ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑΣ

Ποσοτικές Μέθοδοι στη Γεωγραφία (θεωρία).

Διδάσκων: Β. Γαβαλάς

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023

ΘΕΜΑΤΑ

Ομάδα Β

1) Ο παρακάτω πίνακας δίνει την κατανομή του βάρους 200 φοιτητών του πανεπιστημίου Αιγαίου.
Α) Πόσο ζυγίζει κατά μέσο όρο ο κάθε φοιτητής; (1 μονάδα)
Β) Ποιο είναι βάρος του 20% των πιο βαριών φοιτητών; (0,75 μονάδες)
Γ) Ποιο είναι το βάρος του 20% των πιο ελαφριών φοιτητών; (0,75 μονάδες)

Βάρος σε kg (X_i)	Αριθμός φοιτητών (f_i)
60-65	10
65-70	36
70-75	84
75-80	54
80-85	16

Λύση

βάρος X_i	φοιτητές f_i	F_i	ξ_i	ξ_i*f_i
60-65	10	10	62,5	625
65-70	36	46	67,5	2430
70-75	84	130	72,5	6090
75-80	54	184	77,5	4185
80-85	16	200	82,5	1320
Σύνολο	200			14650

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i \cdot \xi_i}{n}$$ = 14650/200=73,25.

$$M_{\frac{d}{10}} = L_i + \left(\frac{(\frac{d*n}{10}) - F_{i-1}}{f_i} \right) * w_i$$

= 75+[(160-130)/54]*5=77,78

Επομένως το βάρος του 20% των πιο βαριών φοιτητών είναι από 77,78kg μέχρι 85kg.

$$M_{\frac{d}{10}} = L_i + \left(\frac{(\frac{d*n}{10}) - F_{i-1}}{f_i} \right) * w_i$$

=65+[(40-10)/36)]*5=69,17.

Επομένως το βάρος του 20% των πιο ελαφριών φοιτητών είναι από 60 μέχρι 69,17kg.

2) Η Εταιρία Ύδρευσης και Αποχέτευσης Μυτιλήνης προσλαμβάνει υπαλλήλους Π.Ε. με γραπτές εξετάσεις και προσλαμβάνει μόνο το 15% των υποψηφίων που έγραψαν καλύτερα. Η κατανομή της βαθμολογίας των υποψηφίων είναι κανονική. Εάν η μέση τιμή της βαθμολογίας φέτος ήταν 12 και η τυπική απόκλιση 2,
α) τι βαθμό πρέπει να γράψει ένας υποψήφιος για να είναι προσληπτέος; (1 μονάδα).
Β) Τι ποσοστό των υποψηφίων βαθμολογήθηκαν με βαθμό από 13 μέχρι 15; (1 μονάδα).
Γ) Τι ποσοστό βαθμολογήθηκε με βαθμό μικρότερο του 7; (0,5 μονάδα).

Λύση

Α) Το άνω 15% της κατανομής αντιστοιχεί σε Z=1,04 περίπου. Λύνουμε τον τύπο ως προς x_i και έχουμε x_i=Z*σ+μ=1,04*2+12=14,8. Επομένως για να είναι μέσα στους προσληπτέους κάποιος πρέπει να γράψει το λιγότερο 14,8.

Β) Οι τιμές 13 και 15 εκφρασμένες σε μονάδες τυπικής απόκλισης είναι:
Z_1=(13-12)/2=0,5 Z_2=(15-12)/2=1,5
Η περιοχή μεταξύ μέσου όρου και 0,5 τυπικών αποκλίσεων είναι 0,1915.
Η περιοχή μεταξύ μέσου όρου και 1,5 τυπικών αποκλίσεων είναι 0,4332.
Η περιοχή μεταξύ των δύο τιμών Z_1 και Z_2 είναι 0,4332-0,1915=0,2417 Άρα περίπου 24,17% των υποψηφίων βαθμολογήθηκαν με βαθμό από 13 με 15.

Γ) Η τιμή 7 εκφρασμένη σε μονάδες τυπικής απόκλισης είναι: Z_3=(7-12)/2=-2,5
Η περιοχή πέρα από το Z_3 είναι: 0,0062. Επομένως 0,62% των υποψηφίων βαθμολογήθηκαν με λιγότερο από 7.

3) Οι υπεύθυνοι μιας γαλακτοβιομηχανίας πιστεύουν ότι τα παιδιά των αστικών κέντρων δαπανούν μεγαλύτερα χρηματικά ποσά για παγωτά από τα παιδιά των επαρχιακών πόλεων. Δείγμα 90 παιδιών από τα δύο μεγάλα αστικά κέντρα της χώρας έδωσε μέση μηνιαία δαπάνη για παγωτά 36,5€ με τυπική απόκλιση 2,5€. Αντίστοιχο δείγμα 80 παιδιών από επαρχιακές πόλεις έδωσε μέση μηνιαία δαπάνη για παγωτά 35,8€ με τυπική απόκλιση 3,5€. Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο ισχυρισμός της εταιρίας είναι σωστός σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05; (Διεξάγετε έλεγχο υποθέσεων) (2 μονάδες)

Λύση

1) H_0: $\mu_1=\mu_2$
   H_1:$\mu_1>\mu_2$
2) Δειγματοληπτική κατανομή της στατιστικής $\bar{X}-\bar{X}$:κανονική ($n_1+n_2>100$).
   α=0,05. Μονόπλευρος έλεγχος. Κρίσιμο Z=1,65 R={$|Z_\pi|>|Z_\kappa|$}
3) Παρατηρούμενο Z=1,47
4) |1,47|<|1,65|
5) Δεν μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε ότι τα παιδιά στα αστικά κέντρα δεν δαπανάν περισσότερα χρήματα για παγωτά από τα παιδιά της επαρχίας. Ο ισχυρισμός της εταιρίας δεν μπορεί να υιοθετηθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

4) Με τα δεδομένα του θέματος 3 κατασκευάστε ένα διάστημα εμπιστοσύνης για να εκτιμήσετε τη μέση μηνιαία δαπάνη για παγωτά από τα παιδιά στα αστικά κέντρα ένα αντίστοιχο διάστημα εμπιστοσύνης για τις επαρχιακές πόλεις. Και στα δύο διαστήματα το επίπεδο εμπιστοσύνης να είναι 90%. Ερμηνεύστε το αποτέλεσμα. (2 μονάδες).

Λύση

Για τα παιδιά των αστικών κέντρων έχουμε:

c.i.=36,5±1,65*0,265 =36,5±0,437249 =[36,1 , 36,9]

Για τα παιδιά επαρχίας έχουμε:

c.i.=35,8±1,65*0,394 =35,8±0,645 =[35,2 , 36,4]

Ερμηνεία: Μπορούμε να είμαστε 90% σίγουροι ότι τα παιδιά των αστικών κέντρων δαπανάν κατά μέσο όρο από 36,1 μέχρι 36,9 ευρώ το μήνα για παγωτά, ενώ τα παιδιά της επαρχίας από 35,2€ μέχρι 36,4€.

Τυπολόγιο

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i \cdot \xi_i}{n}$$

$$M_{\frac{d}{10}} = L_i + \left(\frac{(\frac{d * n}{10}) - F_{i-1}}{f_i} \right) * w_i$$

Όπου το d παίρνει τιμές από 1 ως 9 ανάλογα με το δεκατημόριο.

Μετατροπή των απόλυτων τιμών μιας μεταβλητής σε μονάδες τυπικής απόκλισης της τυποποιημένης κανονικής κατανομής:

$$Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή πληθυσμού

c.i.= $\bar{X} \pm Z(s/\sqrt{n-1})$

Παρατηρούμενο Z (για τον έλεγχο υποθέσεων)

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_{\bar{x}-\bar{x}}}$$

όπου $$\sigma_{\bar{x}\bar{x}} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1 - 1} + \frac{s_2^2}{n_2 - 1}}$$