειρές δεδομένων για την περίοδο 1959-1990.

Ο γενικευμένος λειτουργικός τύπος του Leontief, ο οποίος προτάθηκε από τον Diewert έχει καθιερωθεί ως μια χρήσιμη εναλλακτική λύση για τη μελέτη της μακροχρόνιας παραγωγής.

Μπορούμε, να θεωρήσουμε τον ακόλουθο γενικευμένο λειτουργικό τύπο του Leontief για το κόστος παραγωγής με τις συνεχείς αποδόσεις κλίμακας που μπορεί να παρασταθεί ως εξής:

$$C = Y \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} (w_i w_j)^{1/2} \right] \quad (1)$$

όπου C είναι το συνολικό κόστος, Y είναι η εισροή,  $W_{ij}$  είναι οι τιμές εισροών ( $i, j = 1, \dots, n$ ) και  $Q_{ij}$  οι n εισακτέες ποσότητες με  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ). Οι παράμετροι  $\gamma_{ij}$  είναι τέτοιες ώστε (1)  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$  και (2)  $\gamma_{ij} \geq 0$  (για  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ).

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε n εισροές, όπως  $W_i$  ( $i=1, \dots, n$ ), με τις εισακτέες ποσότητες  $Q_i$ , και το συνολικό κόστος υποδηλούμενο με C και την εκροή (παραγόμενο προϊόν) με Y. Υποθέτουμε ότι οι τιμές της εκροής και της εισροής Y και  $w_{ij}$  είναι εξωγενείς, ενώ οι εισακτέες ποσότητες  $Q_{ij}$  είναι ενδογενείς.

Το κόστος C που καθορίζεται από την ισότητα (1) είναι γραμμικά ομογενής στις τιμές εισροής w και έχει  $N(N+1)/2 + 2N + 3$  ανεξάρτητες παραμέτρους, ακριβώς το σωστό αριθμό για να είναι εύκαμπτος λειτουργικός τύπος, (Diewert και Wales, 1987). Η πρώτη σειρά του  $N(N+1)/2$  ανεξάρτητοι όροι στα δεξιά είχε μέρος της ισότητας (1) ανταποκρινόμενη στο γενικευμένο τύπο συνάρτησης του κόστους του Leontief για μια συνεχών επιστροφών στην κλίμακα τεχνολογία με καμιά τεχνολογική πρόοδο (Diewert).

Η ith (κάθε) εισροή απαιτεί συνάρτηση, η οποία αντιστοιχεί στην ισότητα (1) μπορεί να επιτευχθεί διαφοροποιώντας το C όσο αφορά το  $w_i$  (χρησιμοποιώντας το «λήμμα του Shephard» ("*Shephard's lemma*").

Η συνάρτηση  $w_i^{1/2} w_j^{1/2}$  είναι κοίλα στο w και σαν ένα μη αρνητικό άθροισμα κοίλων λειτουργιών είναι κοίλα. Το ότι η συνάρτηση είναι μη ελατούμενη στο γ προκύπτει από τη μη αρνητικότητα των παραμέτρων  $\gamma_{ij}$ . Εάν όλα τα  $\gamma_{ij}=0$  (για  $i, j$ ) τότε η παραπάνω ισότητα μειώνεται σε μια γραμμική συνάρτηση παραγωγής.

Η συνάρτηση παραγωγής που δίνεται από την ισότητα υποδεικνύει συνεχείς αποδόσεις κλίμακας. Μπορούμε να γενικεύσουμε την ισότητα σε οποιαδήποτε βαθμό αποδόσεων κλίμακας με :

$$c = f \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} w_i^{1/2} w_j^{1/2} \right) \quad (1')$$



όπου  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \geq 0$  f είναι μια συνεχής μονότονα αυξανόμενη συνάρτηση, η οποία τείνει προς το άπειρο και έχει  $f(0) = 0$ .

Η γενικευμένη συνάρτηση κόστους του Leontief (Generalised Leontief) και η γενικευμένη γραμμική παραγωγή είναι πολύ χρήσιμες καθώς παρέχουν δεύτερης σειράς προσεγγίσεις σε ένα διπλά αυθαίρετο διαφορικό κόστος συνάρτησης (ή συνάρτησης παραγωγής) σ' ένα δοσμένο άνυσμα τιμών παραγόντων είτε σ' ένα δοσμένο άνυσμα εισροών χρησιμοποιώντας το μικρότερο αριθμό παραμέτρων.

Όπως συζητήσαμε προηγουμένως, με σκοπό να αποκτήσουμε ισότητες ικανές για υπολογισμό, είναι εξυπηρετικό να χρησιμοποιήσουμε το λήμμα Shephard ("Shephard's lemma") το οποίο δηλώνει ότι η άριστη μειωτική του κόστους απαίτηση για εισροή i, μπορεί απλά να παραχθεί εάν διαφοροποιήσουμε τη συνάρτηση του κόστους με σεβασμό στο  $w_i$ .

Άρα, αν διαφοροποιήσαμε την ισότητα (1) με σεβασμό στο  $w_i$  δίνοντας την ισότητα (2) και μοιράζοντας την ισότητα με Y, τότε δίνοντας την καλύτερη εισροής-εκροής ισότητα (3) δηλώνεται αι:

$$\alpha_i = \frac{X_i}{Y} = \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} (w_j / w_i)^{1/2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_i} = X_i = Y \left[ \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} (w_i w_j)^{1/2} \right] \quad (3)$$

όταν  $i = j$  τότε  $(w_j/w_i)^{1/2}$  ισούται με το 1 και  $\gamma_{ij}$  είναι ένας σταθερός όρος στην εισροών-εκροών ισότητα.

Θέτοντας δύο εισροές, όπως K = το κεφάλαιο και L =η εργασία και επίσης Y = η εκροή (παραγόμενο προϊόν), οι γενικευμένες ισότητες ελαχιστοποίησης του κόστους του Leontief (Generalised Leontief)είναι οι ακόλουθες :

$$\alpha_K = \frac{K}{Y} = \gamma_{KK} + \gamma_{KL} (w_L / w_K)^{1/2} \quad (3)$$

$$\alpha_L = \frac{L}{Y} = \gamma_{LL} + \gamma_{KL} (w_K / w_L)^{1/2} \quad (4)$$

Οι υπολογισμοί όλων των παραμέτρων στη γενικευμένη συνάρτηση κόστους του Leontief (Generalised Leontief)μπορεί να αποκτηθεί υπολογίζοντας μόνο τις ισότητες απαίτησης εισροής-εκροής (3) και (4) αυτό συμβαίνει επειδή δεν υπάρχει κανείς περιοριστικός όρος στη γενικευμένη συνάρτηση κόστους του Leontief (Generalised Leontief) χάρη στην υπόθεση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας. Τελικά, εάν  $\gamma_{ij}=0$  για όλα τα i και j, τότε μόνο οι ισότητες απαιτήσεως εισροών-εκροών είναι ανεξάρτητες από τις συγγενείς τιμές εισαγωγής και όλες οι δια-κλαδικές ελαστικότητες είναι ίσες με μηδέν.

Μολονότι ο υπολογισμός ισότητας με ισότητας OLS μπορεί να φανεί ελκυστική αφού οι συναρτήσεις απαίτησης εισροής (3) και (4) είναι γραμμικές στις παραμέτρους, αυτές οι ισότητες απαιτήσεων έχουν δια-κλαδικής ισότητας συμμετρικούς περιορισμούς. Σταθερές αποδόσεις στους περιορισμούς της κλίμακας υπονοούν τους περιορισμούς της συμμετρίας (τα μερίδια του κόστους αθροίζονται σε ένα). Για να υποστηρίξουμε το γενικευμένο υπόδειγμα του Leontief (Generalised Leontief) εμπειρικά, ένα στοχαστικό πλαίσιο πρέπει να καθορισθεί. Ένας επιπρόσθετος ενοχλητικός όρος προσαρτάται σε καθεμιά από τις ισότητες εισροής-εκροής και είναι τυπική υπόθεση ότι το τελικό άνυσμα ενόχλησης είναι ανεξάρτητο και πανομοιότυπο, κανονικά επηρεασμένο από την έννοια του μηδενικού ανύσματος, και σταθερό σε μια πολλαπλή μήτρα  $\Omega$ .

Ένα ελκυστικό χαρακτηριστικό της γενικευμένης συνάρτησης κόστους του Leontief είναι ότι τοποθετεί έναν άμεσο περιορισμό στις ελαστικότητες υποκατάστασης. Η ελαστικότητα της υποκατάστασης στη βιομηχανία μετρά την ευαισθησία της αναλογίας των παραγωγικών εισροών στις αλλαγές στην αναλογία του περιθωριακού προϊόντος των εισροών.

Οι μερικές ελαστικότητες της υποκατάστασης του Hicks-Allen για μια γενική διπλή συνάρτηση κόστους (μεταξύ εισροών  $i$  και  $j$  σε ένα γενικό συναρτησιακό τύπο με  $n$  εισροές) μπορεί να δοθεί ως ακολούθως:

$$\sigma_{ij} = (C_i * C_{ij}) / (C_i * C_j),$$

όπου τα υπογεγραμμένα  $i$  και  $j$  αναφέρονται στα πρώτα και δεύτερα μερικά παράγωγα της συνάρτησης κόστους με σεβασμό στις τιμές εισροής  $w_i$   $w_j$ .

Συγκεκριμένα, για τη γενικευμένη συνάρτηση κόστους του Leontief οι ελαστικότητες της (cross-substitution) διασταυρώμενης υποκατάστασης δίνονται ως εξής:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} \frac{C \gamma_{ij} (w_i w_j)^{-1/2}}{Y \alpha_i \alpha_j} \quad (5)$$

όπου  $i, j = 1, \dots, n$  (με  $i$  διάφορο του  $j$ ).

Ενώ οι ελαστικότητες της κύριας (κτιτικής) υποκατάστασης δίνονται ως ακολούθως:

$$\sigma_{ii} = \frac{-\frac{1}{2} C \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \gamma_{ij} (w_j^{1/2} w_i^{-3/2})}{Y \alpha_i^2} \quad (6)$$

όπου  $i, j = 1, \dots, n$ .

Από την άλλη μεριά για να υπολογίσουμε τις ελαστικότητες των τιμών με την ποσότητα εκροής και όλες τις άλλες καθορισμένες τιμές εισροής, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον υπολογισμό του ακόλουθου τύπου:

$$\sigma_{ij} = S_i * \sigma_{ij},$$

όπου  $S_i$  είναι το κόστος μετοχής της  $j$ th εισροής στα συνολικά κόστη παραγωγής.

Για τη γενικευμένη συνάρτηση κόστους του Leontief (cross-prices) οι διασταυρούμενες τιμές των ελαστικοτήτων υπολογίζονται ως ακολούθως:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_{ij}(w_i/w_j)^{-1/2}}{\alpha_i} \quad (7)$$

Ενώ οι κύριες τιμές (own-prices) των ελαστικοτήτων υπολογίζονται ως εξής:

$$\varepsilon_{ii} = \frac{-\frac{1}{2} \sum_{j=1, j \neq i}^n \gamma_{ij}(w_i/w_j)^{-1/2}}{\alpha_i} \quad (8)$$

όπου  $i, j = 1, \dots, n$ . Στην περίπτωση που οι κύριες τιμές της ελαστικότητας είναι αρνητικές είναι απαραίτητο το άθροισμα, το σωρευτικό αποτέλεσμα της ισότητας (8) είναι θετικό. Εφόσον οι τιμές εισροής και  $\alpha_i$  ποικίλουν ανάμεσα στις παρατηρήσεις, τότε οι υπολογιστές των  $\varepsilon_{ij}$  και  $\varepsilon_{ji}$  θα διαφέρουν επίσης στις παρατηρήσεις. Οι τιμές ελαστικότητας δεν είναι συμμετρικές που σημαίνει  $\varepsilon_{ij}$  διάφορο του  $\varepsilon_{ji}$ , διαφέρουν από τις ελαστικότητες του Hicks-Allen και την υπόθεσή μας ότι  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ . Σύμφωνα με τις ισότητες (5), (6), (7) και (8) η εισροή  $i$  και  $j$  είναι υποκατάστατα, ανεξάρτητες ή συμπληρωματικές εισροές που βασίζονται στο αν το υπολογισμένο  $\gamma_{ij}$  είναι θετικών, μηδενικών ή αρνητικών τιμών. Για να επιβεβαιώσουμε όπως απαιτείται από τη θεωρία ότι το υπολογισμένο κόστος συνάρτησης είναι μονότονα αυξανόμενο και αυστηρά κοίλο σε τιμές εισροής, πρέπει κανείς να αποδείξει ότι οι αντίστοιχες τιμές για όλες τις ισότητες εισροής-εκροής είναι θετικές και ότι η  $n \times n$  μήτρα του  $\sigma_{ij}$  ελαστικοτήτων υποκατάστασης είναι αρνητικά ημικαθορισμένη σε κάθε παρατήρηση. Επειδή οι υπολογισμένες ελαστικότητες εξαρτώνται από τις υπολογισμένες παραμέτρους και γι' αυτό είναι στοχαστικές και έχουν διαφορές καθώς και ομοιότητες, πρέπει να υπολογίσουμε αυτές τις διαφορές.

**Πίνακας 1:** Παραμετρικές εκτιμήσεις διακλαδικών (τομεακών) σειρών της συνάρτησης (Generalised Leontief function) για την Ελλάδα (1959-1990)

	KSH	LSH	□□□	□□	□□□	□□□	□□□	□□□
20	0.0466	0.0463	0.0421	0.0312	0.0774	-0.0980	-0.0272	0.0442
					(7.67)	(-1.03)	(-4.61)	(6.591)
21	0.0459	0.0362	0.0414	0.00509	0.08857	-0.1019	-0.0663	0.1791
					(8.711)	(-1.708)	(-5.842)	(9.0111)
22	0.01548	0.0141	0.01516	-0.0427	0.0299	0.00059	-0.0204	0.0577
					(16.76)	(0.044)	(-10.19)	(12.62)
23	0.0360	0.0353	0.0330	0.0286	0.0738	-0.0183	-0.0431	0.0318
					(9.448)	(3.234)	(-6.33)	(10.55)

24	0.0875	0.1307	0.0805	0.2331	0.1707	-0.0655	-0.0619	0.1774
					(7.384)	(-1.775)	(-4.842)	(5.671)
25	0.07221	0.0880	0.0659	0.1101	0.1206	-0.0384	-	0.0820
		1			(6.292)	(-0.169)	0.03431	(4.374)
							(-3.658)	
26	0.06639	0.06835	0.06071	0.05432	0.1197	-0.0212	-0.2590	0.1061
					(9.711)	(-3.382)	(-5.535)	(16.28)
27	0.02168	0.0371	0.0334	-	0.0896	-0.0137	-0.0715	0.01907
		6		0.08531	(9.086)	(-2.766)	(-6.469)	(7.594)
28	0.03589	0.0333	0.03321	-	0.0675	-	-0.0259	0.02937
				0.02937	(10.46)	0.01017	(-6.744)	(16.79)
						(-3.436)		
29	0.04018	0.05611	0.03727	0.01360	0.0857	-0.0274	-	0.7362
					(10.74)	(-2.517)	0.03646	(8.153)
							(-7.096)	
30	0.0758	0.07356	0.0616	0.1012	0.1053	0.1068	-	0.03638
	9				(4.29)	(0.3613)	0.03395	(1.800)
							(-2.375)	
31	0.0266	0.0309	0.0283	0.0121	0.0442	0.02251	-0.0162	-
					(6.242)	(2.999)	(-3.273)	0.00576
								(0.391)
32	0.0445	0.0254	0.0417	-0.184	0.0778	0.00536	-	0.05442
					(8.691)	(0.112)	0.04932	(6.92)
							(-5.554)	
33	0.04176	0.0483	0.0374	0.0259	0.0940	-0.0288	-0.0592	0.0426
					(10.17)	(-3.131)	(-7.376)	(9.123)
34	0.0678	0.0648	0.06014	0.0428	0.1402	-0.0241	-0.0943	0.0464
					(5.710)	(-0.882)	(-3.925)	(3.497)
35	0.0639	0.0542	0.0490	0.0869	0.0990	-0.0315	-0.0369	0.0694
					(8.165)	(-2.958)	(-5.436)	(9.749)
36	0.0426	0.0457	0.0382	0.0453	0.0836	-0.0189	-0.0189	0.0447
					(7.21)	(-2.239)	(-2.23)	(8.10)
37	0.0569	0.0432	0.0466	0.0561	0.0912	-0.0572	-0.0365	0.0293
					(5.76)	(-0.491)	(-3.649)	(4.12)

38	0.2539	0.0121	0.2195	-0.1018	0.3305	0.0665	-0.2270	0.00253
					(6.14)	(2.10)	(-3.49)	(1.796)
39	0.0535	0.0541	0.05151	0.05175	0.0989	-0.0214	-0.0348	0.0414
					(6.79)	(-0.178)	(-4.11)	(5.46)
20-39	0.0916	0.0013	0.0832	-0.0066	0.1534	-	-0.0542	0.0129
					(7.66)	0.00293	(-4.61)	(6.619)
						(-1.06)		

Παρατήρηση: Όπου οι αριθμοί στις παρενθέσεις φανερώνουν τα t-statistic. Η ανάλυση αυτή φανερώνει ολόκληρη την βιομηχανία για κάθε χρονιά, (οι μεταβλητές είναι σαν σταθμικά μερίδια).

**Πίνακας 2:** Υποκατάσταση, Τιμές Ελαστικότητας και Τεχνολογική Αλλαγή και Οικονομίες Κλίμακας για (Generalised Leontief function) στα δεδομένα (1959-90) \*

	□LL	□KK	□KL	εLL	εKK	εLK	εKL	C/I
<b>Foodstuffs(20)</b>	-	-	0.95	-0.44	-0.51	0.44	0.51	c.u
	0.839	1.101	7					
<b>Beverages(21)</b>	-	-	0.87	-0.72	-0.15	0.72	0.15	c.u
	4.222	0.184	5					
<b>Tobacco(22):</b>	-	-	0.41	-0.33	-0.08	0.33	0.08	c.u
	1.699	0.102	2					
<b>Textiles(23):</b>	-	-	1.01	-0.52	-0.49	0.52	0.49	c.s
	1.077	0.963	4					
<b>Footwear &amp; wearing(24):</b>	-	-	0.55	-0.22	-0.28	0.22	0.28	c.u
	0.267	1.177	4					
<b>Wood &amp; cork(25)</b>	-	-	0.59	-0.17	-0.37	0.17	0.37	c.u
	0.299	1.228	6					
<b>Furniture(26):</b>	-	-	0.77	-0.20	-0.57	0.20	0.57	c.u
	0.278	2.207	7					
<b>Paper(27):</b>	-	-	0.45	-0.19	-0.26	0.19	0.26	c.u
	0.347	0.639	9					
<b>Printing-publishing(28)</b>	-	-	0.56	-0.30	-0.25	0.30	0.25	c.u
	0.676	0.483	4					
<b>Leather(29):</b>	-	-	0.72	-0.20	-0.51	0.20	0.51	c.u
	0.285	1.855	3					
<b>Rubber &amp; plastics(30):</b>	-	-	0.50	-0.22	-0.28	0.22	0.28	c.u

	0.416	0.645	8					
<b>Chemical(31)</b>	-	-	0.73	-0.46	-0.26	0.46	0.26	c.u
	1.383	0.427	1					
<b>Petroleum(32)</b>	-	-	1.00	-0.17	-0.28	0.17	0.28	c.s
	2.631	0.403	0					
<b>Non-Metallic prds(33):</b>	-	-	0.78	-0.36	-0.42	0.36	0.42	c.u
	0.697	0.904	9					
<b>Basic metal ind.(34):</b>	-	-	0.18	-0.11	-0.07	0.11	0.07	c.u
	0.307	0.129	9					
<b>Metal products (35):</b>	-	-	0.65	-0.30	-0.34	0.30	0.34	c.u
	0.587	0.738	3					
<b>Machinery &amp; appl.(36):</b>	-	-	0.67	-0.28	-0.39	0.28	0.39	c.u
	0.486	0.952	2					
<b>Electrical supplies(37):</b>	-	-	0.52	-0.34	-0.17	0.34	0.17	c.u
	1.070	0.275	9					
<b>Transport equipments(38)</b>	-	-	0.61	-0.40	-0.21	0.40	0.21	c.u
	1.214	0.339	5					
<b>Miscellaneous manuf/ind.(39):</b>	-	-	0.89	-0.36	-0.52	0.36	0.52	c.u
	0.634	1.265	0					
<b>All manufacturing:</b>	-	-	0.30	-0.14	-0.16	0.14	0.16	c.u
	0.285	0.385	9					

Παρατήρηση:  $\sigma_{LL}$ ,  $\sigma_{KK}$ ,  $\sigma_{KL}$ =οι ελαστικότητες υποκατάστασης,  $P_{LL}$ ,  $P_{KK}$ ,  $P_{KL}$ =οι τιμές ελαστικότητων,  $TCH1$ ,  $TCH2$ ,  $TCH3$ =η τεχνολογική αλλαγή,  $MFP$ ,  $Scale$ = η συνολική παραγωγικότητα και οι κλίμακες-αποδόσεις οικονομίας αντίστοιχα. Τελικά,  $c/l$ =υποδηλώνει την ένταση κεφαλαίου και εργασίας (όπου c.u. φανερώνει την ένταση-χρησιμοποίηση κεφαλαίου (capital-using είτε labour saving)). Σύμφωνα με τον David and Van De Klundert, (1965) η τεχνολογική μεταβολή είναι εντάσεως εργασίας (δηλαδή εξοικονόμησης κεφαλαίου) εάν και μόνο εάν η ελαστικότητα υποκατάστασης μεταξύ του κεφαλαίου και της εργασίας είναι μικρότερη από την μονάδα σε απόλυτες τιμές). Επίσης, εάν οι κλίμακες-αποδόσεις είναι μεγαλύτερες (είτε μικρότερες) από την μονάδα αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν αύξουσες (είτε φθίνουσες) αποδόσεις κλίμακας. Η ανάλυση αυτή φανερώνει ολόκληρη την βιομηχανία για κάθε χρονιά, (οι μεταβλητές είναι σαν σταθμικά μερίδια).

Στους Πίνακες 1 και 2 παρατηρούμε τα αποτελέσματα τις παραμετρικές εκτιμήσεις των διακλαδικών (τομεακών) σειρών της συνάρτησης (Generalised Leontief function) για την Ελλάδα (1959-1990) και της υποκατάστασης, τις τιμές ελαστικότητων και τεχνολογική αλλαγή και οικονομίες κλίμακας για (Generalised Leontief function) στα δεδομένα (1959-1990) (\*)

Ο τύπος της τεχνολογικής προόδου υπήρξε ένα από τα κύρια αντικείμενα της οικονομικής πολιτικής. Όταν μια εταιρεία μπορεί να επιτύχει την ίδια παραγωγή με διαφορετικούς συνδυασμούς παραγωγικών συντελεστών, ίσως αντικαταστήσει ένα συντελεστή για έναν ή περισσότερους άλλους. Η υποκατάσταση σε μια βιομηχανία εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα του κεφαλαίου, εργασιακούς παράγοντες, από το επίπεδο της υιοθέτησης και διάχυσης νέων τεχνολογιών, από το επίπεδο του Know-how (γνώση του τρόπου) κ.τ.λ. Η υποκατάσταση του κεφαλαίου για την εργασία σε αντιστοιχία με μια αύξηση της σημασίας του επιπέδου του κεφαλαίου συγκρινόμενη με την εργασία στην πορεία της παραγωγικής διαδικασίας (όπως για παράδειγμα, η χρήση νέων τεχνικών, μεθόδων κ.τ.λ.). Η καταλληλότητα της τεχνολογίας μπορεί να μετρηθεί με βάση την υποκαταστασιμότητα των εργασιο-κεφαλαιουχικών μεταβλητών. Το αποτέλεσμα της υποκατάστασης συνδέεται με τα χαρακτηριστικά της τεχνολογίας παραγωγής. Τέτοιες πιθανότητες μετριοούνται από την ευκαμψία (ελαστικότητα) της υποκατάστασης. Μια σύλληψη η οποία πιο άμεσα αντανακλά τις τεχνικές ανάγκες / περιορισμούς που είναι σύμφυτα με την παραγωγική διαδικασία.

### 2.1.1 Η Υπερβατική Συνάρτηση (Translog Function)

Το υπόδειγμα αυτό συνεισφέρει ουσιαστικά και αναβαθμίζει τις υιοθετημένες σ' αυτό μεθοδολογίες. Είναι πιθανόν να διαχωρίσουμε μερικές διαφορετικές απόψεις αυτής της διαδικασίας, για παράδειγμα:

- (α) Το υπόδειγμα προτάθηκε αρχικά από τους Jorgenson D.W και Fraumeni B.M. (1983). Η κύρια καινοτομία τους ήταν το γεγονός ότι εκτίμησαν το ρυθμό τεχνικής μεταβολής παράλληλα με τις εξισώσεις εισοδήματος - μεριδίου σαν συναρτήσεις τιμών σχετικών εισροών. Τα μερίδια και ο ρυθμός τεχνικής μεταβολής πηγάζουν από τη συνάρτηση παραγωγής υπερβατική συνάρτηση (translog). Πραγματικά, η μεθοδολογία αυτή για πρώτη φορά αναφέρεται σ' ένα σύνολο στοιχείων εκτός U.S.
- (β) Η διαδικασία επιτρέπει τη διάσπαση της εκτιμησμένης τεχνικής μεταβολής σε τρεις συνιστώσες: στην καθαρή τεχνολογία, όπου η μονάδα χρόνου ρυθμίζει το χρόνο συσχέτισης, στη μη-ουδέτερη, που δείχνει πως ο χρόνος τείνει να επηρεάσει τις εισροές, και στη συνιστώσα της αυξητικής κλίμακας, η οποία αποδεικνύει πως ο χρόνος επηρεάζει τις οικονομίες κλίμακας. Το άθροισμα και των τριών δίνει την αύξηση της multifactor παραγωγικότητας.
- (γ) Το υπόδειγμα αυτό αφήνει την υπόθεση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας εκτιμώντας την αρχική συνάρτηση κόστους παράλληλα με τα μερίδια των συντελεστών και το ρυθμό της τεχνολογικής μεταβολής, και έτσι παρέχει στοιχεία για την ύπαρξη των οικονομιών κλίμακας στην πλειοψηφία των Ελληνικών βιομηχανικών τομέων.
- (δ). Η μεθοδολογία βασίζεται σε μια περίπτωση δύο εισροών (κεφάλαιο και εργασία) δυαδικής συνάρτησης υπερβατική συνάρτηση (translog) cost (Christensen, Jorgenson και Lau 1975), στα εξαγόμενα μερίδια συντελεστών και στο ρυθμό της τεχνικής μεταβολής για όλους τους είκοσι βιομηχανικούς τομείς. Όλες αυτές οι μεταβλητές είναι συναρτήσεις των σχετικών τιμών και του χρόνου. Ανεπιφύλακτα, θεωρείται ότι το συνολικό κόστος και τα μερίδια

των εισροών είναι συναρτήσεις υπερβατική συνάρτηση (translog) των αντίστοιχων τιμών και του χρόνου τους.

Η τεχνολογία είναι στην πραγματικότητα ενδογενής στα κατά τομέα υποδείγματά μας και εκτιμάται μάλλον παραμετρικά παρά υπολειμματικά. Υπάρχει μια μεγάλη διαφορά στην άποψη ανάμεσα στα υποδείγματα της τεχνικής μεταβολής που υιοθετήθηκαν εδώ και στα υποδείγματα που παρήχθησαν με επαγωγή.

Οι συναρτήσεις που περιγράφουν το κόστος των τομέων πρέπει να είναι ομογενείς πρώτου βαθμού μονοτονικές ή μη-φθίνουσες και κοίλες στις τιμές των εισροών. Εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία των Jorgenson και Fraumeni, προσαρμόσαμε τα υποδείγματα έτσι ώστε να εμπεριέχουν όλα αυτά τα θεωρητικά αξιώματα. Οι συνθήκες αυτές δεν είναι βεβαίως παγκόσμια αποδεκτές και μερικές φορές αθετούνται εντός μιας περιόδου χρήσεως. Σε τέτοιες περιπτώσεις μπορεί κάποιος να ξεπεράσει το πρόβλημα χρησιμοποιώντας την παραγοντοποίηση του Cholesky μιας μήτρας σταθερών παραμέτρων (Lau et al 1989).

Η χρήση της θεωρίας του δυϊσμού σαν τεχνική έχει αποδειχτεί εντελώς αποτελεσματική όσον αφορά την παραγωγή και τις σχέσεις κόστους. Μπορεί να ειπωθεί ότι στοιχειώδες αποτέλεσμα είναι αυτό το οποίο, κάτω από ορισμένες συνθήκες, είναι πιθανό να χρησιμοποιήσουμε είτε από μια συνάρτηση παραγωγής είτε από μια συνάρτηση κόστους, με τις κατάλληλες ιδιότητες. Με άλλα λόγια για να αναλύσουμε τη δομή της παραγωγής μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα υπόδειγμα που στηρίζεται κυρίως στα στοιχεία που διατίθενται. Η εκτίμηση της συνάρτησης παραγωγής απαιτεί κανονικά ένα ενδογενές επίπεδο εκροής ενώ η εκτίμηση της συνάρτησης κόστους απαιτεί ένα εξωγενές επίπεδο εκροής.

Η εκτίμηση της συνάρτησης κόστους φαίνεται να είναι πιο θελκτική από την άμεση εκτίμηση της συνάρτησης παραγωγής όσον αφορά την μελέτη της δομής της παραγωγής στις U.S επιλεγμένες βιομηχανίες. Η συνάρτηση κόστους είναι:

$$C = c(W_K, W_L, Y, T)$$

όπου, C=το συνολικό κόστος

$W_i (i=K, L)$  = οι τιμές των εισροών (η τιμή του Κεφαλαίου και της Εργασίας)

Y = η προστιθέμενη αξία, και

T = ο δείκτης τεχνικής μεταβολής.

Μια παραμετρική μορφοποίηση της εξίσωσης (6.α) είναι απαραίτητη, εάν θέλουμε να την εκτιμήσουμε. Συνεπώς, έχουμε επιλέξει μια μη-ομοθετική υπερβατική λογαριθμική (υπερβατική συνάρτηση (translog)) συνάρτηση κόστους (Christensen, Jorgenson και Lau 1975). Αυτή τοποθετείται ανάμεσα στις εισροές της παραγωγής χωρίς την εκ των προτέρων χρήση περιορισμών στις πιθανότητες υποκατάστασης. Επίσης επιτρέπει στις οικονομίες κλίμακας να ποικίλουν ανάλογα με το επίπεδο των εκροών. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι απαραίτητο στοιχείο για να επιτρέψει την καμπύλη κόστους να πάρει το κλασικό σχήμα. Η υπερβατική συνάρτηση (translog) συνάρτηση κόστους μπορεί να γραφεί ως εξής:



$$\begin{aligned} \ln C^v(w_K, w_L, Y, T) = & \alpha_0^v + \alpha_y^v \ln y^v + \frac{1}{2} \alpha_{yy}^v (\ln y^v)^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_i^v \ln w_i^v + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}^v \ln w_i^v \ln w_j^v \\ & + \sum_{i=1}^n \gamma_{iy}^v \ln w_i^v \ln y^v + \gamma_T^v T + \frac{1}{2} \gamma_{TT}^v T^2 + \sum_{i=1}^n \gamma_{iT}^v \ln w_i^v T + \gamma_{yT}^v \ln y^v T \end{aligned} \quad (1)$$

Η εξειδικευμένη αυτή συνάρτηση κόστους δεν επιβάλλει κανέναν περιορισμό στην τεχνολογική μεταβολή και στις αποδόσεις κλίμακας. Επικαλώντας το Λήμμα του Shephard, απορρέει ότι τα μερίδια κόστους, τα οποία μαζί με τις παραπάνω εξισώσεις, αποτελούν τη βάση για την εκτίμηση:

$$\frac{\partial \ln C^v}{\partial \ln W_i^v} = S_i^v(w_K, w_L, Y, T) \quad (2)$$

όπου

$$S_i^v(w_K, w_L, Y, T) = \alpha_i^v + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}^v \ln w_j^v + \gamma_{iy}^v \ln Y^v + \gamma_{iT}^v T \quad (3)$$

Ο ρυθμός της τεχνικής μεταβολής σε κάθε τομέα δίνεται ως ο αρνητικός ρυθμός ανάπτυξης του τομεακού (κλαδικού) κόστους ως προς το χρόνο, κρατώντας σταθερές τις τιμές των εισροών. Κάνοντας αυτό, θα έχουμε:

$$\frac{\partial \ln C^v}{\partial T} = -S_T^v(w_K, w_L, Y, T) \quad (4)$$

$$-S_T^v(w_K, w_L, Y, T) = \gamma_T^v + \gamma_{TT}^v T + \sum_{i=1}^n \gamma_{iT}^v \ln w_i^v + \gamma_{yT}^v \ln Y \quad (5)$$

ή με τον όρο ότι:  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$  για κάθε  $i, j$ , με  $i, j = K, L$  και  $v = 1, \dots, 20$  ο αριθμός των τομέων.

$$\alpha_i = 1; \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji} = 0 \quad (6)$$

$$\gamma_{it} = 0; \quad \text{and} \quad \gamma_{yi} = 0$$

Οι περιορισμοί που επιβλήθηκαν (εξισώσεις 6) στην συνάρτηση κόστους (1), στο κόστος μεριδίων (εξίσωση 2) και στο ρυθμό της τεχνολογικής μεταβολής (εξίσωση 3) δηλώνουν ότι οι εξισώσεις μεριδίων ικανοποιούν:

$$\alpha_i = 1; \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji} = \gamma_{iy} = \gamma_{it} = 0$$

Η δεύτερη σειρά παραμέτρων, για παράδειγμα  $\gamma_{KK}$ ,  $\gamma_{LL}$  και  $\gamma_{KL}$  ορίζονται ως ελαστικότητες σταθερών μεριδίων οι οποίες απορρέουν αν διαφοροποιήσουμε το συντελεστή μεριδίων με αναφορά στις λογαριθμικές τιμές. Από την άλλη μεριά, οι συντελεστές  $\gamma_{KT}$  και  $\gamma_{LT}$  είναι οι τάσεις της τεχνικής μεταβολής και δίνονται εάν διαφοροποιήσουμε το ρυθμό της τεχνικής μεταβολής ως προς τις τιμές των εισροών. Εάν διαφοροποιήσουμε πάλι το ρυθμό της τεχνικής μεταβολής στην εξίσωση (6.3) ως προς το χρόνο, θα πάρουμε τον  $\gamma_{TT}$ , ο οποίος δείχνει τον ρυθμό μεταβολής του αρνητικού ρυθμού τεχνικής μεταβολής.

Η συνάρτηση κόστους  $C$  τείνει να είναι μη-φθίνουσα στις τιμές των εισροών έτσι ώστε τα μερίδια των συντελεστών να είναι μη-αρνητικά καθ' όλη την περίοδο του δείγματος. Εάν δηλώσουμε με  $(S)$  τη μήτρα των μεριδίων και  $(H)$  την Hessian μήτρα των δεύτερων κατά σειρά όρων, τότε μπορούμε να παραστήσουμε την μήτρα των ελαστικοτήτων των μεριδίων, με  $Q$ , στον τύπο:

$$Q = (1/C) P^*H^*P - ss' + S \quad (6a)$$

όπου

$$P = \begin{bmatrix} wK & 0 \\ 0 & wL \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_K & 0 \\ 0 & S_L \end{bmatrix}$$

$$s = \begin{bmatrix} S_K \\ S_L \end{bmatrix}$$

Τώρα, η κοιλότητα υποδηλώνει ότι η συνάρτηση κόστους τείνει να έχει μια αρνητική ημι-ορισμένη Hessian - μήτρα. Εάν ξαναγράψουμε την εξίσωση (6.6.a), θα πάρουμε την εξίσωση (6.6.b).

$$(1/C) P^*H^*P = Q + ss' - S \quad (6b)$$

η οποία είναι αρνητικά ημιορισμένη, εάν και μόνο αν η Hessian μήτρα είναι αρνητικά ημιορισμένη. Αυτό είναι ένα πολύ χρήσιμο συμπέρασμα επειδή δίνει το δικαίωμα να εξηγήσουμε τις άγνωστες παραμέτρους χρησιμοποιώντας την παραγοντοποίηση του Cholesky:

$$Q + ss' - S = L^*D^*L'$$

όπου  $L$  είναι η βασική μοναδιαία τριγωνική μήτρα και  $D$  είναι μια διαγώνια μήτρα με μη θετικούς όρους.

Ο παραπάνω μετασχηματισμός μας επιτρέπει να εγγυηθούμε κοιλότητα στην μήτρα των ελαστικοτήτων των μεριδίων, στην περίοδο του δείγματος. Βλέπε Jorgenson και Fraumeni, (1983).

Η ιδέα εδώ είναι να εκτιμήσουμε το ρυθμό της τεχνικής μεταβολής μαζί με τις εξισώσεις μεριδίων, αλλά ποιά είναι η ποσότητα του ST?

Αν και αυτό δεν έχει παρατηρηθεί, μπορούμε να παρακάμψουμε το πρόβλημα αυτό εξετάζοντας τον αριθμοδείκτη υπερβατική συνάρτηση (translog) για το ρυθμό της τεχνικής μεταβολής.

Μπορούμε να πούμε ότι η τεχνική μεταβολή μεταξύ δύο σημείων του χρόνου, T και T-1, δίνεται από την αφαίρεση, αν από την αύξηση του συνολικού κόστους αφαιρέσουμε την τιμή κάθε εισροής σε συνάρτηση με τα αντίστοιχα μερίδια των μέσων όρων τους.

$$-\bar{S}_T^v = [(\ln c - (T)^v - \ln c - (T-1)^v) - \sum_{i=1}^n \bar{S}_i^v (\ln w_i(T)^v - \ln w_i(T-1)^v)] \quad (7)$$

όπου: T = ο χρόνος, (i = K, L δηλ. Κεφάλαιο και Εργασία και v = 1,...,20 οι αριθμοί των τομέων).

$$\bar{S}_i^v = \frac{1}{2} [S_{i(T)}^v + S_{i(T-1)}^v] \quad (8)$$

όπου: T = ο χρόνος, (i = K, L και v = 1,...,20 οι αριθμοί των τομέων).

Από τη στιγμή που χρησιμοποιούμε αυτούς τους μέσους όρους, πρέπει να μετατρέψουμε τη συνάρτηση κόστους, τις εξισώσεις μεριδίων (6.2) και το ρυθμό της τεχνικής μεταβολής (6.3) όπως:

$$\begin{aligned} \overline{\ln c}^v(\bar{w}_K, \bar{w}_L, \bar{Y}, T) &= \alpha_0^v + \alpha_y^v \bar{\ln y}^v + \frac{1}{2} \alpha_{yy}^v (\bar{\ln y}^v)^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_i^v \bar{\ln w}_i^v + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}^v \bar{\ln w}_i^v \bar{\ln w}_j^v + \sum_{i=1}^n \gamma_{iy}^v \bar{\ln w}_i^v \bar{\ln y}^v + \gamma_T^v T + \\ &+ \frac{1}{2} \gamma_{TT}^v T^2 + \sum_{i=1}^n \gamma_{iT}^v \bar{\ln w}_i^v T + \gamma_{yT}^v \bar{\ln y}^v T + \bar{e}_c^v \end{aligned} \quad (9)$$

όπου: η εξίσωση μεριδίου και ο ρυθμός της τεχνικής μεταβολής παίρνουν τη μορφή:

$$\bar{S}_i^v(w_K, w_L, Y, T) = \alpha_i^v + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}^v \bar{\ln w}_j^v + \gamma_{iy}^v \bar{\ln Y}^v + \gamma_{iT}^v \bar{T} + \bar{e}_i^v \quad (10)$$

$$-\bar{S}_T^v(w_K, w_L, Y, T) = \gamma_T^v + \gamma_{TT}^v \bar{T} + \sum_{i=1}^n \gamma_{iT}^v \bar{\ln w}_i^v + \gamma_{yT}^v \bar{\ln Y}^v + \bar{e}_T^v \quad (11)$$

και

$$\bar{e}_c^v = \frac{1}{2} ( e_{c(T)}^v + e_{c(T-1)}^v ) \quad (12)$$

$$\bar{e}_i^v = \frac{1}{2} ( e_{i(T)}^v + e_{i(T-1)}^v ) \quad (13)$$

$$\bar{e}_T^v = \frac{1}{2} ( e_{T(T)}^v + e_{T(T-1)}^v ) \quad (14)$$

(όπου  $v = 1, \dots, 20$  και  $i = K, L$ ), είναι το σφάλμα των μέσων όρων.

Οι παραπάνω παράμετροι υποδηλώνουν επίσης μια αθροιστική κατάσταση του συστήματος εξίσωσης μεριδίου (2) όπως:

$$\sum_i \bar{S}_i^v = 1$$

Αυτό το αθροιστικό χαρακτηριστικό της εξίσωσης μεριδίου έχει μερικές σπουδαίες οικονομετρικές σημασίες, στις οποίες στρέφουμε τώρα την προσοχή μας.

Πρώτον, από τη στιγμή που τα μερίδια πάντα λογαριάζονται στο σύνολο και μόνο  $n-1$  των εξισώσεων μεριδίων είναι γραμμικώς ανεξάρτητα, για κάθε παρατήρηση το άθροισμά τους διαμέσου των εξισώσεων πρέπει πάντα να είναι ίσο με 0.

Δεύτερον, επειδή τα μερίδια αθροίζονται σαν σύνολο για κάθε παρατήρηση, όταν οι συμμετρικοί παράμετροι δεν είναι καθορισμένοι, τα υπολειμματικά των εξισώσεων θα είναι μηδέν για κάθε παρατήρηση, πράγμα που σημαίνει ότι, εάν ελέγξουμε το σφάλμα του μέσου όρου στη μήτρα της συνδιακύμανσης που παίρνουμε από κάθε εξίσωση του συστήματος, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην εκτίμηση, θα παραστήσουμε την ακόλουθη μήτρα:

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & 1/2 \end{bmatrix}$$

$\Omega$  είναι η μήτρα του Laurent.

Είναι φανερό ότι οι όροι σφάλματος αλληλοεξαρτώνται, έτσι θα πρέπει να ξεπεράσουμε το πρόβλημα αυτό μετασχηματίζοντας τα στοιχεία χρησιμοποιώντας τη μήτρα  $M$ , όπως ακολούθως:  $M\Omega M' = I \Rightarrow M'\Omega = \Omega^{-1}$ . Δεδομένου ότι η μήτρα  $M$  είναι άγνωστη χρησιμοποιούμε την παραγοντοποίηση του Cholesky στην  $\Omega^{-1}$ , έτσι ώστε:  $\Omega^{-1} = L'DL'$ , όπου  $L, D$  έχουν περιγραφεί παραπάνω. Άρα και πήραμε την μήτρα  $M$ , πριν προχωρήσουμε στην εκτίμηση, μετασχηματίζουμε τα στοιχεία πολλαπλασιάζοντάς τα με τη μήτρα  $M$ . Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να εγγυηθούμε ότι οι παράμετροι που έχουν εκτιμηθεί είναι μεροληπτικά ανεξάρτητοι:

$$(I \otimes D^{1/2} L') (\beta^v \otimes \beta) (I \otimes D^{1/2} L')' = \beta^v \otimes \beta, I,$$

όπου  $v=1, \dots, 20$ , (Jorgenson και Fraummeni, 1983).

$$\bar{e}_K^v + \bar{e}_L^v = 0$$

Ένας αριθμός αθροιστικών παραμέτρων με περιορισμούς μπορεί να καθοριστεί από την υπερβατική συνάρτηση (translog) συνάρτηση κόστους, αντιστοιχώντας σε επιπλέον περιορισμούς στο υπογραμμισμένο τεχνολογικό υπόδειγμα.

Για να είναι η υπερβατική συνάρτηση (translog) συνάρτηση κόστους ομοθετική είναι απαραίτητο να ισχύει η ικανή και αναγκαία συνθήκη:

$$\beta_{iy} = 0 \quad i = 1, \dots, n.$$

Η ομογένεια σταθερού βαθμού σε μια εκροή βρίσκεται εάν, πριν από αυτούς τους ομοθετικούς περιορισμούς βάλουμε  $\gamma = 0$ . Στην περίπτωση αυτή ο βαθμός ομογένειας ισούται με  $1/\alpha$ .

Σταθερές αποδώσεις κλίμακας δυϊκής συνάρτησης παραγωγής έχουμε όταν, επιπλέον με τους παραπάνω ομοθετικούς και ομοιογενείς περιορισμούς,  $\alpha\gamma = 1$ . Τέλος, η συνάρτηση υπερβατική συνάρτηση (translog) μειώνει τις σταθερές αποδώσεις κλίμακας στην συνάρτηση (Cobb - Douglas, όταν σε σχέση με όλους τους παραπάνω περιορισμούς κάθε ένας είναι

$$\beta_{ji} = 0 \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Οι Allen - Uzava μερικές ελαστικότητες υποκατάστασης,  $\sigma_{ij}$ , και οι ελαστικότητες ζήτησης ως προς την τιμή των εισροών,  $\rho_{ij}$ , δίνονται από τις εξισώσεις (6.15), (6.16), αντίστοιχα.

$$\sigma_{ij} = (\beta_{ii} + S_i^2 - S_j) / (S_i^2), \quad i = K, L \quad i = j \quad (15)$$

και

$$\rho_{ij} = (\beta_{ij} + S_i S_j) / (S_i S_j), \quad i, j = K, L \quad i \neq j$$

Όπου οι μερικές ελαστικότητας υποκατάστασης  $\sigma_{ij}$ , αναμένονται να είναι αρνητικές. Από την άλλη μεριά, οι σταυροειδής ελαστικότητες μερικής υποκατάστασης μπορούν να είναι είτε θετικές, υπονοώντας υποκατάσταση ανάμεσα στις εισροές, είτε αρνητικές, υπονοώντας συμπληρωματικότητα στις εισροές.

$$P_{ij} = \sigma_{ij} S_j, \quad i = K, L \quad i \neq j \quad (16)$$

και

$$P_{ii} = \sigma_{ii} S_i, \quad i = K, L \quad i = j$$

Διάφορα σχόλια θα πρέπει να γίνουν σχετικά με τις εκτιμήσεις αυτών των ελαστικότητων υποκατάστασης.

Πρώτον, οι εκτιμημένοι παράμετροι και τα κατάλληλα μερίδια, θα έπρεπε να αντικαταστήσουν το  $\gamma$ 's και  $S$ 's όταν υπολογίσουμε τις εκτιμήσεις των  $\sigma_{ij}$  και  $P_{ij}$ . Αυτό υποδηλώνει ότι γενικά οι ελαστικότητες που έχουν εκτιμηθεί θα ποικίλουν ανάλογα με τις παρατηρήσεις.

Δεύτερον, από τη στιγμή οι εκτιμημένοι παράμετροι και τα κατάλληλα μερίδια έχουν αποκλίσεις και συνδιακυμάνσεις, οι εκτιμημένες ελαστικότητες υποκατάστασης έχουν επίσης στοχαστικές κατανομές.

Τρίτον, η εκτιμημένη υπερβατική συνάρτηση (translog) συνάρτηση κόστους, θα πρέπει να ελεγχθεί ώστε να διασφαλίσουμε το γεγονός ότι είναι μονοτονικά αύξουσα και αυστηρά οιονή - κοίλη στις τιμές των εισροών, όπως αναφέρθηκε από την θεωρία. Για την μονοτονικότητα αναφέρεται ότι τα μερίδια είναι όλα θετικά, και για την αυστηρά οιονή (συνεχή) κοιλότητα, η μήτρα (πχη) των ελαστικότητων υποκατάστασης πρέπει να είναι αρνητικά ημιορισμένη για κάθε παρατήρηση.

Είναι σημαντικό να διαχωρίσουμε τις οικονομίες κλίμακας από κάποιες άλλες πηγές μεταβολών παραγωγικότητας, επειδή οι οικονομίες κλίμακας είναι αναστρέψιμες όταν οι εκροές μειώνονται. Αλλαγές στην κλίμακα παραγωγής μπορούν να χαρακτηριστούν από αλλαγές στους ανάλογους συντελεστές.

Η Τεχνική μεταβολή συνδεδεμένη με τις οικονομίες κλίμακας μπορεί όμοια να είναι μεροληπτική ή ουδέτερη. Από την άποψη της συνάρτησης κόστους, αυτός ο τύπος τεχνικής μεταβολής μπορεί να χαρακτηριστεί από αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στις εκροές και στις διάφορες εισροές. Η Μεροληπτική τεχνική μεταβολή μπορεί να εμφανιστεί με οικονομίες ή μη-οικονομίες κλίμακας, εξαρτώμενη από τις σχετικές τιμές των συντελεστών. Η τεχνολογική μεταβολή που μεταβάλλει, τις σχετικές εισροές των συντελεστών καλείται μεροληπτική τεχνική μεταβολή.

Επιπλέον, μπορούμε να υπολογίσουμε τις ελαστικότητες κλίμακας (που είναι τα ποσοστά μεταβολής του συνολικού κόστους μετά από μεταβολή 1% στην εκροή).

Όπως έχει αποδειχθεί από τον Giora Hanoch (1975) υπάρχουν υπολογισμένες σαν τον αντίστροφο του κόστους ως προς το προϊόν. Πιο εξειδικευμένα,

$$\text{Κλίμακες απόδοσης (scale)} = 1/e_{cy}$$

όπου  $e_{cy} = \frac{\ln c}{\ln y}$  και όπου για την υπερβατική συνάρτηση (translog) συνάρτηση.

$$\bar{e}_{cy}^v = a_y + a_{yy} \bar{\ln Y}^v + \sum_i^n \gamma_{ij} \bar{\ln P_i}^v + \gamma_{YT} T \quad (17)$$

Ένα πιθανό πρόβλημα που έχει σχέση με την εκτίμηση των οικονομιών κλίμακας είναι ότι οι παράμετροι  $a_y$  και  $a_{yy}$  δεν εμφανίζονται στις εξισώσεις μεριδίων, και έτσι αυτοί οι παράμετροι δεν μπορούν να εκτιμηθούν χρησιμοποιώντας μόνο το σύστημα των εξισώσεων μεριδίων (εξισώσεις (9), (10), (11)).

Για να εκτιμήσουμε στο παραπάνω υπόδειγμα τις συναρτήσεις μέσου κόστους παράλληλα με το μερίδιο μιας εισροής και το ρυθμό τεχνικής μεταβολής, υιοθετούμε τα 3 στάδια των ελάχιστων τετραγώνων - με ενδογενείς μεταβλητές χρονική υστέρηση (lag)-(για παράδειγμα, η χρονική υστέρηση (lag) μερίδια, χρονική υστέρηση (lag) τιμές, κεφαλαίου, εργασίας και εκροής). Η μέθοδος αυτή απαιτεί τη χρήση των σχετικών μεταβλητών.

Συγκεντρώσαμε τις μεταβλητές χρονικής υστέρησης (lag) του κεφαλαιακού εισοδήματος, της τιμής κεφαλαίου, της προστιθέμενης αξίας, της τιμής της εκροής, του αριθμού των εργαζομένων και της τιμής της εργασίας. Για να ερμηνεύσουμε τις εκτιμήσεις αυτών των παραμέτρων είναι χρήσιμο να θυμηθούμε ότι εάν η συνάρτηση παραγωγής αυξάνεται στις εισροές του κεφαλαίου και της εργασίας τότε η προστιθέμενη αξία των μεριδίων είναι μη αρνητική.

Το υπόδειγμα που χρησιμοποιούμε πρωτο-χρησιμοποιήθηκε από τους Jorgenson D.W. και Fraumeni B.M. (1983). Υπολογίζουμε την καθαρά τεχνολογία, την ουδέτερη τεχνολογία, την μή-ουδέτερη τεχνολογία, τις κλίμακες οικονομιών και την πολυсуλεκτική παραγωγικότητα. Τα δεδομένα αφορούν ολόκληρη την χρονική περίοδο από το 1961 μέχρι το 1990. Ενώ η μεθοδολογία βασίζεται σε δύο εισροές (δηλαδή το κεφάλαιο και την εργασία) και χρησιμοποιούμε την δυαδική υπερβατική συνάρτηση κόστους (translog cost function) των Christensen, Jorgenson και Lau 1971, 1973

Η υπερβατική συνάρτηση κόστους (translog cost function) δύναται να αναγραφεί:

$$\ln c^v(w_K, w_L, Y, T) = \alpha_0^v + \alpha_y^v \ln y^v + \frac{1}{2} \alpha_{yy}^v (\ln y^v)^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_i^v \ln w_i^v + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}^v \ln w_i^v \ln w_j^v + \sum_{i=1}^n \gamma_{iy}^v \ln w_i^v \ln y^v$$

$$\gamma_T^v T + \frac{1}{2} \gamma_{TT}^v T^2 + \sum_{i=1}^n \gamma_{iT}^v \ln w_i^v T + \gamma_{yT}^v \ln y^v T \quad (1)$$

όπου: C = συνολικό κόστος,

$W_i$  (i=K,L) = οι τιμές των εισροών (τιμή κεφαλαίου και εργασίας),

Y = η προστιθέμενη αξία

T = ο δείκτης τεχνολογικής μεταβολής

Οι τμηματικές ελαστικότητες υποκατάστασης των Allen-Uzava,  $s_{ij}$ , και οι τιμές ελαστικότητων των συντελεστών ζήτησης,  $P_{ij}$ , δίδονται από τις ακόλουθες εξισώσεις αντίστοιχα.

$$s_{ij} = (g_{ii} + S_i^2 - S_i) \alpha (S_i^2), \quad i = K, L \quad i = j \quad (2)$$

και

$$s_{ij} = (g_{ij} + S_i S_j) (S_i S_j), \quad (i, j = K, L) \quad (3)$$

Όπου οι ίδιες-τμηματικές ελαστικότητες υποκατάστασης,  $s_{ii}$ , αναμένεται να είναι αρνητικές. Οι διαστρωματικές-τμηματικές ελαστικότητες υποκατάστασης μπορεί να είναι είτε θετικές, υπονοώντας την υποκατάσταση μεταξύ των εισροών, είτε αρνητικές υπονοώντας συμπληρωματικότητα των εισροών.

$$P_{ij} = s_{ij} S_j, \quad (i = K, L) \quad (4)$$

και

$$P_{ii} = s_{ii} S_i, \quad i = K, L \quad i = j \quad (5)$$

Υπολογίζουμε τις κλίμακες οικονομίας από τον ακόλουθο τύπο  $1/e_{cy}$  όπου  $e_{cy} = \partial \ln c / \partial \ln y$  και από την υπερβατική (translog) συνάρτηση:

$$\bar{e}_{cy}^v = a_y + a_{yy} \bar{\ln Y}^v + \sum_i^n \gamma_{ij} \bar{\ln P}_i^v + \gamma_{YT} \bar{T} \quad (6)$$



Τα δεδομένα που χρησιμοποιούμε προέρχονται από τις ετήσιες βιομηχανικές χρονολογικές σειρές και από τα ετήσια βιβλία απογραφών της Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας Ελλάδος (Ε.Σ.Υ.Ε.)<sup>1</sup> και αφορούν τις μεγάλες βιομηχανίες (δηλαδή τις επιχειρήσεις με 20 είτε περισσότερους εργαζόμενους).<sup>2</sup> Οι παράμετροι που παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.1 και 3.2, που μας δίνουν τις εμπειρικές εκτιμήσεις για την υπερβατική συνάρτηση κόστους για την χρονική περίοδο 1959-1990.

**Πίνακας 3** Παραμετρικές εκτιμήσεις χρονολογικών σειρών υπερβατικής συνάρτησης κόστους (translog-cost function) 1959-1990

	$a_0$	$a_\gamma$	$a_{\gamma\gamma}$	$a_k$	$a_L$	$g_T$	$g_{kk}$	$g_{LL}$	$g_{TT}$	$g_{\gamma T}$	$g_{k\gamma}$	$g_{kL}$	$g_{kT}$	$g_{L\gamma}$	$g_{LT}$
20	2.0 (7.0)	2.6 (5.0)	-1.4 (-1.8)	0.51 (6.9)	0.49 (6.6)	-0.1 (-2.8)	0.01 (0.4)	0.01 (0.4)	-0.03 (-1.4)	0.21 (1.5)	-0.1 (-2.1)	-0.01 (-0.4)	0.17 (2.6)	0.10 (2.1)	-0.1 (-2.6)
21	-0.60 (-1.3)	4.59 (4.4)	-2.28 (-1.2)	0.80 (8.4)	0.20 (2.1)	-0.42 (-2.2)	0.017 (0.8)	0.017 (0.8)	-0.05 (-0.8)	0.34 (0.9)	-0.06 (-1.6)	-0.01 (-0.8)	0.013 (2.3)	0.062 (1.6)	-0.01 (-2.35)
22	0.63 (0.5)	1.98 (1.5)	-0.5 (-0.7)	0.40 (2.6)	0.60 (4.0)	-0.05 (-0.3)	-0.03 (-0.1)	0.090 (2.7)	-0.02 (-1.7)	0.094 (0.9)	-0.10 (-2.5)	0.03 (0.1)	0.015 (3.4)	-0.03 (-1.8)	-0.086 (-1.7)
23	0.710 (1.7)	3.195 (4.4)	-1.19 (-1.2)	0.64 (5.4)	0.36 (3.1)	-0.24 (-2.0)	-0.03 (-0.1)	-0.03 (-0.1)	-0.01 (-0.5)	0.132 (0.7)	-0.10 (-2.5)	0.037 (0.1)	0.015 (3.4)	0.104 (2.5)	-0.015 (-3.4)
24	3.42 (22)	0.91 (2.5)	-1.10 (-2.5)	0.16 (5.7)	0.84 (32)	0.055 (0.6)	0.096 (7.7)	0.096 (7.7)	-0.03 (-1.9)	0.201 (2.1)	-0.05 (-0.3)	-0.09 (-7.7)	0.012 (3.8)	0.05 (0.3)	-0.012 (-3.8)
25	3.84 (37)	0.55 (0.9)	-0.49 (-0.5)	0.18 (3.8)	0.82 (17)	0.049 (0.5)	0.088 (3.8)	0.088 (3.8)	-0.02 (-0.7)	0.101 (0.6)	-0.04 (-1.6)	-0.08 (-3.8)	0.19 (5.3)	0.044 (1.6)	-0.019 (-5.3)
26	2.93 (27)	1.566 (4.7)	0.057 (0.6)	0.24 (5.8)	0.76 (18)	-0.03 (-0.1)	0.042 (1.9)	0.042 (1.9)	0.060 (0.2)	-0.04 (-0.2)	-0.08 (-3.4)	-0.04 (-1.9)	0.019 (3.9)	0.089 (3.4)	-0.019 (-3.95)
27	1.906 (2.6)	1.558 (1.2)	0.179 (0.1)	0.01 (0.7)	0.99 (9.8)	-0.06 (-0.3)	0.130 (4.9)	0.130 (4.9)	0.019 (0.4)	-0.07 (-0.3)	0.166 (0.4)	-0.13 (-4.9)	0.104 (1.8)	-0.01 (-0.4)	-0.010 (-1.8)
28	3.24	-0.10	0.849	0.19	0.81	0.169	0.107	0.10	0.163	-0.12	0.064	-0.10	0.071	-0.06	-0.071

<sup>1</sup>Η ακόλουθη ανάλυση πραγματοποιείται σε κατηγορίες κλάδων με διπλό-ψηφίο σύμφωνα με το Διεθνές Σύστημα Ταξινόμησης. Σύμφωνα με την διεθνή ταξινόμηση του ISIC, έχουμε τους ακόλουθους κλάδους (οι παρενθέσεις υποδηλούν τις αντίστοιχες κατηγορίες): (20) τρόφιμα, (21) ποτά-αναψυκτικά, (22) καπνά, (23) υφαντουργία, (24) υποδηματοποιία, (25) ξυλινεία, (26) επιπλοποιία, (27) χαρτί, (28) εκδόσεις, (28) δερμάτινα, (30) ελαστικά και πλαστικά προϊόντα, (31) χημικά, (32) πετρελαιοειδή, (33) μή-μεταλλικά προϊόντα, (34) βασική μεταλλική βιομηχανία, (35) μεταλλικά προϊόντα, (36) μηχανήματα και εξαρτήματα (37) ηλεκτρικές συσκευές, (38) εξαρτήματα μεταφορών (39) διάφορες βιομηχανίες.

<sup>2</sup>Το προϊόν υπολογίζεται σαν την προστιθέμενη αξία στις μεγάλες επιχειρήσεις όπως καταγράφεται στα στοιχεία των ετήσιων βιομηχανικών χρονολογικών σειρών και από τα ετήσια βιβλία απογραφών της Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας Ελλάδος. Η εργασία υπολογίζεται σαν τον αριθμό των απασχολουμένων. Οι μισθοί και τα ημερομίσθια αντιστοιχούν στο συνολικό κόστος της μεγάλης βιομηχανίας. Η τιμή της εργασίας προέρχεται από το συνολικό κόστος της εργασίας διαιρούμενο διά του αριθμού των απασχολουμένων.

	(5.4)	(-0.9)	(0.6)	(1.5)	(6.7)	(1.0)	(3.1)	(3.1)	(0.4)	(-0.6)	(1.2)	(-3.1)	(0.7)	(-1.2)	(-0.7)
29	2.240	1.832	0.511	0.15	0.85	-0.04	0.055	0.05	0.253	-0.14	0.010	-0.05	0.069	-0.01	-0.069
	(5.4)	(3.4)	(0.9)	(2.9)	(18)	(-0.7)	(2.7)	(2.7)	(1.7)	(-1.7)	(0.4)	(-2.7)	(2.0)	(-0.4)	(-2.01)
30	3.124	1.146	-0.23	0.25	0.75	-0.01	0.120	0.12	-0.01	0.080	-0.16	-0.12	0.043	1.60	-0.043
	(14)	(1.4)	(-0.7)	(3.2)	(10)	(-0.7)	(4.0)	(4.0)	(-0.1)	(0.1)	(-2.7)	(-4.0)	(3.6)	(2.7)	(-3.6)
31	4.214	-0.13	-0.16	0.51	0.49	0.515	0.058	0.05	-0.01	0.070	0.015	-0.05	0.022	-0.01	-0.022
	(5.8)	(-0.1)	(-0.4)	(6.0)	(5.7)	(0.4)	(1.8)	(1.8)	(-1.6)	(1.2)	(0.2)	(6.0)	(0.1)	(-0.2)	(-0.1)
32	0.98	3.609	-2.92	0.76	0.24	-0.19	(*)	(*)	-0.11	0.555	-0.16	(*)	0.032	0.160	-0.032
*	(0.9)	(2.3)	(-1.3)	(6.0)	(1.9)	(-0.7)			(-1.6)	(1.4)	(-3.0)		(3.6)	(3.0)	(-3.6)
33	2.056	1.726	0.786	0.36	0.64	-0.05	0.052	0.052	0.039	-0.19	-0.06	-0.05	0.017	0.060	-0.017
	(5.4)	(2.0)	(0.5)	(5.9)	(10)	(-0.4)	(3.2)	(3.2)	(0.9)	(-0.8)	(-2.4)	(-3.2)	(5.4)	(2.4)	(-5.4)
34	3.259	0.324	-0.21	0.22	0.78	0.132	0.167	0.167	-0.01	0.075	-0.06	-0.16	0.031	0.060(1.4)	-0.031
	(13)	(0.5)	(-0.2)	(2.2)	(8.3)	(1.2)	(5.4)	(5.4)	(-0.4)	(0.3)	(-1.4)	(-5.4)	(4.0)		(-4.0)
35	2.419	2.543	-0.56	0.30	0.70	-0.18	0.086	0.086	0.036	0.027	-0.05	-0.08	0.021	0.054	-0.021
	(12)	(5.7)	(-0.5)	(4.2)	(10)	(-2.8)	(3.5)	(3.5)	(0.1)	(0.1)	(-1.6)	(-3.5)	(3.4)	(1.6)	(-3.43)
36	0.582	5.707	-5.09	0.30	0.70	-0.69	0.079	0.079	-0.12	0.777	-0.03	-0.07	0.014	0.038	-0.014
	(1.1)	(5.6)	(-3.8)	(3.7)	(8.7)	(-4.4)	(3.1)	(3.1)	(-3.4)	(3.6)	(-1.2)	(-3.1)	(3.0)	(1.2)	(-3.0)
37	1.562	3.072	-0.03	0.62	0.38	-0.22	0.103	0.103	0.030	0.028	-0.23	-0.10	0.051	0.239	-0.051
	(1.4)	(0.9)	(-0.7)	(5.3)	(3.3)	(-0.4)	(2.9)	(2.9)	(0.2)	(0.3)	(-5.1)	(-2.9)	(6.8)	(5.1)	(-6.8)
38	2.332	3.414	-2.39	0.40	0.60	-0.29	0.084	0.084	-0.05	0.342	-0.05	-0.08	0.023	0.052	-0.023
	(7.3)	(4.4)	(-1.5)	(5.2)	(8.0)	(-2.5)	(4.6)	(4.6)	(-0.8)	(1.1)	(-1.2)	(-4.6)	(2.5)	(1.2)	(-2.5)
39	1.809	1.629	-0.33	0.40	0.60	(*)	0.026	0.026	(*)	(*)	0.077	-0.02	(*)	-0.07	(*)
*	(7.2)	(9.0)	(-6.0)	(6.7)	(10)		(1.3)	(1.3)			(0.4)	(-1.3)		(-0.4)	
20-39	5.560	-1.61	1.04	1.27	0.87	-0.23	0.155	0.155	0.010	0.128	0.020	-0.15	0.004	-0.02	-0.004
	(6.9)	(-1.6)	(1.5)	(1.6)	(11.4)	(-2.4)	(4.68)	(4.68)	(1.71)	(2.93)	(0.31)	(-4.6)	(0.09)	(-0.3)	(-0.09)

Παρατήρηση: Οι Αριθμοί στις παρενθέσεις υποδηλούν τα t-statistic.

Παρατήρηση :(\*) Οι παράμετροι στον τομέα (32) δεν παρουσιάζονται εξ' αιτίας των περιορισμών της κυρτότητας (convexity restrictions), ενώ στο τομέα (39) εξ' ορισμού δεν υπάρχει τεχνολογική μεταβολή στον τομέα 39 (διάφοροι τομείς). Σύμφωνα με την διεθνή ταξινόμηση του ISIC, έχουμε τους ακόλουθους κλάδους (οι παρενθέσεις υποδηλούν τις αντίστοιχες κατηγορίες): (20) τρόφιμα, (21) ποτά-αναψυκτικά, (22)καπνά, (23) υφαντουργία, (24) υποδηματοποιία, (25) ξύλα και cork,(26) επιπλοποιία, (27) χαρτί, (28) εκδόσεις, (28) δερμάτινα, (30) ελαστικά και πλαστικά προϊόντα, (31) χημικά, (32) πετρελαιοειδή, (33) μή-μεταλλικά προϊόντα, (34) βασική μεταλλική βιομηχανία, (35) μεταλλικά προϊόντα, (36)μηχανήματα και εξαρτήματα (37) ηλεκτρικές συσκευές, (38) εξαρτήματα μεταφορών (39) διάφορες βιομηχανίες.

Οι συντελεστές  $\{a_K, a_L\}$  είναι οι μέσες τιμές για τα μερίδια των συντελεστών για κάθε ένα τομέα. Η ερμηνεία των παραμέτρων  $\{g_T, a_Y\}$  παρουσιάζει τόν μέσο αρνητικό δείκτη της τεχνολογικής μεταβολής και τα μέσα μερίδια του προϊόντος στο συνολικό κόστος.

**Πίνακας 4** Υποκατάσταση, τιμές ελαστικότητας, τεχνολογική μεταβολή και οικονομίες κλίμακος (1959-1990)

	$s_{LL}$	$s_{KK}$	$s_{KL}$	$P_{LL}$	$P_{KK}$	$P_{LK}$	$P_{KL}$	$c/l$	TCH1	TCH2	TCH3	MFP	Scale
Τρόφιμα (20)	-0.839	-1.101	0.957	-0.44	-0.51	0.44	0.51	c.u	-0.812	-0.00058	0.745	-0.0679	0.858
Ποτά (21)	-4.222	-0.184	0.875	-0.72	-0.15	0.72	0.15	c.u	-1.385	0.017460	1.233	-0.1348	0.655
Καπνά (22):	-1.699	-0.102	0.412	-0.33	-0.08	0.33	0.08	c.u	-0.450	0.010289	0.383	-0.0561	0.724
Υφαντουργία (23):	-1.077	-0.963	1.014	-0.52	-0.49	0.52	0.49	c.s	-0.518	0.008332	0.480	-0.0299	1.545
Υποδημ/ποία(24):	-0.267	-1.177	0.554	-0.22	-0.28	0.22	0.28	c.u	-0.668	-0.00399	0.600	-0.0721	1.182
Ξύλος (25)	-0.299	-1.228	0.596	-0.17	-0.37	0.17	0.37	c.u	-0.305	-0.00866	0.301	-0.0124	1.298
Επιπλα (26):	-0.278	-2.207	0.777	-0.20	-0.57	0.20	0.57	c.u	0.0994	-0.02033	-0.13	-0.0533	0.964
Χαρτί (27):	-0.347	-0.639	0.459	-0.19	-0.26	0.19	0.26	c.u	0.2635	0.008485	-0.30	-0.0361	1.501
Εκδόσεις (28)	-0.676	-0.483	0.564	-0.30	-0.25	0.30	0.25	c.u	0.4473	0.000461	-0.43	0.00994	1.366
Δερμάτινα(29):	-0.285	-1.855	0.723	-0.20	-0.51	0.20	0.51	c.u	0.3845	-0.00143	-0.45	-0.0751	2.076
Ελαστ.& πλαστ.(30)	-0.416	-0.645	0.508	-0.22	-0.28	0.22	0.28	c.u	-0.344	0.001361	0.276	-0.0667	0.644
Χημικά (31)	-1.383	-0.427	0.731	-0.46	-0.26	0.46	0.26	c.u	-0.248	0.001290	0.272	0.02507	4.445
Πετρελαιοϊδή (32)	-2.631	-0.403	1.000	-0.17	-0.28	0.17	0.28	c.s	-2.133	0.058802	2.048	-0.0255	0.209
Μή-μεταλλικά προϊόντα (33):	-0.697	-0.904	0.789	-0.36	-0.42	0.36	0.42	c.u	0.6072	0.009445	-0.66	-0.0498	0.941
Βασικές-μεταλλικές βιομηχανίες (34):	-0.307	-0.129	0.189	-0.11	-0.07	0.11	0.07	c.u	-0.1874	0.023929	0.264	0.10102	1.579
Μεταλλ.προϊόντα(35)	-0.587	-0.738	0.653	-0.30	-0.34	0.30	0.34	c.u	-0.1273	-0.00067	0.0916	-0.0363	1.228
Μηχανήματα & συσκευές (36):	-0.486	-0.952	0.672	-0.28	-0.39	0.28	0.39	c.u	-2.7787	0.001201	2.7022	-0.075	1.986
Ηλεκτρ.συσκευές(37)	-1.070	-0.275	0.529	-0.34	-0.17	0.34	0.17	c.u	-0.172	0.000704	0.0999	-0.065	0.464
Μεταφορικά εξαρτήματα (38)	-1.214	-0.339	0.615	-0.40	-0.21	0.40	0.21	c.u	-1.1805	0.008928	1.1000	-0.071	3.947
Διάφορες Βιομηχ (39)	-0.634	-1.265	0.890	-0.36	-0.52	0.36	0.52	c.u (*)	(*)	(*)	(*)	(*)	1.582
Σύνολο Βιομηχανίας	-0.285	-0.385	0.309	-0.14	-0.16	0.14	0.16	c.u	-0.126	0.0009419	0.12283	-0.00227	0.8977

Παρατήρηση:  $s_{LL}$ ,  $s_{KK}$ ,  $s_{KL}$ = φανερώνουν την υποκατάσταση των ελαστικότητων, TCH1, TCH2, TCH3=φανερώνει την τεχνολογική μεταβολή, MFP, Scale= φανερώνουν την παραγωγικότητα (multifactor productivity) και τος οικονομίες κλίμακος (scale) αντίστοιχα. Τελικά,  $c/l$ = φανερώνουν την ένταση και εξοικονόμηση του κεφαλαίου και της εργασίας (capital-labour using & saving) [όπου c.u. φανερώνει

την ένταση του κεφαλαίου/εργασίας (capital/labour-using) είτε την εξοικονόμηση-εργασίας/κεφαλαίου (labour/capital saving)]. Σύμφωνα με τον David και τον Van De Klundert, (1965) η τεχνολογική μεταβολή είναι εντάσεως κεφαλαίου εάν και μονάχα εάν η ελαστικότητα υποκατάστασης μεταξύ του κεφαλαίου και της εργασίας είναι σε απόλυτες τιμές μικρότερη από την μονάδα.

Οι παράμετροι  $\{g_{KK}, g_{LL}, g_{KL}\}$  συνεπάγονται ότι τα μερίδια των ελαστικότητων αναφορικά με τις τιμές των συντελεστών και είναι σταθερά. Οι συντελεστές  $\{g_{KT}, g_{LT}, g_{TT}\}$  εκφράζουν αντίστοιχα την επίδραση της τεχνολογικής μεταβολής και τον δείκτη της επιτάχυνσης της τεχνολογικής μεταβολής. Τα μέσα μερίδια των παραγόντων είναι θετικά όπως απαιτείται από την μονοτονικότητα για όλους τους τομείς. Εκτός από τους τομείς 28 και 31, η παράμετρος  $a_{VT}$ , έχει μία θετική τιμή και φανερώνει τις μέσες τιμές των μεριδίων του προϊόντος στο συνολικό κόστος, όπου ο αρνητικός δείκτης της τεχνολογικής μεταβολής είναι αρνητικός σε πέντε τομείς και θετικός για δεκαεννέα τομείς.

Οι παράμετροι  $\{g_{KY}, g_{LY}\}$  φανερώνουν τα μερίδια των ελαστικότητων αναφορικά με το προϊόν. Με άλλα λόγια, μας φανερώνουν το πώς τα μερίδια των συντελεστών θα επηρεάζονται μετά από μία μεταβολή στο επίπεδο του προϊόντος. Σε πέντε τομείς (27, 28, 29, 31 και 39) τα μερίδια του κεφαλαίου αυξάνουν με μία αύξηση του προϊόντος και σε δεκαπέντε τομείς μειώνεται. Ακριβώς το αντίθετο συμβαίνει με τον συντελεστή εργασίας. Η παράμετρος  $a_{YY}$ , αντιπροσωπεύει το πώς το οριακό κόστος θα μεταβάλλεται με μία αλλαγή στο επίπεδο του προϊόντος. Σε πέντε τομείς 26, 27, 28, 29, 33 το οριακό κόστος θα αυξάνει, καθώς το προϊόν επεκτείνεται. Ο συντελεστής  $g_{YT}$ , υποδηλώνει το αποτέλεσμα της τεχνολογικής μεταβολής στη ανάπτυξη προϊόντος.

Ο Πίνακας 3 παρουσιάζει τους εκτιμητές για τις μέσες τιμές υποκατάστασης και τις τιμές των ελαστικότητων. Η ανάλυση της συνολικής παραγωγικότητας (MFP) είτε του δείκτη της τεχνολογικής μεταβολής γίνεται σε τρία τμήματα, την καθαρά τεχνολογία (the pure technology), την μή-ουδέτερη τεχνολογία, και τις αποδόσεις-κλίμακες (scale economies) για την ανάπτυξη της τεχνολογίας. Στην τελευταία στήλη του Πίνακα 3 εφαρμόζουμε την εκτίμηση της μεθόδου του Hainnorch για τις αποδόσεις-κλίμακες των οικονομιών.

Οι μέσες ίδιες ελαστικότητες υποκατάστασης και οι τιμές είναι αρνητικές όπως η θεωρία ορίζει. Ιδιαίτερα, σε δώδεκα τομείς 20, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 32, 33, 35, 36 και 39 τα μερίδια του κεφαλαίου επηρεάζονται σχετικά περισσότερο μετά από μία αλλαγή στη τιμή της εργασίας. Με άλλα λόγια, η ζήτηση για κεφάλαιο είναι λιγότερο ανελαστική για τους ανωτέρω δώδεκα τομείς απ' ότι είναι η ζήτηση εργασίας. Συνεπώς, αυτοί οι βιομηχανικοί τομείς στην Ελλάδα είναι πρόθυμοι για παράδειγμα να παραιτηθούν συγκριτικά ευκολότερα από τις κεφαλαιουχικές εισροές για να μπορέσουν να υποκαταστήσουν με σχετικά φθινότερες εργασιακές εισροές.

Εφαρμόζοντας το μέτρο των αποδόσεων-κλιμάκων οικονομίας. Παρατηρούμε σε δώδεκα τομείς (23, 24, 25, 27, 28, 29, 31, 34, 35, 36, 38 και 39) αύξουσες αποδόσεις-κλίμακες. Αυτό υποδηλώνει ότι οι τομείς έχουν την ικανότητα να αυξάνουν τα προϊόντα τους σε ένα σχετικά ταχύτερο ρυθμό απ' ότι το συνολικό τους κόστος. Σε τρεις βιομηχανίες 20, 26, 33, οι τιμές των αποδόσεων-κλιμάκων των οικονομιών είναι

πολύ κοντά στην μονάδα 0.86, 0.96 και 0.94. Σε πέντε βιομηχανίες που υπολείπονται 21, 22, 30, 32 και 37, έχουμε την ύπαρξη μή-οικονομιών κλίμακος που συνεπάγεται ότι αυτές οι συναρτήσεις των βιομηχανιών δρουν με ένα αποτελεσματικό τρόπο.

Η συνολική παραγωγικότητα (MFP) είναι θετική μονάχα για τρεις τομείς 28, 30 και 34. Αυτό σημαίνει ότι στους υπολοίπους δεκαέξι τομείς, η τεχνολογική μεταβολή μειώνει το συνολικό κόστος περίπου κατά ένα μέσο όρο 6% διαχρονικά. Επί-προσθέτως, ανανλούμε την πολυσυλεκτική παραγωγικότητα, με βάση τον χρόνο, στην ουδέτερη και στη μή-ουδέτερη τεχνολογία αντίστοιχα [(MFP) σέ TCH1, TCH2 και TCH3]. Ιδιαίτερα, η TCH1 είναι αρνητική για δεκατέσσερις τομείς, που φανερώνει την καθαρή τεχνολογία, την τεχνολογία που συνεισφέρει περισσότερο στην τάση του χρόνου, μειώνει το συνολικό κόστος σε δεκατέσσερις βιομηχανικούς τομείς από έναν μέσο όρο 8%. Το τμήμα της μή-ουδέτερης τεχνολογικής μεταβολής TCH2, είναι για δεκατέσσερις βιομηχανικούς τομείς θετικό. Αυτό συνεπάγεται ότι η τεχνολογία διαχρονικά κάνει χρήση των συντελεστών σχετικά πίο εντατικά, έτσι που το συνολικό κόστος αυξάνει κατά μέσο όρο κατά 0.1%.

Από την προηγούμενη ανάλυση, τα κύρια συμπεράσματα και οι προτάσεις συνοψίζονται ως ακολούθως:

Η Ελλάδα είναι μία από τις χώρες που παρουσίασε ραγδαία αύξηση στη χρονική περίοδο μετά από τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο και από αγροτική οικονομία ανέπτυξε τον βιομηχανικό τομέα καθώς επίσης και τις υπηρεσίες. Η χρονική περίοδος από το 1950 και μέχρι τα τέλη του 1960 χαρακτηρίζονται από ραγδαία αύξηση των δεικτών ανάπτυξης. Στη χρονική αυτή περίοδο τα περισσότερα τεχνολογικά προϊόντα μεταφέρονται από το εξωτερικό. Μετά από την χρονική περίοδο του 1974, βλέπουμε μία μείωση των δεικτών της οικονομικής ανάπτυξης. Αυτό γίνεται περισσότερο εμφανές για την χρονική περίοδο μεταξύ του 1974 και του 1980. Η δεκαετία του 1980 χαρακτηρίζεται σαν την αρχή μίας νέας εποχής για τις τεχνολογικές δραστηριότητες, ιδιαίτερα μετά την χρονική περίοδο από την είσοδο της Ελλάδας στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Μέχρι τώρα οι διάφορες τεχνολογικές και οικονομικές στρατηγικές βασίσθηκαν μονάχα στην μεταφορά τεχνολογίας από το εξωτερικό (διά-μέσου των πολυεθνικών επιχειρήσεων, των ξένων άμεσων επενδύσεων, των διπλωμάτων ευρεσιτεχνίας και των εταιρειών των κεφαλαιουχικών αγαθών).

Η Ελληνική τεχνολογική πολιτική ακολούθησε το δόγμα ότι “μία μικρή χώρα όπως είναι η Ελλάδα είναι πολυτέλεια να αναπτύξει τις ιδικές της νέες τεχνολογίες και να προσπαθήσει να αναβαθμίσει την τεχνολογική της υποδομή, αντί απλά να μεταφέρει τις τεχνολογίες από το εξωτερικό”. Συνεπώς, η θέση αυτή επέφερε μια αδυναμία στη τεχνολογική θέση και στο τεχνολογικό ισοζύγιο της Ελλάδας στη διεθνή αγορά.

Η τεχνολογική υποδομή παρέμεινε σε χαμηλά επίπεδα. Η μεταφορά των τεχνολογικών εισροών προσανατολιζόταν σε παραδοσιακούς ιδιαίτερα τομείς με λιγότερη ένταση τεχνολογίας. Μονάχα μία μικρή ποσότητα από τις πληρωμές για τα διπλώματα ευρεσιτεχνίας αφορούσε τους σύγχρονους τεχνολογικά τομείς. Οι περισσότερες δραστηριότητες για την ανάπτυξη της έρευνας και τεχνολογίας αφορούν δραστηριότητες ιδιαίτερα του δημόσιου τομέα και λιγότερο του ιδιωτικού.

Τέλος, η σύνδεση της θεωρητικής και της βιομηχανικής έρευνας παραμένει σε χαμηλά επίπεδα.

Συμπερασματικά, η Ελληνική βιομηχανία είναι αδύναμη στο διεθνή ανταγωνισμό, εξ' αιτίας του χαμηλού επιπέδου ανάπτυξης, παραγωγής και προσαρμογής των τοπικών και ξένων τεχνολογιών. Για να αλλάξει αυτή η θέση, η Ελληνική βιομηχανία πρέπει να προσανατολήσει τις επενδύσεις στην ανάπτυξη και στην προσαρμογή των τοπικών αναγκών και ιδιαίτερα των παραδοσιακών τεχνολογιών. Σέ αυτή την θέση μπορεί να βοηθήσουν άμεσα και οι μεταφερόμενοι τεχνολογικοί και χρηματικοί πόροι από την Ευρωπαϊκή Ένωση.

Τέλος, σύμφωνα με την εμπειρική ανάλυση μας, η τεχνολογία προσεγγίζεται και αναλύεται από την χρησιμοποίηση του χρόνου και την εκτίμηση της υπερβατικής συνάρτησης κόστους για τους τομείς της Ελληνικής βιομηχανίας. Αν και οι συναρτήσεις χρονικής τάσης αποτελούν μονάχα μερικώς αντιπροσωπευτικά την αλήθεια για τον προσδιορισμό της τεχνολογικής αλλαγής, όμως είναι το καλύτερο που μπορούμε να εκτιμήσουμε λόγω ελλείψεως συνολικών και πύο λεπτομερών δεδομένων. Τα αποτελέσματα φανερώνουν ότι οι περισσότεροι βιομηχανικοί τομείς (εκτός των τομέων 23 και 32) είναι εντάσεως κεφαλαίου (είτε εξοικονόμησης εργασίας), γεγονός που μπορεί να εξηγηθεί σε συνδιασμό με την προηγούμενη ανάλυση ότι οι τεχνολογικές εισροές (όπως λ.χ. τα εισαγόμενα κεφαλαιουχικά αγαθά και οι μεταφερόμενες τεχνολογίες) δέν ήσαν κατάλληλες για τις τοπικές ανάγκες και δέν ανέπτυσσαν πλήρως τις διαθέσιμες δυνάμεις και τις πλουτο-παραγωγικές πηγές της αγοράς. Για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες για την Ελληνική βιομηχανία και για να γίνει περισσότερο ανταγωνιστική, πρέπει να προσαρμόσει και να αναπτύξει τις νέες της τεχνολογίες. Περαιτέρω, υπολογίζουμε τις αποδόσεις-κλίμακες οικονομιών. Η Ελληνική βιομηχανία σέ μία μεγάλη έκταση παρουσιάζει αύξουσες αποδόσεις-κλίμακες οικονομίας, γεγονός που δείχνει ότι οι βιομηχανίες έχουν την δυναμική για περαιτέρω ανάπτυξη. Εάν αυτό είναι πραγματικότητα, εν' συνεχεία αυτές θα μπορέσουν να συνεισφέρουν σημαντικά στην οικονομική ανάπτυξη της Ελλάδας.

### **2.1.2 ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΘΥΜΑΣΤΕ:**

Για να δούμε πόσο καλά μια γραμμή παλινδρόμησης περιγράφει το βαθμό εξάρτησης ανάμεσα στην εξαρτημένη μεταβλητή  $Y$  και στις ανεξάρτητες μεταβλητές  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , χρησιμοποιούμε τα ακόλουθα κριτήρια:

- (α) Συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$
  - (β) Ποσοστιαίο σφάλμα εκτιμήσεως
  - (γ) t-test
  - (δ) Συντελεστής βάρους
  - (ε) Έλεγχος με την κατανομή F
  - (στ) Έλεγχος Durbin - Watson
- 
- **Οι χρονολογικές σειρές ως μέθοδοι πρόβλεψης:** Ως χρονολογική σειρά θεωρούμε ένα σύνολο τιμών μιας μεταβλητής  $Y$  που αντιστοιχούν σε διαδοχικές χρονικές στιγμές ή περιόδους. Η γραφική παράσταση της

χρονολογικής σειράς προκύπτει αν ενώσουμε όλα τα σημεία  $(Y_1, t_1)$ ,  $(Y_2, t_2)$ ,  $(Y_3, t_3)$ ....,  $(Y_n, t_n)$ .

- **Προβλέψεις με τεχνικές εξομάλυνσης:** Οι τεχνικές εξομάλυνσης (smoothing) χρησιμοποιούνται στην περίπτωση που η χρονολογική σειρά περιέχει σε μεγάλο βαθμό την τελευταία συνιστώσα, δηλαδή χαρακτηρίζεται σημαντικά από έκτακτη ή απρόβλεπτη συμπεριφορά. Στην περίπτωση που μια χρονολογική σειρά εξελίσσεται σε μεγάλο βαθμό κάτω από την επίδραση του έκτακτου ή απρόβλεπτου παράγοντα, τότε οι λοιπές κανονικές συνιστώσες (τάση, κύκλος, εποχικότητα) δεν είναι εμφανείς.
- **Προβλέψεις και αξιολόγηση αυτών με τη μέθοδο των κινητών μέσων:** Η μέθοδος των κινητών μέσων χρησιμοποιεί το μέσο των κάθε φορά πιο πρόσφατων  $n$  τιμών της μεταβλητής, ως πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο. Για τον υπολογισμό του κάθε φορά επόμενου κινητού μέσου, αφαιρείται η πρώτη από τις  $n$  τιμές και συμπεριλαμβάνεται στη θέση της η πιο πρόσφατη.
- **Η μέθοδος των σταθμισμένων κινητών μέσων:** Στη μέθοδο των κινητών μέσων που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα, κάθε όρος έχει την ίδια βαρύτητα στους υπολογισμούς.
- **Μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης:** Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing) χρησιμοποιεί σταθμισμένους μέσους των προηγούμενων κάθε φορά όρων της χρονολογικής σειράς, ως πρόβλεψη για το μέλλον. Στην πραγματικότητα η πρόβλεψη για κάθε περίοδο είναι ένας σταθμισμένος μέσος των πραγματικών τιμών όλων των προηγούμενων περιόδων. Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης απαιτεί απλή διαδικασία και δεν απαιτεί χρονολογική σειρά με μεγάλο αριθμό περιόδων.
- **Προβλέψεις με βάση την τάση της χρονολογικής σειράς:** Όπως ήδη αναφέρθηκε οι χρονολογικές σειρές παρουσιάζουν συνήθως μια μακροχρόνια τάση μεταβολής προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, δηλαδή αύξηση, μείωση ή σταθερότητα. Στην περίπτωση που υπάρχει μια τέτοια τάση, είναι δυνατό να προχωρήσουμε σε προβλέψεις μελλοντικών τιμών της χρονολογικής σειράς, με τη χρήση της γνωστής μας ανάλυσης παλινδρόμησης.
- **Αυτοπαλίνδρομα σχήματα:** Αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα (autoregressive model) ονομάζουμε αυτό στο οποίο, η εξαρτημένη μεταβλητή  $Y_t$  εξαρτάται από τις προηγούμενες τιμές της ίδιας μεταβλητής :  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-n}$ .

Στην περίπτωση συστήματος εξισώσεων, η χρήση της συνήθους μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (ordinary least squares) δεν παράγει συνεπείς και αμερόληπτες εκτιμήσεις των συντελεστών παλινδρόμησης. Η χρησιμοποιούμενη μέθοδος για την εκτίμηση των συντελεστών παλινδρόμησης, όσον έχουμε ένα υπόδειγμα με αλληλοεξαρτώμενες εξισώσεις, που καλείται και μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια (two stage least squares). Αρχικά διακρίνουμε τις μεταβλητές σε ενδογενείς και εξωγενείς.

- Ενδογενής είναι μια μεταβλητή όταν εμφανίζεται ως εξαρτημένη σε κάποια από τις εξισώσεις του υποδείγματος.
- Εξωγενής είναι μια μεταβλητή όταν δεν εμφανίζεται ως εξαρτημένη σε κάποια εξίσωση του συστήματος.

### **2.1.3 Επαναληπτικές Ερωτήσεις**

1. Ποιες οι βασικές υποθέσεις του υποδείγματος Γραμμικής Παλινδρόμησης ;
2. Ποιες οι βασικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται στα οικονομετρικά υποδείγματα και στην εμπειρική ανάλυση; Αναλύσατε και Αναπτύξατε εν συντομία.
3. Ποιες είναι τα κυριότερα βήματα για την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων ; Αναλύσατε και Αναπτύξατε εν συντομία.
4. Αναπτύξατε και αναλύσατε εν συντομία τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των οικονομετρικών υποδειγμάτων.
5. Αναπτύξατε και αναλύσατε εν συντομία τις βασικές συναρτήσεις κόστους και τις βασικές συναρτήσεις παραγωγής.
6. Αναπτύξατε και αναλύσατε τα βασικά τεστ-μεθόδους ελέγχου αξιοπιστίας των οικονομετρικών υποδειγμάτων.