



Πανεπιστήμιο  
Αιγαίου

Ανοικτά  
Ακαδημαϊκά  
Μαθήματα



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**

**ΤΜΗΜΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ**

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΗΛΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗΣ ΚΑΙ ΓΣΠ**

*Διευθυντής: καθηγητής Ι. Ν. Χατζόπουλος*



# Εισαγωγή στην Τηλεπισκόπηση (326Ε)

Καθηγητής Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος

[ihat@aegean.gr](mailto:ihat@aegean.gr)

[http://www.env.aegean.gr/labs/Remote\\_sensing/Remote\\_sensing.htm](http://www.env.aegean.gr/labs/Remote_sensing/Remote_sensing.htm)



Διάλεξη-11  
Φουριέ, Φίλτρα, PCA

# Άδειες Χρήσης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, διαγράμματα, κείμενα, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



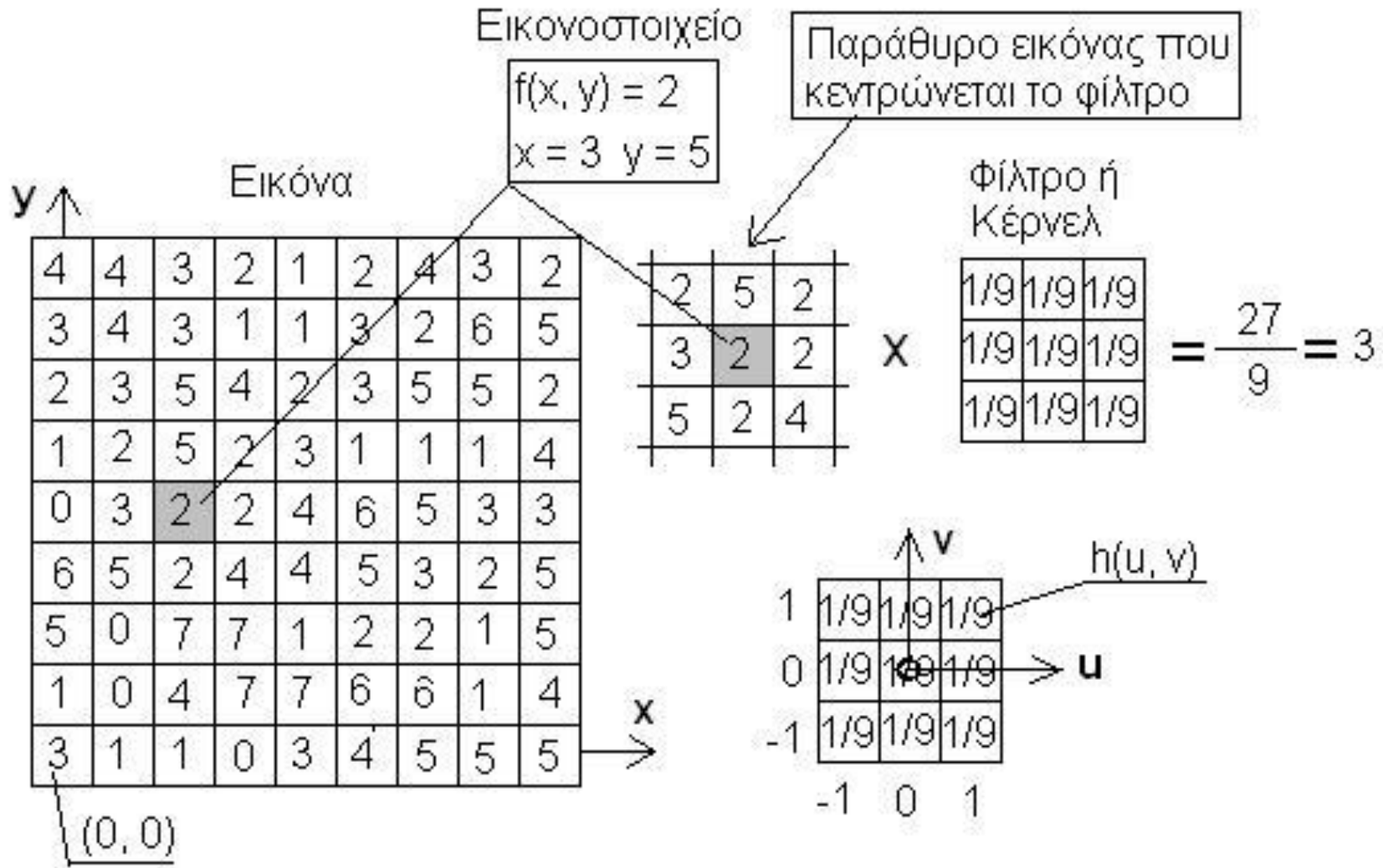
Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Φουριέ, φίλτρα, PCA

- **Η θεωρία περιλαμβάνει:**
  - Φίλτρα, συνέλιξη.
  - Φασματικός χώρος δύο διαστάσεων.
  - Κύριες συνιστώσες. Πίνακας συνδιασποράς  $\Sigma_{xyz}$ .  
Παράδειγμα: Πίνακας συνδιασποράς, Κύριες Συνιστώσες, Ιδιοδιανύσματα.
  - Εικόνες Landsat-TM της νήσου Λέσβου σε διάφορα στάδια επεξεργασίας.
  - Μετασχηματισμός Φουριέ. Παράδειγμα Φουριέ.
- **Το εργαστήριο περιλαμβάνει:**
  - Φιλτράρισμα, Μετασχηματισμοί Κύριες συνιστώσες, Φουριέ

# Φιλτράρισμα



# Φιλτράρισμα

$$\phi(x, y) = f(x, y) * h(u, v) = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} f(x+a, y+b) \cdot h(a, b) dx dy$$

Όπου  $\phi(x, y)$  είναι η φιλτραρισμένη τιμή του εικονοστοιχείου

$a = (\text{στήλες φίλτρου} - 1)/2$

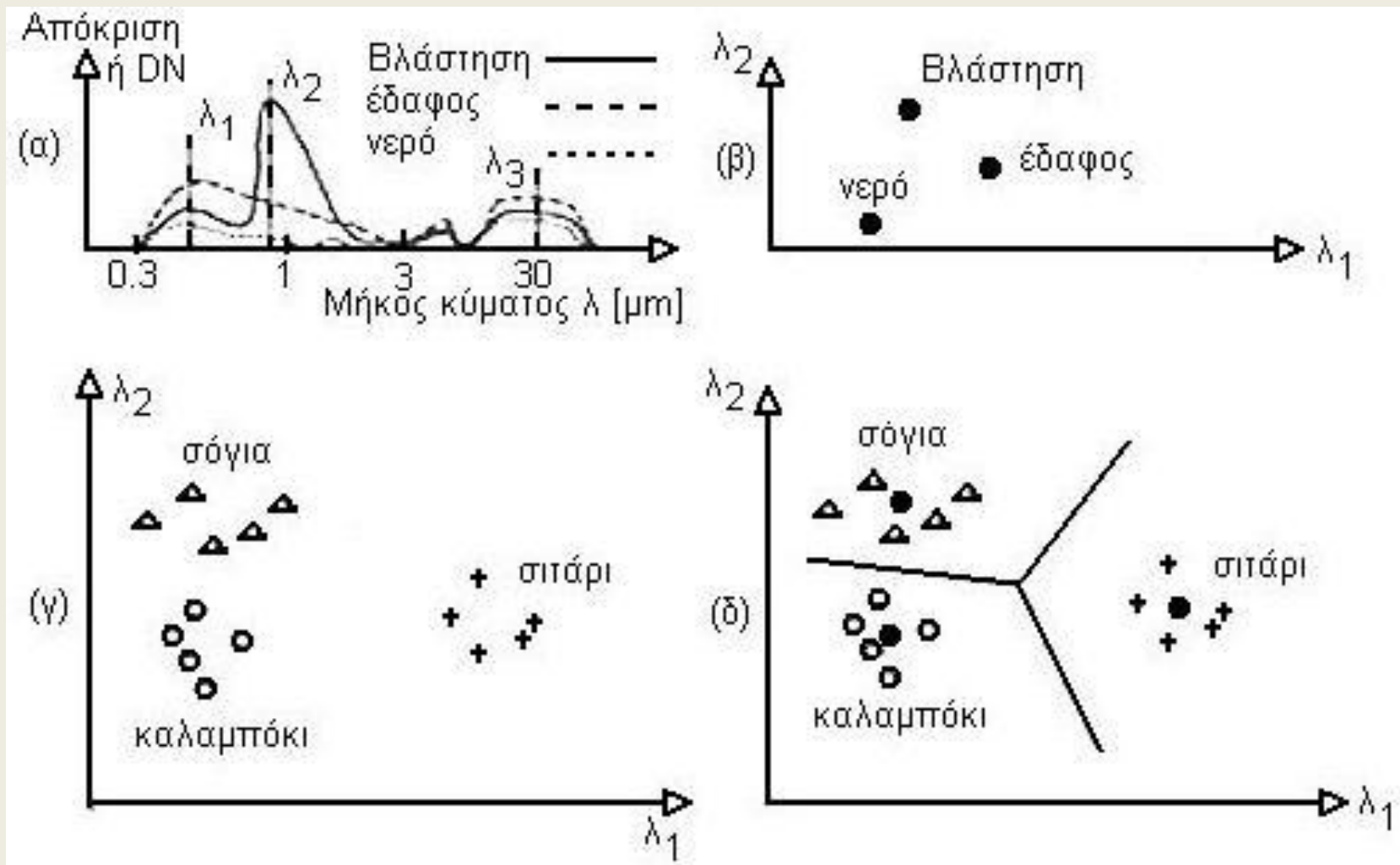
$b = (\text{γραμμές φίλτρου} - 1)/2$

Επειδή οι τιμές  $f(x, y)$  και  $h(u, v)$  είναι διακριτές η σχέση γράφεται:

$$\phi(x, y) = \sum_{i=-a}^{+a} \sum_{j=-b}^{+b} f(x+i, y+j) \cdot h(i, j)$$

<b>ΦΙΛΤΡΑ</b>	<b>Τελεστές (κέρνελ) 3x3</b>	<b>Αποτέλεσμα</b>
Sobel	$ A  +  B  \quad \eta \quad \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{οπου}$ $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$	Κλίση (πεπερασμένες διαφορές)
Prewitt, παραλλαγή του Sobel	$ A  +  B  \quad \eta \quad \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{οπου}$ $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	Κλίση (πεπερασμένες διαφορές)
Laplace	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \eta \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	Τονίζει την τιμή όταν αυτή είναι μεγαλύτερη από τα γειτονικά του
Εξομάλυνσης	$\begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} \eta \begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & 0 \end{bmatrix}$	Εξομάλυνση
median	Εφαρμόζεται στο παράθυρο της εικόνας και παίρνει τη μεσαία τιμή όταν οι τιμές διαταχθούν κατά τάξη μεγέθους.	Εξομάλυνση
High - pass	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \eta \begin{bmatrix} -1/9 & -1/9 & -1/9 \\ -1/9 & 8/9 & -1/9 \\ -1/9 & -1/9 & -1/9 \end{bmatrix}$	Τονισμός ορίων
sharpening	$\begin{bmatrix} 1/9 & -8/9 & 1/9 \\ -8/9 & 37/9 & -8/9 \\ 1/9 & -8/9 & 1/9 \end{bmatrix}$	Δημιουργεί εικόνα πιο καθαρή

# Φασματικός χώρος δύο διαστάσεων





# Κύριες συνιστώσες

Φασματική ζώνη x			
7	6	4	4
2	1	6	5
7	7	7	6
5	6	6	6

Φασματική ζώνη y			
2	1	0	0
1	1	1	0
1	3	2	1
4	1	1	0

Φασματική ζώνη z			
3	4	4	4
3	3	3	4
2	1	4	3
3	4	2	1

# Πίνακας συνδιασποράς $\Sigma_{xyz}$

$$\Sigma_{xyz} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2, \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y_i)^2, \quad \sigma_z^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{z} - z_i)^2$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)(\bar{y} - y_i), \quad \sigma_{xz} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)(\bar{z} - z_i), \quad \sigma_{yz} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y_i)(\bar{z} - z_i)$$

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad \rho_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_x \sigma_z}, \quad \rho_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{\sigma_y \sigma_z}$$

# Πίνακας συνδιασποράς $\Sigma_{xyz}$

$n$  = αριθμός στοιχείων της εικόνας εδώ  $n = 4 \times 4 = 16$

$x, y, z, \dots$  είναι οι αντίστοιχες φασματικές ζώνες της εικόνας

$\rho$  είναι ο συντελεστής συσχέτισης

Στην παρούσα εικόνα:  $x = 85/16 = 5.3$  ,  $y = 18/16 = 1.2$  ,  $z = 48/16 = 3$

$\sigma_x^2 = 3.2$   $\sigma_y^2 = 1.2$   $\sigma_z^2 = 1.1$   $\sigma_{xy} = 0.54$   $\sigma_{xz} = -0.47$   $\sigma_{yz} = -0.27$

$\rho_{xy} = 0.2726$   $\rho_{xz} = -0.2541$   $\rho_{yz} = -0.2329$

$$\Sigma_{xyz} = \begin{bmatrix} 3.2 & 0.54 & -0.47 \\ 0.54 & 1.2 & -0.27 \\ -0.47 & -0.27 & 1.1 \end{bmatrix}$$

# Κύριες συνιστώσες

Έστω εικόνα με εικονοστοιχείο  $x$  το οποίο έχει ραδιομετρική τιμή  $x_1$  στο κανάλι 1 και το οποίο έχει ραδιομετρική τιμή  $x_2$  στο κανάλι 2. Τότε η μετασχηματισμένη εικόνα στο χώρο των καναλιών θα έχει εικονοστοιχείο  $y$  με αντίστοιχες τιμές  $y_1, y_2$  στα μετασχηματισμένα κανάλια 1 και 2 οπότε ισχύει:

$$y = G \cdot x$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \Sigma_y = G \Sigma_x G^t \quad \Sigma_y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

Οι τιμές  $\lambda_1, \lambda_2$  ονομάζονται *κύριες συνιστώσες* ή *ιδιοτιμές (Eigen values)* και υπολογίζονται

από τις ρίζες της εξίσωσης :

$$|\Sigma_x - \lambda \cdot I| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \sigma_{x_1}^2 - \lambda & \sigma_{x_1 x_2} \\ \sigma_{x_1 x_2} & \sigma_{x_2}^2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

# Παράδειγμα: Πίνακας συνδιασποράς, Κύριες Συνιστώσες

	<b>Band1</b>	<b>Band2</b>	<b>Band3</b>	<b>Band4</b>	<b>Band5</b>	<b>Band7</b>
<b>Band1</b>	74.665	69.8244	122.526	169.307	298.702	144.411
<b>Band2</b>	69.8244	85.7666	149.008	277.64	418.66	188.721
<b>Band3</b>	122.526	149.008	265.757	483.35	746.099	336.815
<b>Band4</b>	169.307	277.64	483.35	1183.43	1565.19	659.865
<b>Band5</b>	298.702	418.66	746.099	1565.19	<b>2316.17</b>	1011.5
<b>Band7</b>	144.411	188.721	336.815	659.865	1011.5	453.797

έξι κανάλια εικόνας του Landsat-TM για το νησί της Λέσβου

<b>Κύριες Συνιστώσες</b>	<b>PC1</b>	<b>PC2</b>	<b>PC3</b>	<b>PC4</b>	<b>PC5</b>	<b>PC6</b>
<b>Μεταβλητότητα %</b>	95.77	3.22	0.79	0.093	0.085	0.02
<b>Ιδιοτιμή</b>	4194.677	141.157	34.778	4.079	3.745	1.147

# Ιδιοδιανύσματα

Η πληροφορία, την οποία περιέχει η PCA-2, αφορά τη βλάστηση, επειδή στη διαμόρφωση της συμμετέχουν κυρίως τα κανάλια 3 και 4 με αντίθετα πρόσημα

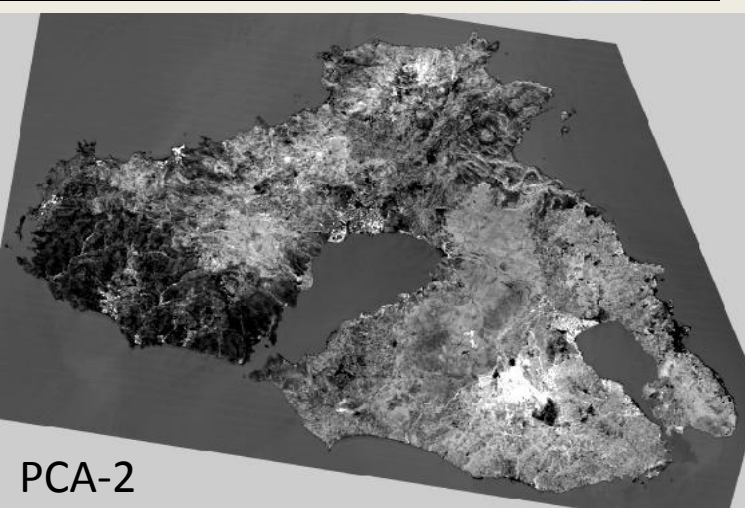
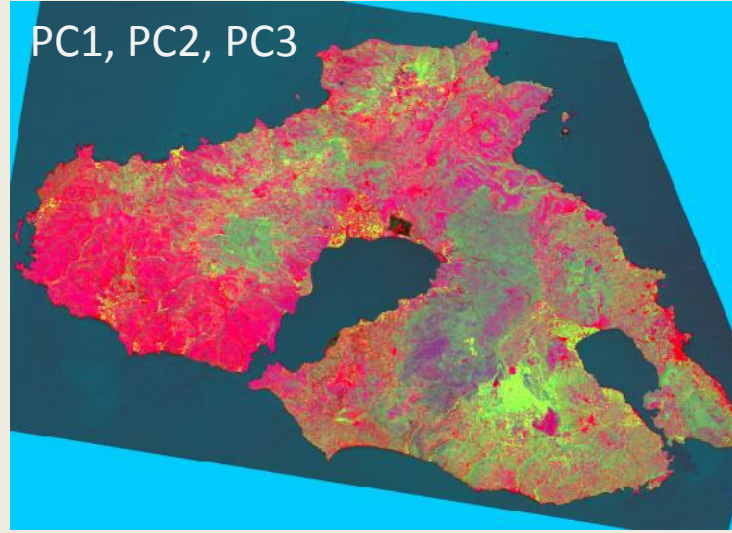
	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>	<b>C6</b>
<b>Band1</b>	0.0954	-0.4150	-0.5419	0.1421	0.6886	0.1745
<b>Band2</b>	0.1352	-0.1670	-0.3436	-0.0148	-0.1586	-0.9001
<b>Band3</b>	0.2394	<b>-0.3492</b>	-0.4130	0.1503	-0.6957	0.3785
<b>Band4</b>	0.5120	<b>0.7421</b>	-0.4025	-0.1179	0.0626	0.0837
<b>Band5</b>	0.7408	-0.1829	0.4898	0.4023	0.1064	-0.0671
<b>Band7</b>	0.3227	-0.3057	0.1250	-0.8838	0.0351	0.0658

# Εικόνες Landsat-TM της νήσου Λέσβου σε διάφορα στάδια επεξεργασίας

Σύνθεση με K1, K2, K3



PC1, PC2, PC3

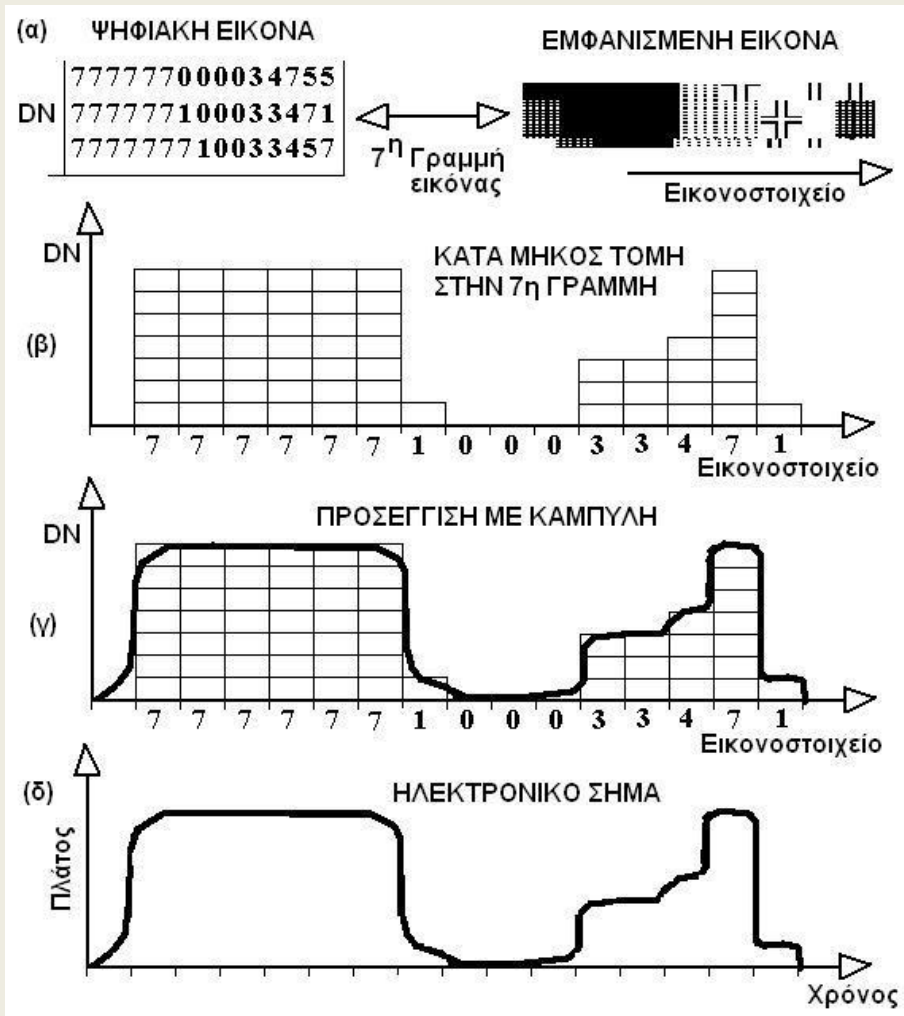


Η πληροφορία, την οποία περιέχει η PCA-2, αφορά στη βλάστηση, επειδή στη διαμόρφωση της συμμετέχουν κυρίως τα κανάλια 3 και 4 με αντίθετα πρόσημα. Η PCA-2 περιγράφει τη μεγαλύτερη ποσότητα μεταβλητότητας των δεδομένων η οποία δεν έχει περιγραφεί στην PC1. Όσο πιο άσπρο είναι το κομμάτι της εικόνας τόσο περισσότερη υγρασία περιέχει η βλάστηση που απεικονίζεται.

(γ) PC1

(δ) PC2

# Μετασχηματισμός Φουριέ



1/L, 2/L, 3/L, ... Κύκλοι / μέτρο

$$\Phi(\kappa_x, \kappa_y) = \Delta x \cdot \Delta y \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(x_m, y_n) \cdot e^{-j2\pi \left( \frac{m\kappa_x}{M} + \frac{n\kappa_y}{N} \right)}$$

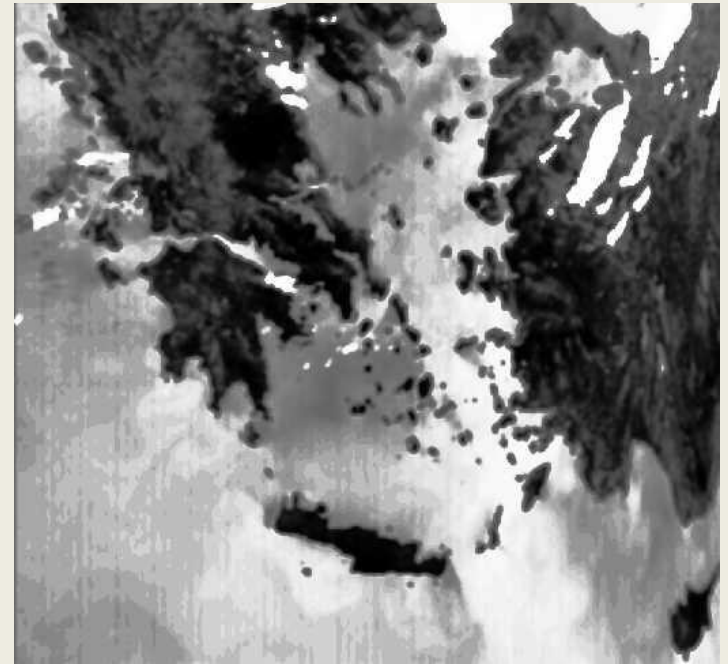
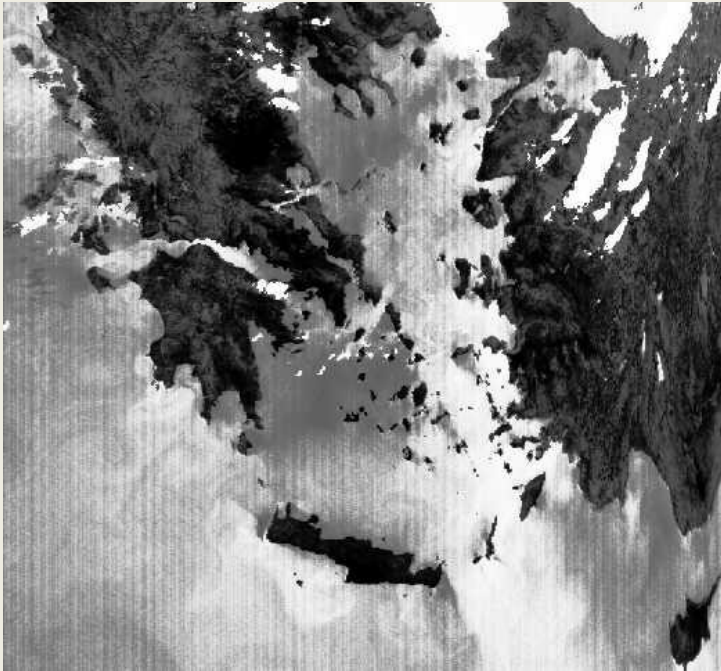
$$f(x_m, y_n) = \Delta \kappa_x \cdot \Delta \kappa_y \sum_{\kappa_x=0}^{M-1} \sum_{\kappa_y=0}^{N-1} \Phi(\kappa_x, \kappa_y) \cdot e^{j2\pi \left( \frac{m\kappa_x}{M} + \frac{n\kappa_y}{N} \right)}$$

$$\Delta \kappa_x = \frac{1}{L_x} = \frac{1}{M \cdot \Delta x}, \quad \Delta \kappa_y = \frac{1}{L_y} = \frac{1}{N \cdot \Delta y}$$

$$\Delta x = \frac{1}{M \cdot \Delta \kappa_x}, \quad \Delta y = \frac{1}{N \cdot \Delta \kappa_y}$$

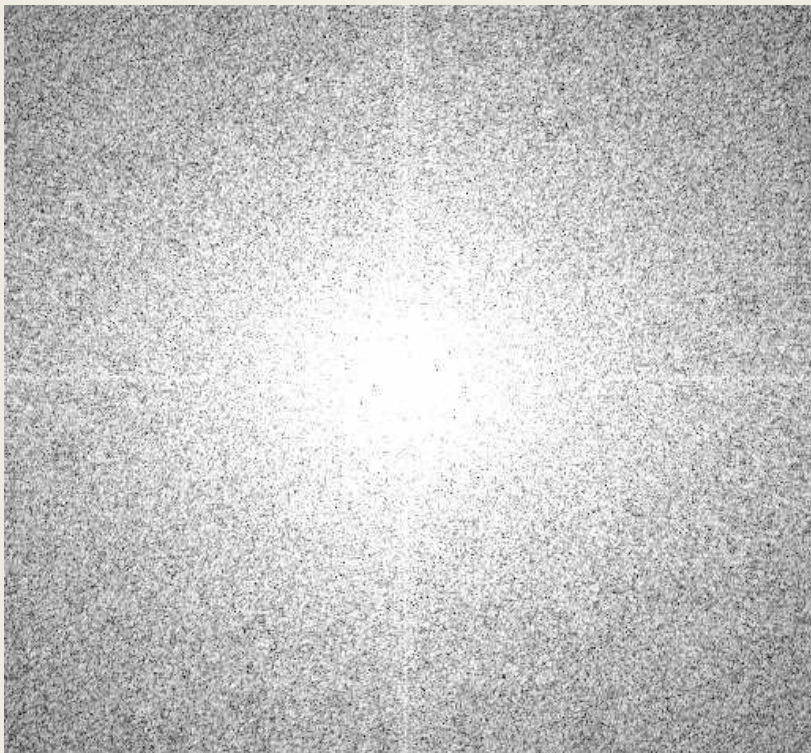


# Παράδειγμα Φουριέ



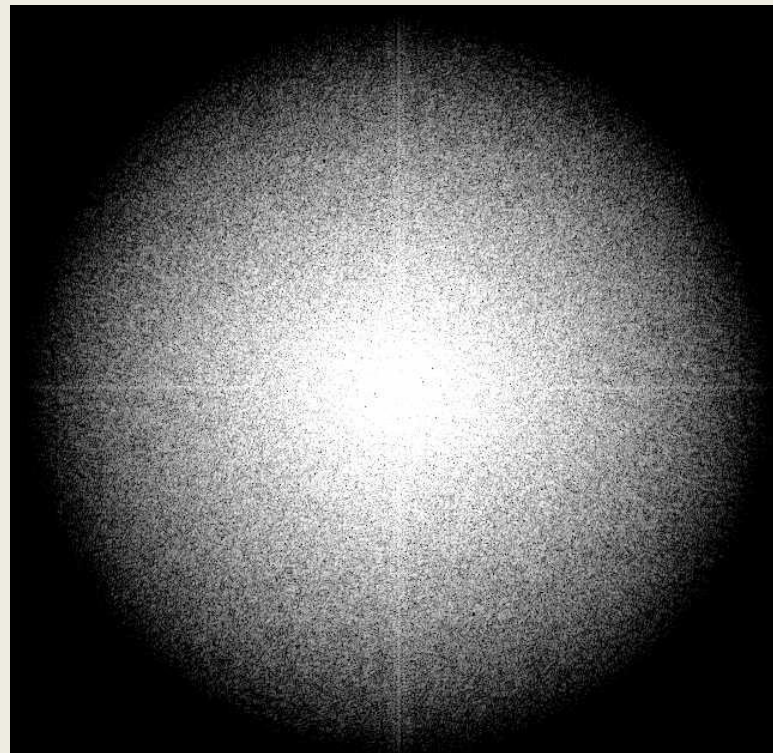
Φουριέ μετασχηματισμός εικόνας από το κανάλι 3 του AVHRR του NOAA 14  
(α) Ch. 3, Αρχική εικόνα, (β) Φιλτραρισμένη με Low Pass Φουριέ

# Παράδειγμα Φουριέ



(γ) Μετασχηματισμός Φουριέ (τμήμα)

Φουριέ μετασχηματισμός εικόνας από το κανάλι 3 του AVHRR του NOAA 14



(δ) Low pass φίλτρο Φουριέ