



## ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ

### ΤΜΗΜΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

#### ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΤΗΛΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗΣ ΚΑΙ ΓΣΠ

Διευθυντής: καθηγητής Ι. Ν. Χατζόπουλος



# Εισαγωγή στην Τοπογραφία & ΓΣΠ

Καθηγητής Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος

[ihat@aegean.gr](mailto:ihat@aegean.gr)

[http://www.env.aegean.gr/labs/Remote\\_sensing/Remote\\_sensing.htm](http://www.env.aegean.gr/labs/Remote_sensing/Remote_sensing.htm)



Διάλεξη-04  
Συστήματα αναφοράς, Προβολές

# Άδειες Χρήσης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, διαγράμματα, κείμενα, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αιγαίου**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Συστήματα αναφοράς, Προβολές

- **Η θεωρία περιλαμβάνει:**
  - Τοπογραφική επιφάνεια, γεωειδές, ελλειψοειδές, τοπικά datum και η μετατόπιση τους ως προς το WGS 84.
  - Συστήματα αναφοράς.
  - Παγκόσμιο σύστημα αναφοράς γεωκεντρικό, γεωσταθερό (ECEF)
  - Προβολές χάρτη, η εγκάρσια Μερκατορική προβολή,
  - Το Ελληνικό σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ 87,
  - Η παγκόσμια εγκάρσια Μερκατορική προβολή (UTM),
  - Μετατροπή ορθογώνιων συντεταγμένων.
- **Το εργαστήριο περιλαμβάνει:**
  - Σχεδιασμός υδρογραφικού χάρτη.
- **Λέξεις κλειδιά:**
  - συστήματα αναφοράς, ECEF, προβολές, γεωειδές, ελλειψοειδές, datum, WGS 84, ΕΓΣΑ 87, UTM.

# Συστήματα αναφοράς

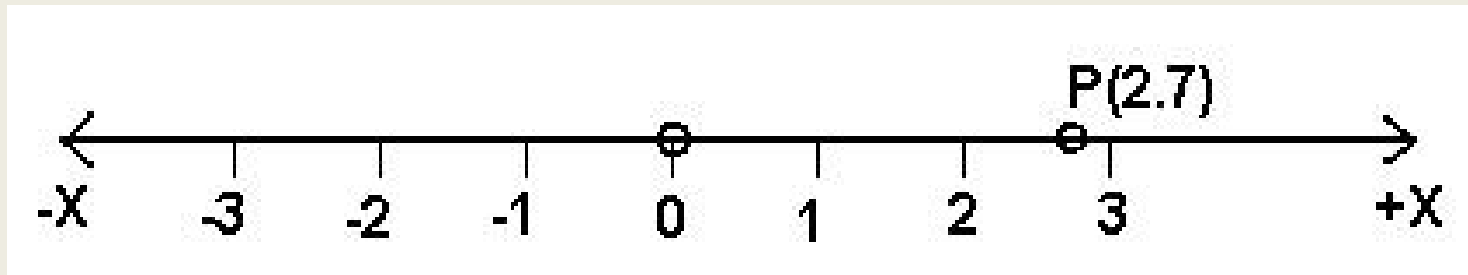
- **μονοδιάστατα**,  $\rightarrow$  μία παράμετρος ή συντεταγμένη
- **δισδιάστατα**,  $\rightarrow$  δύο παραμέτρους ή συντεταγμένες
- **τρισδιάστατα**  $\rightarrow$  τρεις παραμέτρους ή συντεταγμένες
- **$n$  - διάστατα**  $\rightarrow$   $n$  - παραμέτρους ή συντεταγμένες
- **ορθογώνια ή καρτεσιανά,**
- **πλαγιογώνια**
- **Πολικά**
- συστήματα αναφοράς που προσαρμόζονται σε συγκεκριμένες επιφάνειες
  - επίπεδο, η σφαίρα, το ελλειψοειδές, ο κύλινδρος, ο κώνος, κτλ.

# Συστήματα αναφοράς - συνέχεια

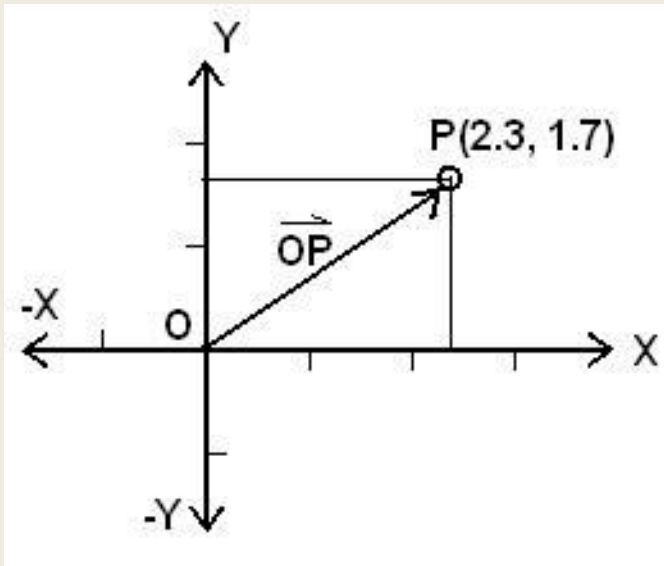
- Η μαθηματική έκφραση της θέσης ενός σημείου στο χώρο γίνεται με συντεταγμένες.
  - ορισμός συστήματος αναφοράς.
  - ένα σημείο που είναι η αρχή του συστήματος,
  - έναν ή περισσότερους άξονες οι οποίοι διέρχονται από το σημείο της αρχής με θετική και αρνητική διεύθυνση.
  - τη μονάδα μέτρησης αντίστοιχα κατά μήκος κάθε άξονα.

# Το μονοδιάστατο σύστημα αναφοράς

- Αποτελείται από την αρχή 0,
- την ευθεία που αντιπροσωπεύει το μονοδιάστατο χώρο
- τη μονάδα μέτρησης.
  
- Ένα σημείο P του μονοδιάστατου αυτού χώρου αντιπροσωπεύεται από τη συντεταγμένη  $X_p$



# Το δισδιάστατο σύστημα αναφοράς



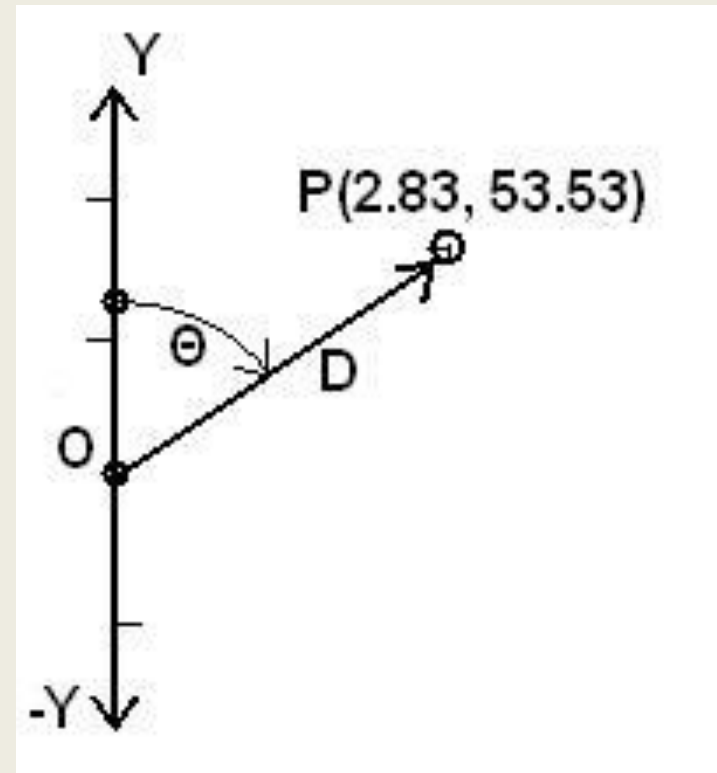
Το σημείο P ορίζεται με δύο παραμέτρους, π. χ.  $X = 2.3$ ,  $Y = 1.7$ . Τις ίδιες συντεταγμένες με το σημείο P έχει και το διάνυσμα (OP) – διανυσματική μορφή

- αντιπροσωπεύεται από μια δισδιάστατη επιφάνεια αναφοράς
- πάνω στην οποία βρίσκεται η αρχή του συστήματος
- και ένα σετ αποτελούμενο από δύο άξονες με αντίστοιχη μονάδα μέτρησης όπου μετρούνται οι συντεταγμένες.
- Η επιφάνεια αναφοράς μπορεί να είναι επίπεδη, σφαιρική, κυλινδρική, κτλ.

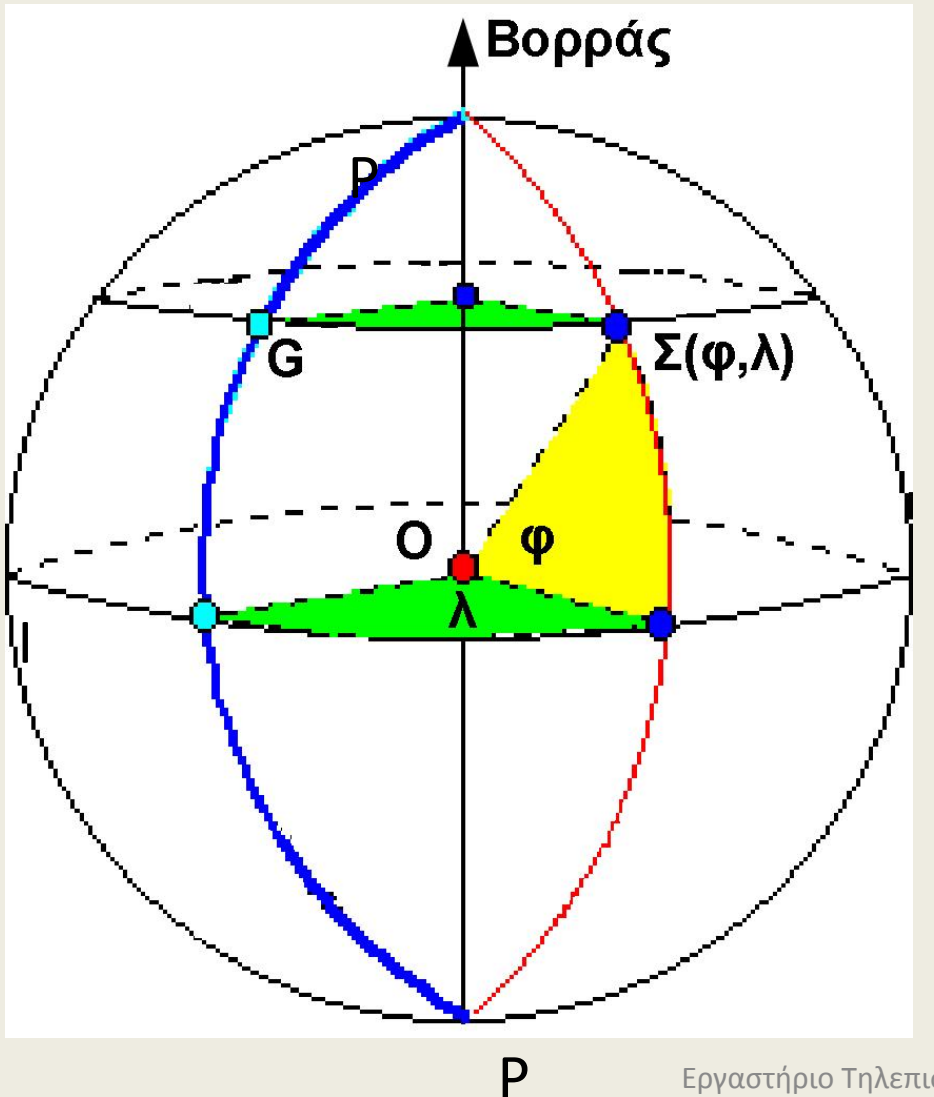


# Δισδιάστατο - Πολικές συντεταγμένες

- Οι δύο παράμετροι αντιστοιχούν σε μία γωνία  $\Theta$  και μία απόσταση  $D$ .
- η θετική γωνία  $\Theta$  μετράται από τον θετικό άξονα  $Y$  δεξιόστροφα από  $0$  έως  $360^\circ$  και μια τέτοια γωνία ονομάζεται *αζιμούθιο*
- Η απόσταση  $D$  μετράται από την αρχή του συστήματος  $O$  προς την κατεύθυνση που ορίζεται από τη γωνία  $\Theta$ .
- Το Σημείο  $P$  ορίζεται από την απόσταση  $D = 2.83$  και την γωνία  $\Theta = 53.53^\circ$  (οριζόντια απόσταση)



# Δισδιάστατο σύστημα αναφοράς στην επιφάνεια σφαίρας



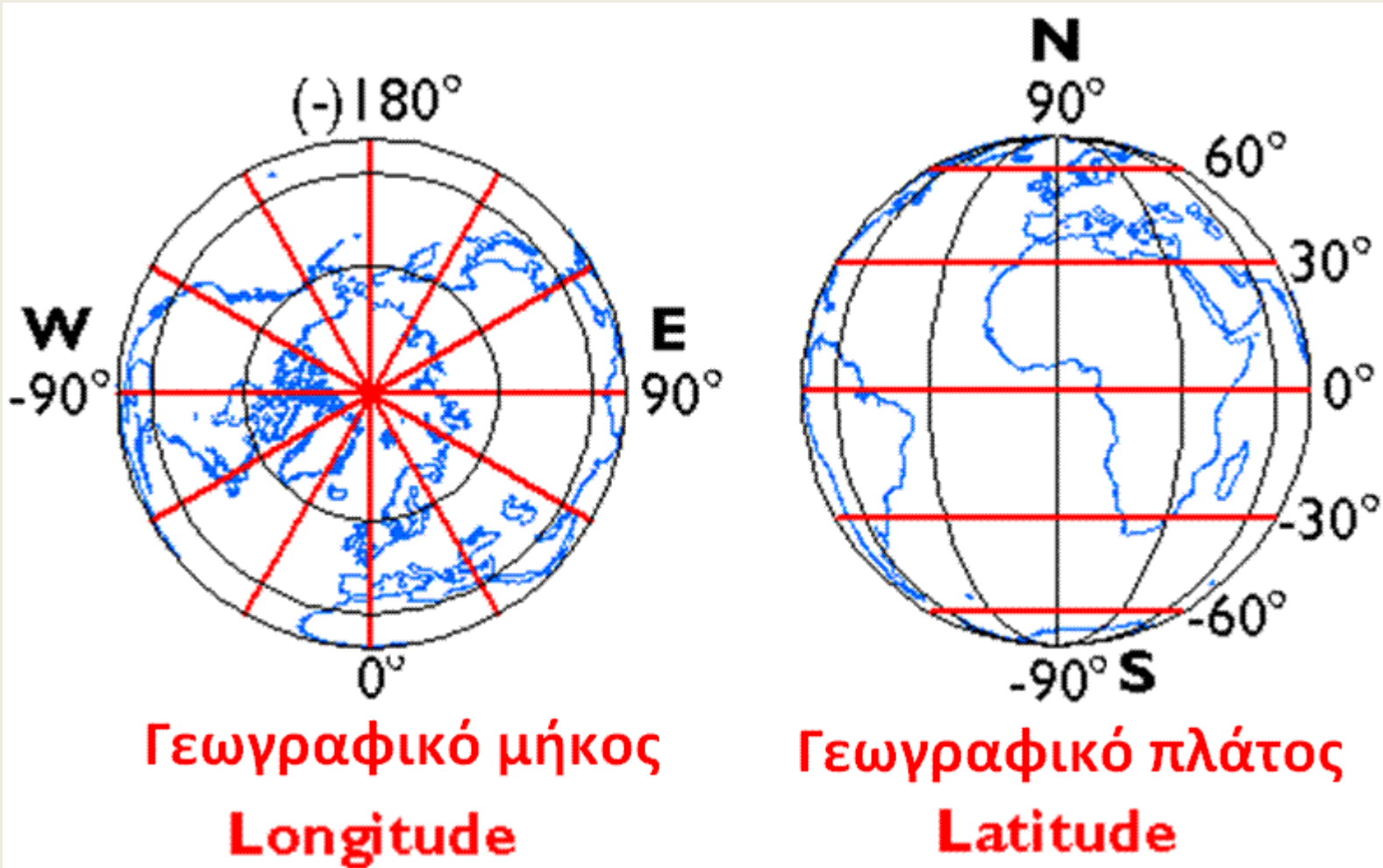
- μέγιστος κύκλος I-I  
ισημερινός -μήκος  $\lambda$
- μέγιστος κύκλος P-P  
μεσημβρινός
  - περνά από το σημείο  
αρχής G - πρωτεύων  
μεσημβρινός
- κύκλος παράλληλος με  
τον ισημερινό –  
παράλληλος

$\lambda$  = γεωγραφικό μήκος

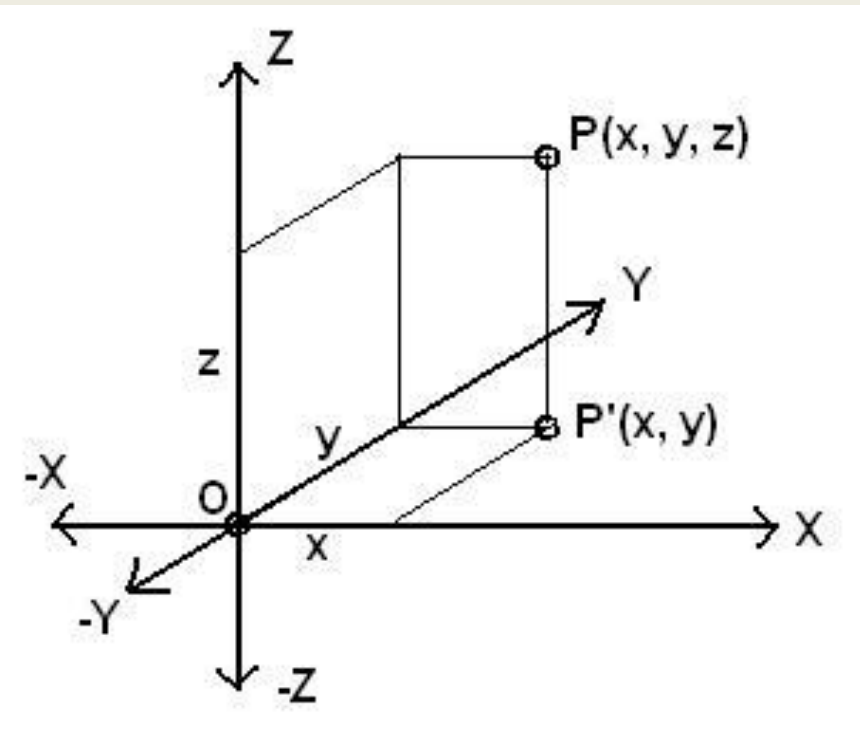
$\phi$  = γεωγραφικό πλάτος

$\phi, \lambda$  γεωγραφικές συν/νες

# Μεσημβρινοί & Παράλληλοι



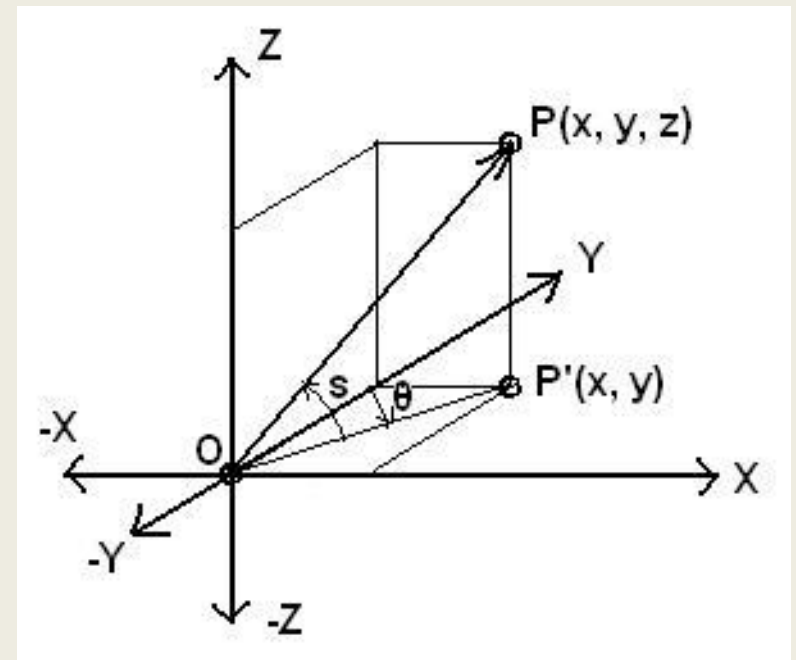
# Τρισδιάστατο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς



- Το σημείο P αντιπροσωπεύεται με τρεις συντεταγμένες  $x, y, z$ .
  - το σημείο P προβάλλεται στο επίπεδο X, Y στο σημείο P'
  - οι συντεταγμένες  $x, y$  μετρούνται σε ένα δισδιάστατο σύστημα αναφοράς X, Y (συντεταγμένες σημείου P')
  - Συντεταγμένη  $z$  είναι η απόσταση (PP').

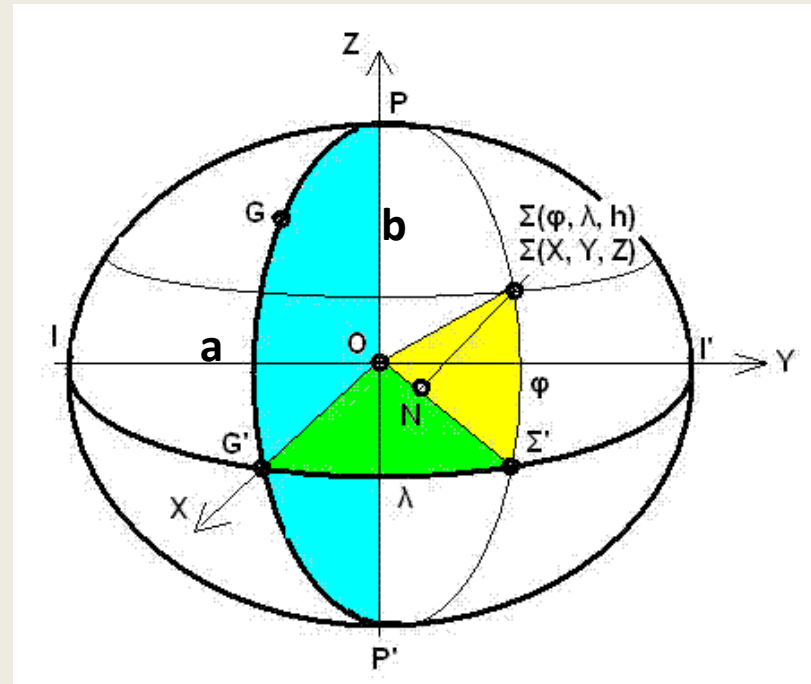
# Πολικές συντεταγμένες στον τρισδιάστατο χώρο

- Οι τρεις παράμετροι που ορίζουν τη θέση του σημείου  $P$  είναι:
  - η απόσταση ( $OP$ )
  - το αζιμούθιο  $\theta$
  - η κλίση  $s$
- Η κλίση  $s$  μετράται θετικά όταν το σημείο  $P$  έχει θετικό  $z$



# Παγκόσμιο σύστημα αναφοράς γεωκεντρικό, γεωσταθερό (ECEF)

- Χρησιμοποιείται από το σύστημα GPS
- χρησιμοποιεί το ελλειψοειδές WGS 84
- ένα σύστημα με συντεταγμένες  $\phi$ ,  $\lambda$  - γεωδαιτικές συντεταγμένες.
- ένα καρτεσιανό τρισδιάστατο σύστημα αναφοράς
  - με αρχή το κέντρο του ελλειψοειδούς
  - άξονες  $X$ ,  $Y$  να κείνται επί του επιπέδου του ισημερινού,
  - θετικό άξονα  $Z$  να είναι προς την κατεύθυνση του Βόρειου Πόλου
  - θετικό άξονα  $X$  να εκτείνεται προς την κατεύθυνση του μεσημβρινού του Γκρήνουιτς.



$$\begin{aligned} a &= 6378137\text{m}, \\ b &= 6356752.314245\text{m}, \\ f &= 1/298.257223563 \end{aligned}$$

**Η εξίσωση του ελλειψοειδούς  
εκ περιστροφής**

$$\rightarrow \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1$$

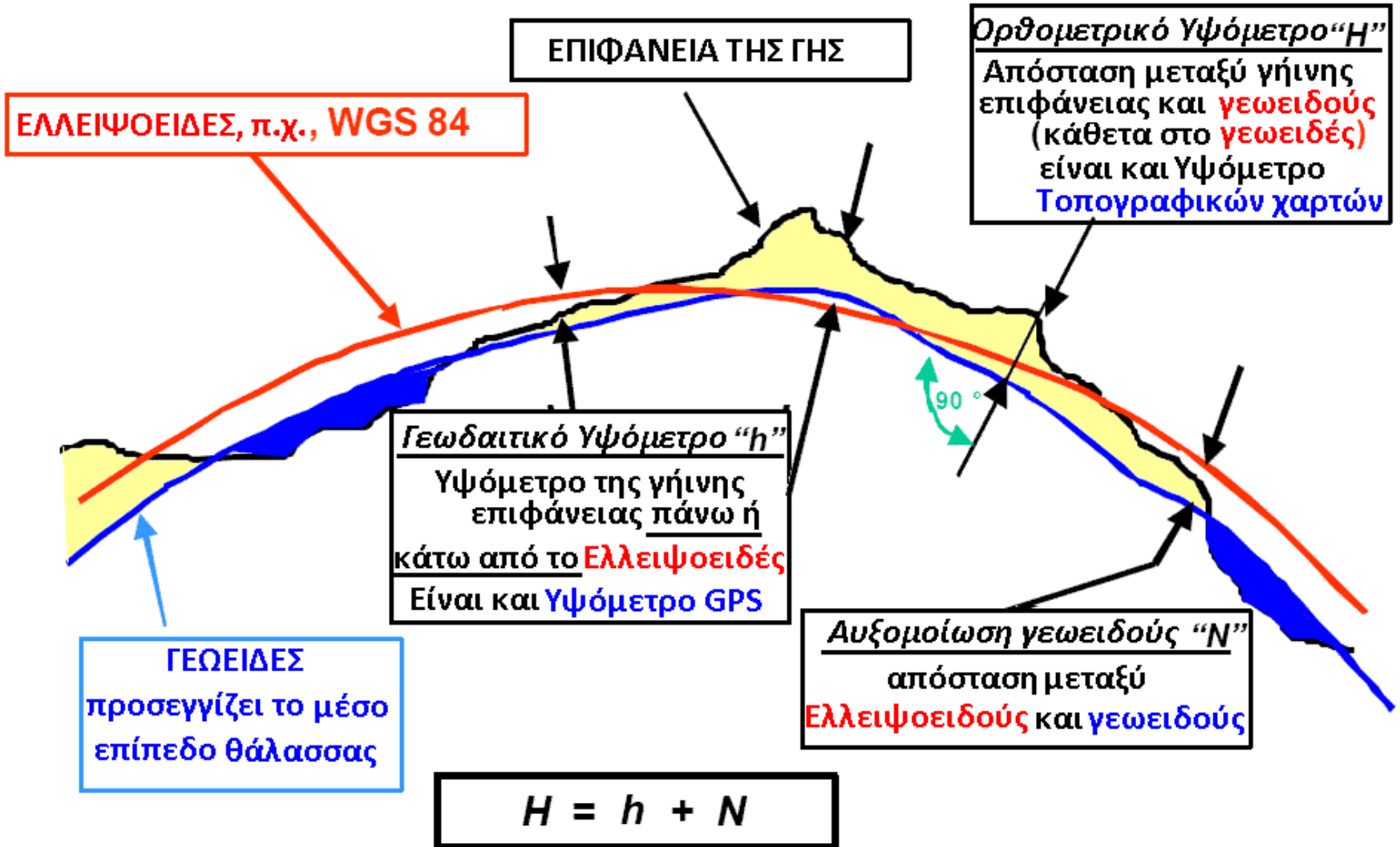
<b>Ελλειψοειδές</b>	<b>Μεγάλος ημιάξονας a [m]</b>	<b>Επιπλάτωση 1/f</b>
Airy 1830	6377563.396	299.3249646
Bessel 1841	6377397.155	299.1528128
Clarke 1866	6378206.4	294.9786982
Clarke 1880	6378249.145	293.465
Everest 1830	6377276.345	300.8017
Fischer 1960 (Mercury)	6378166.0	298.3
Fischer 1968	6378150.0	298.3
GRS 1967	6378160.0	298.247167427
GRS 1975	6378140.0	298.257
GRS 1980	6378137.0	298.257222101
Hough 1956	6378270.0	297.0
International	6378388.0	297.0
Krassovsky 1940	6378245.0	298.3
South American 1969	6378160.0	298.25
WGS 60	6378165.0	298.3
WGS 66	6378145.0	298.25
WGS 72	6378135.0	298.26
WGS 84	6378137.0	298.257223563

# Γεωειδές - Ελλειψοειδές

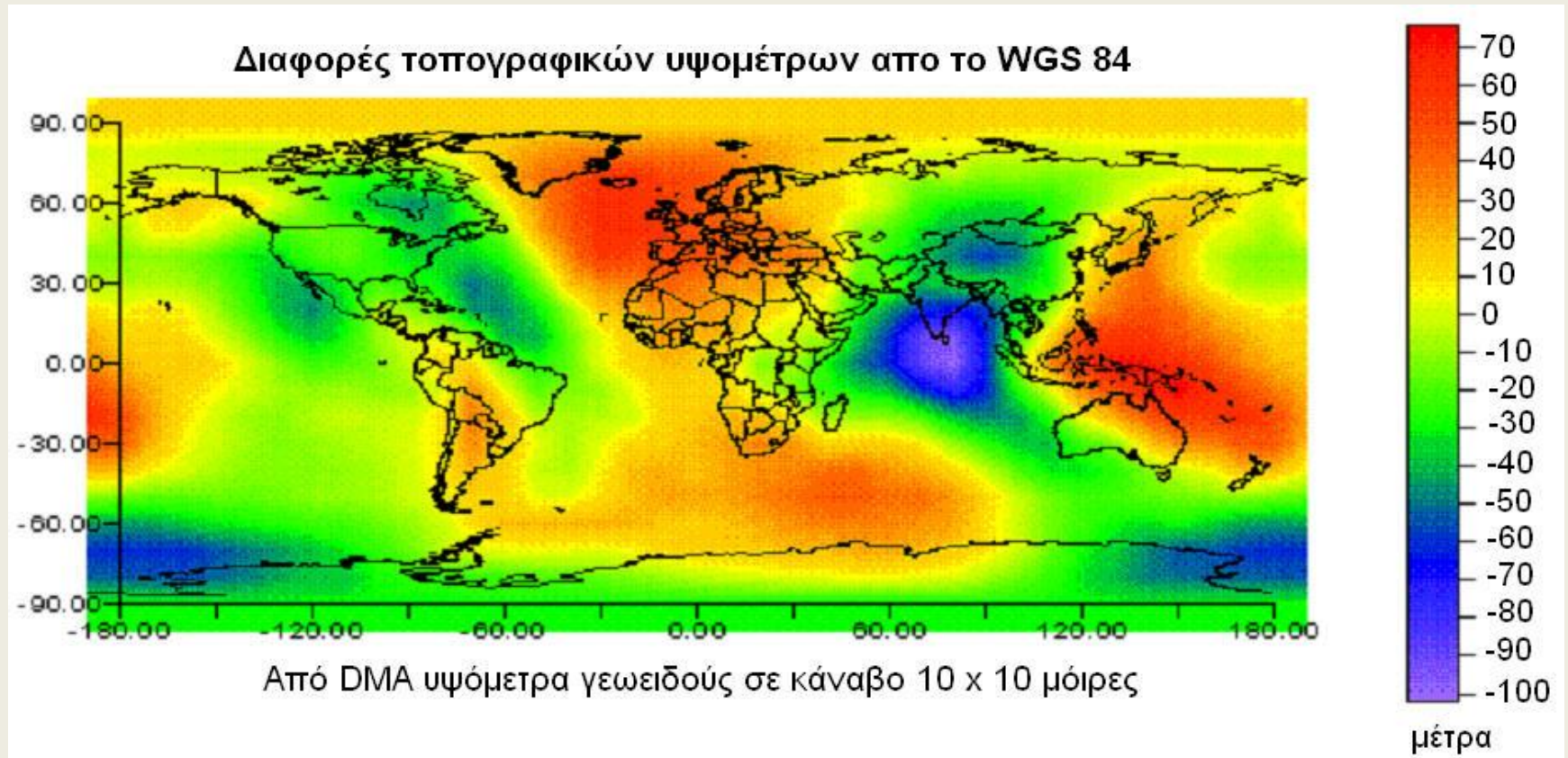
- Η επιφάνεια αναφοράς της γης προσεγγίζεται με δύο επιφάνειες.
  - (α) γεωειδές - ακανόνιστη ισοδυναμική επιφάνεια (σε όλα της τα σημεία η βαρύτητα έχει την ίδια τιμή) και ορίζεται από την μέση επιφάνεια της θάλασσας όταν αυτή επεκταθεί κάτω από τα βουνά - σφαιροειδές σχήμα – **μέτρηση υψομέτρων**
  - (β) Σφαίρα ή ελλειψοειδούς εκ περιστροφής - μαθηματική επιφάνεια ή μαθηματικό μοντέλο



# Τοπογραφική επιφάνεια, γεωειδές, σφαίρα ή ελλειψοειδές

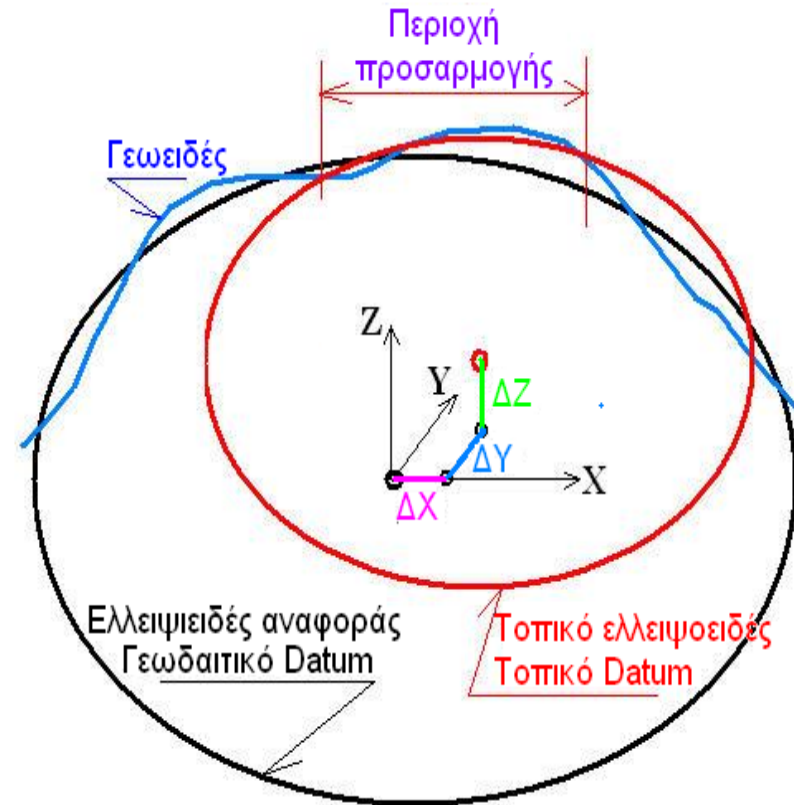
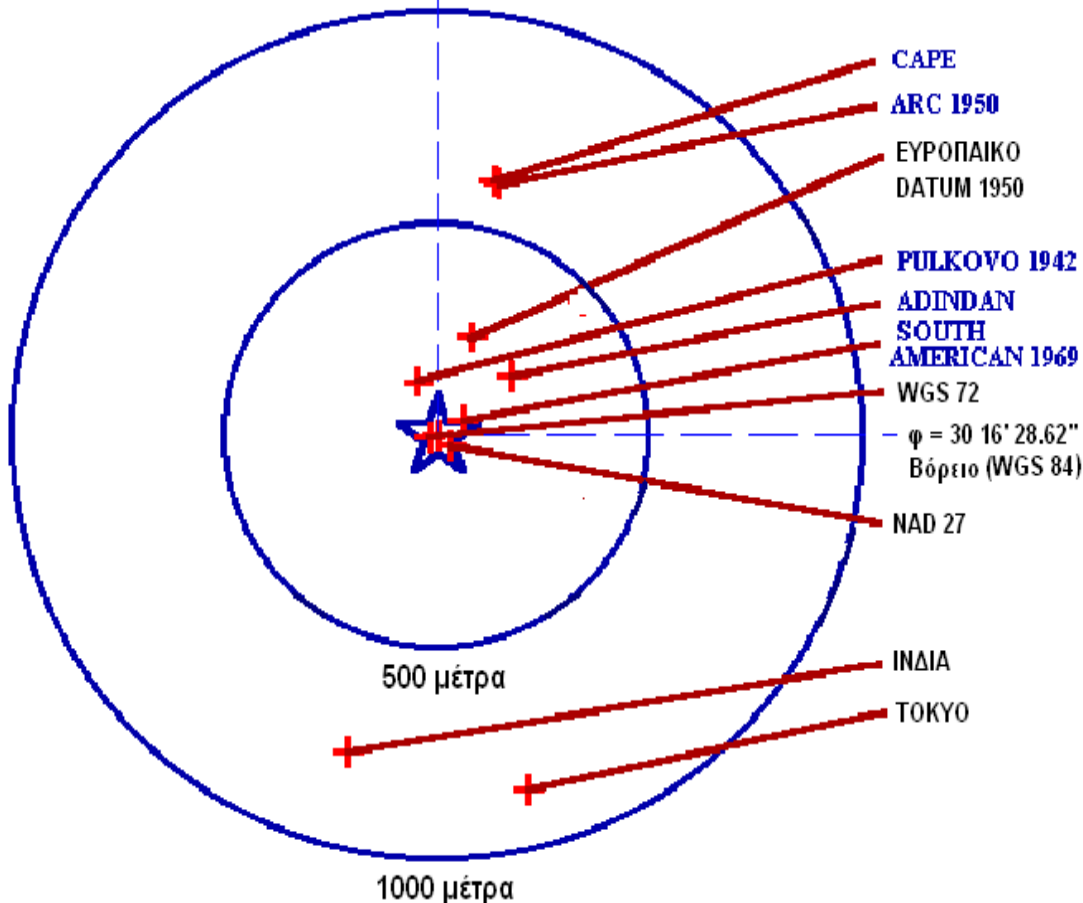


# Διαφορές υψομέτρων (Γεωειδές – Ελλειψοειδές) (Ορθομετρικό – Γεωδαιτικό)



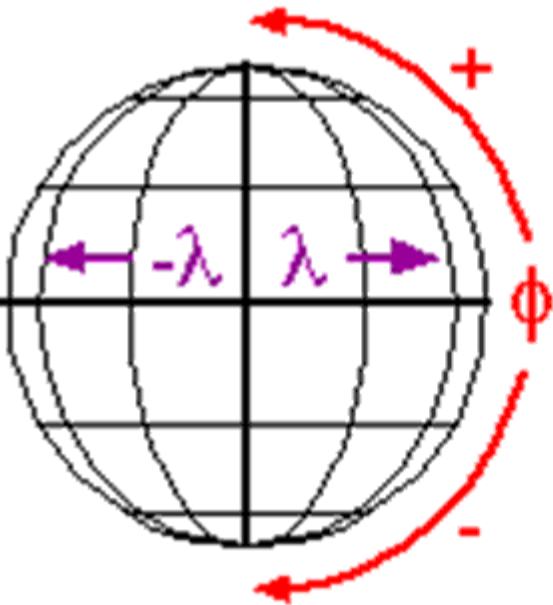
# Τοπικά Datum και η μετατόπιση τους ως προς το WGS 84

$\lambda = 97\ 44'\ 25.19''$  Δυτικό  
σε WGS 84

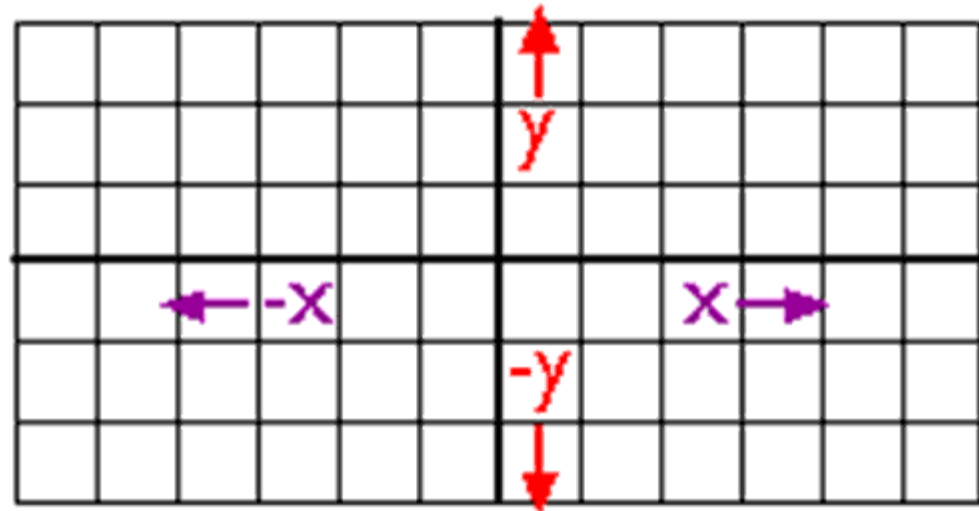


Προσοχή: Η κλίμακα σχεδίασης είναι διαφορετική για το κάθε ελλειψοειδές. Στην πραγματικότητα το ελλειψοειδές αναφοράς και το τοπικό ελλειψοειδές έχουν το ίδιο μέγεθος

# Προβολές

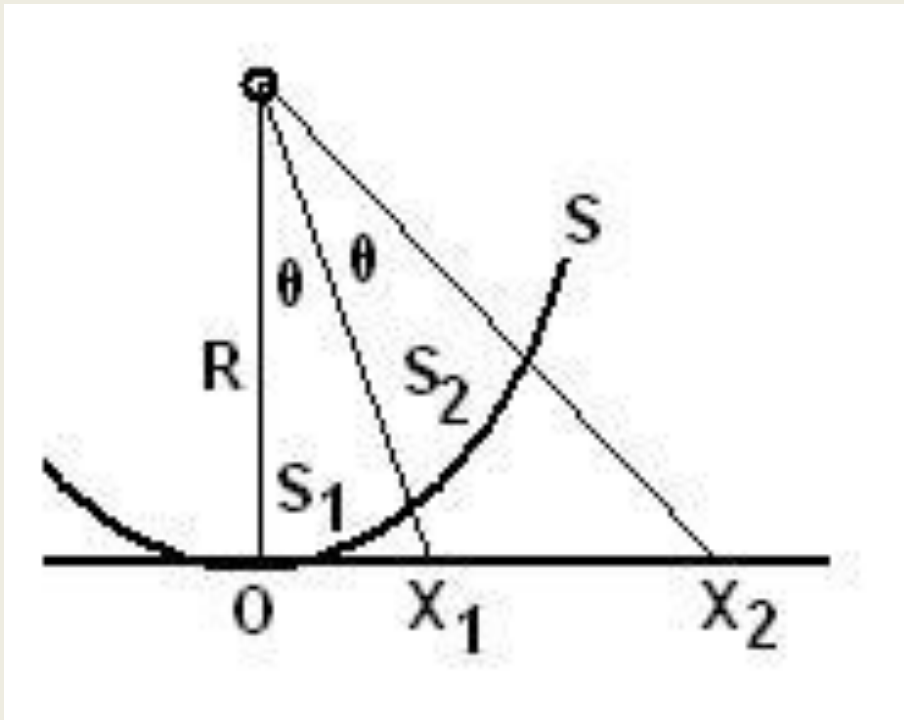


Πλέγμα (Grid) στη σφαίρα



Το ίδιο πλέγμα (Grid) στην προβολή

# Προβολές - παραμορφώσεις



- $S_1 = S_2 = R \cdot \theta$
- Οι προβολές των τόξων αυτών  $(OX_1)$  και  $(X_1X_2)$  είναι:

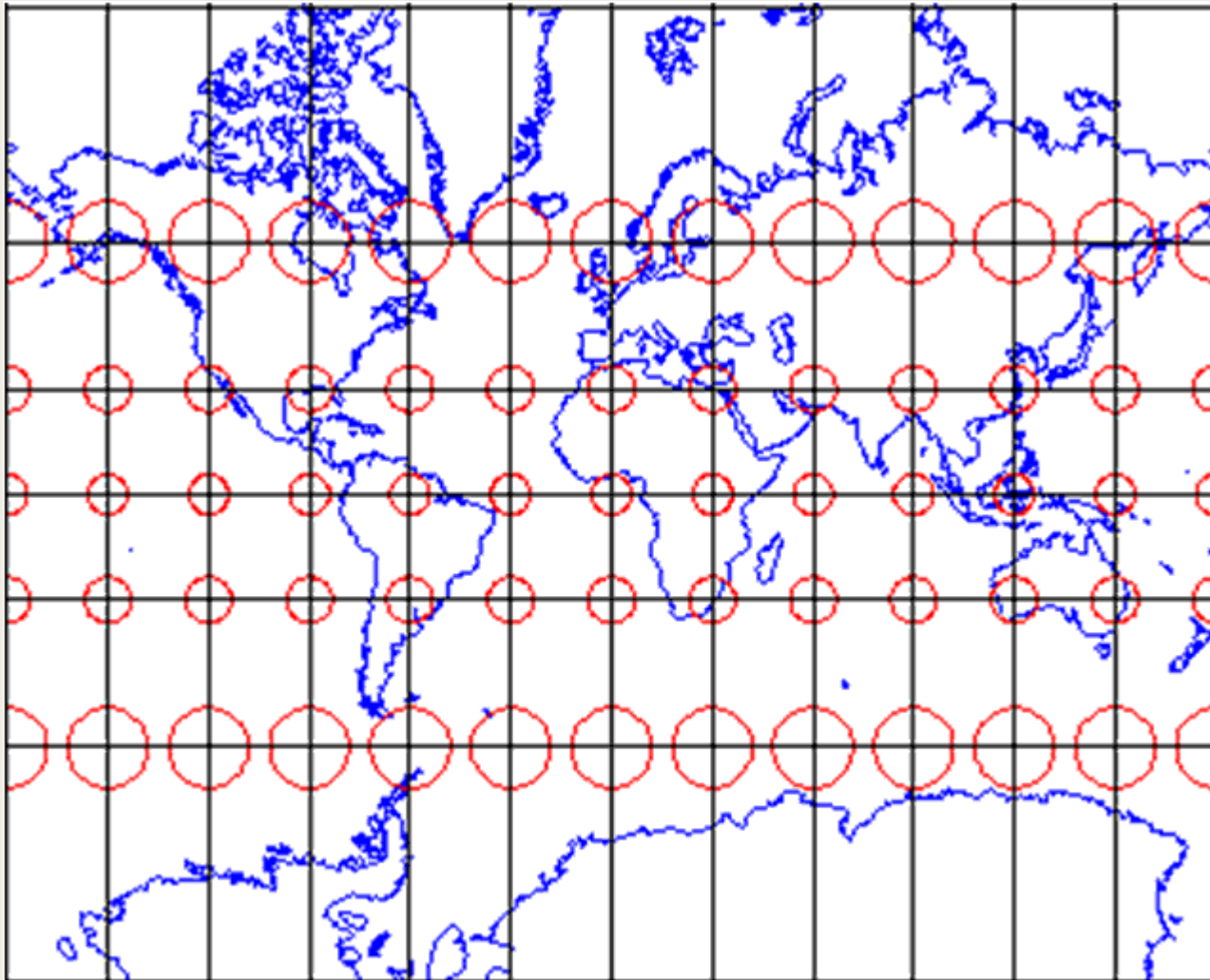
$$(OX_1) = R \cdot \varepsilon\phi(\theta),$$

$$(X_1X_2) = R \cdot \varepsilon\phi(2 \cdot \theta) - R \cdot \varepsilon\phi(\theta)$$

Οπότε:

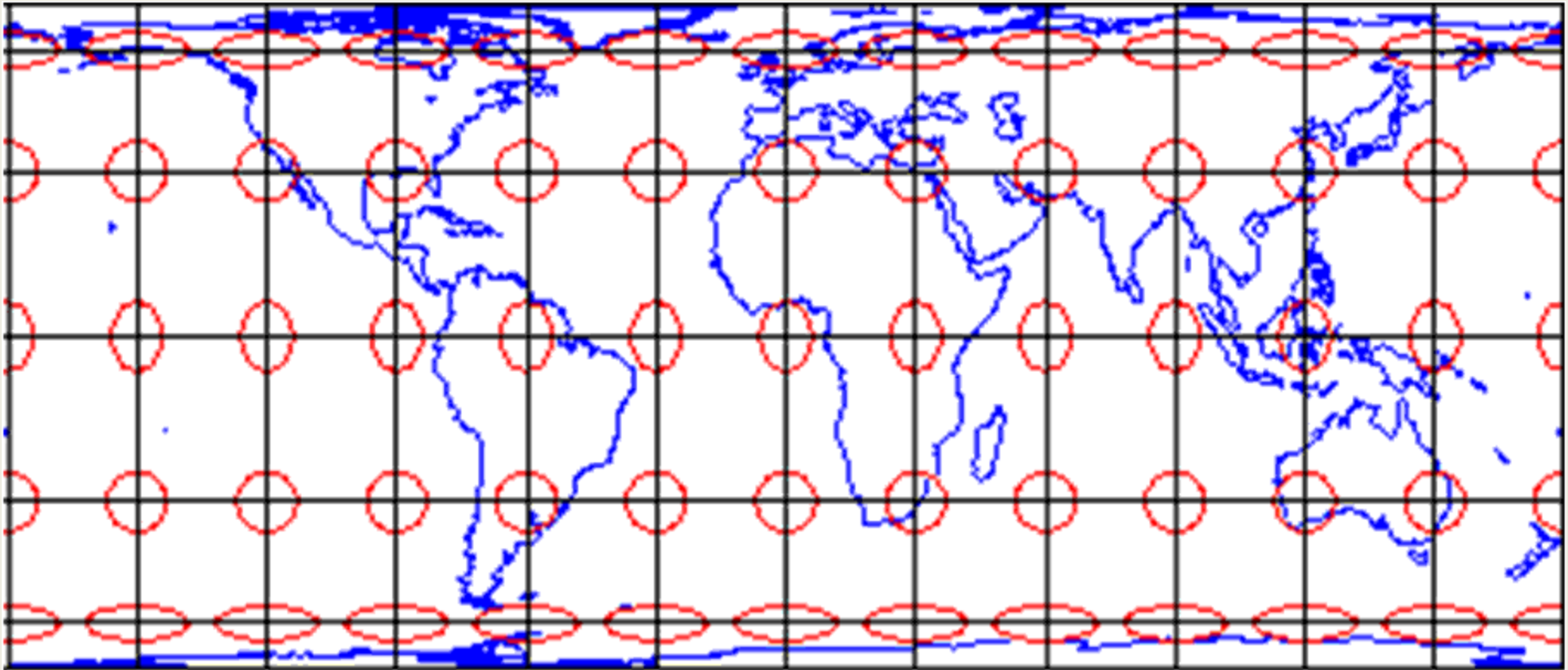
$$(OX_1) > S_1 \text{ και } (X_1X_2) > (OX_1)$$

# Προβολή ομοιότητας



**Προβολές ομοιότητας διατηρούν τις γωνίες**  
**Χρήση: Τοπογραφικά μεγάλης κλίμακας**

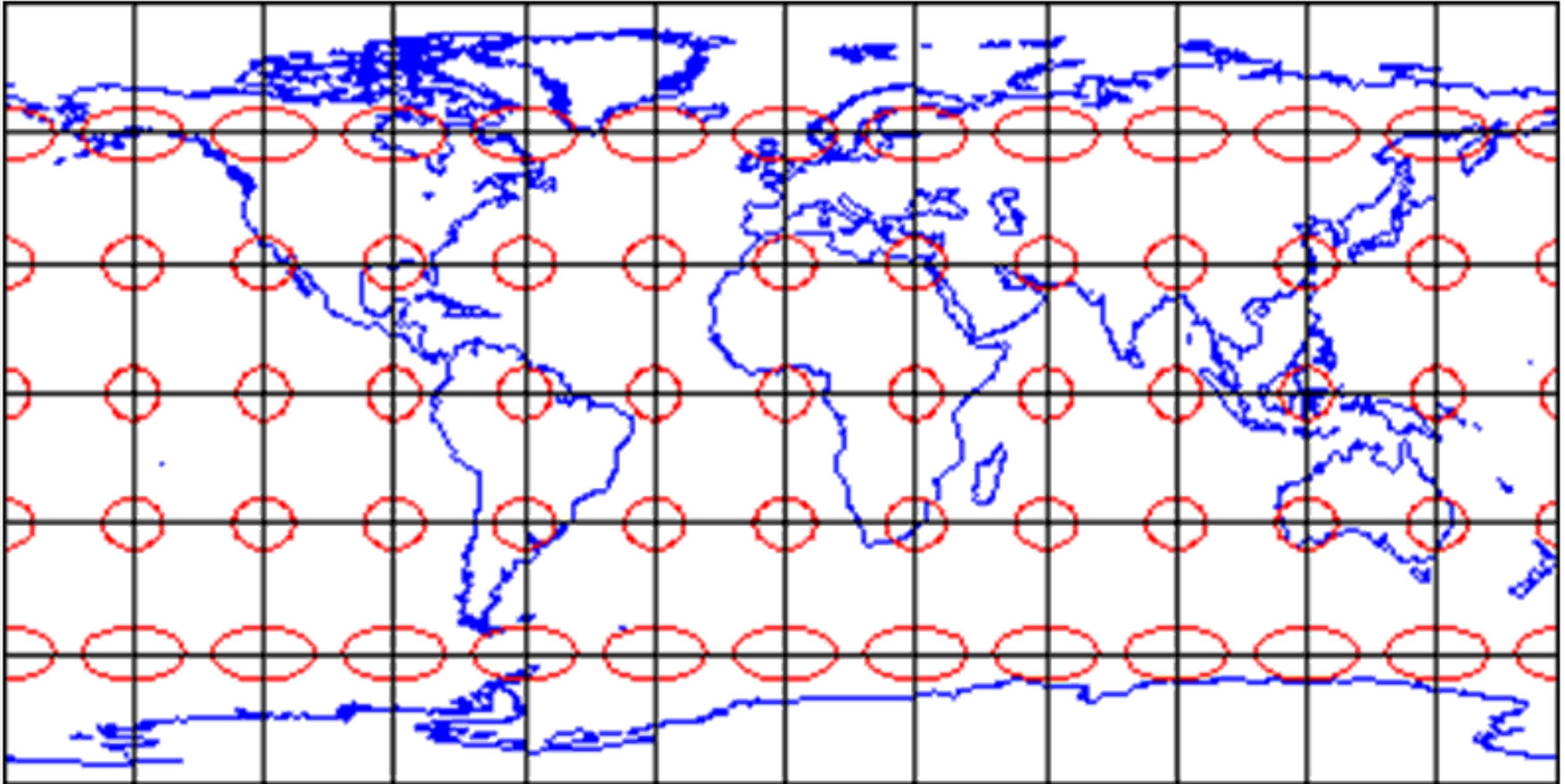
# Προβολή ίσων εμβαδών



Η προβολή ίσων εμβαδών διατηρεί σωστή αναλογία στο μέγεθος και στο εμβαδόν επιτρέποντας διαφορές στην κλίμακα. Χρήση: Θεματικοί χάρτες μικρής κλίμακας



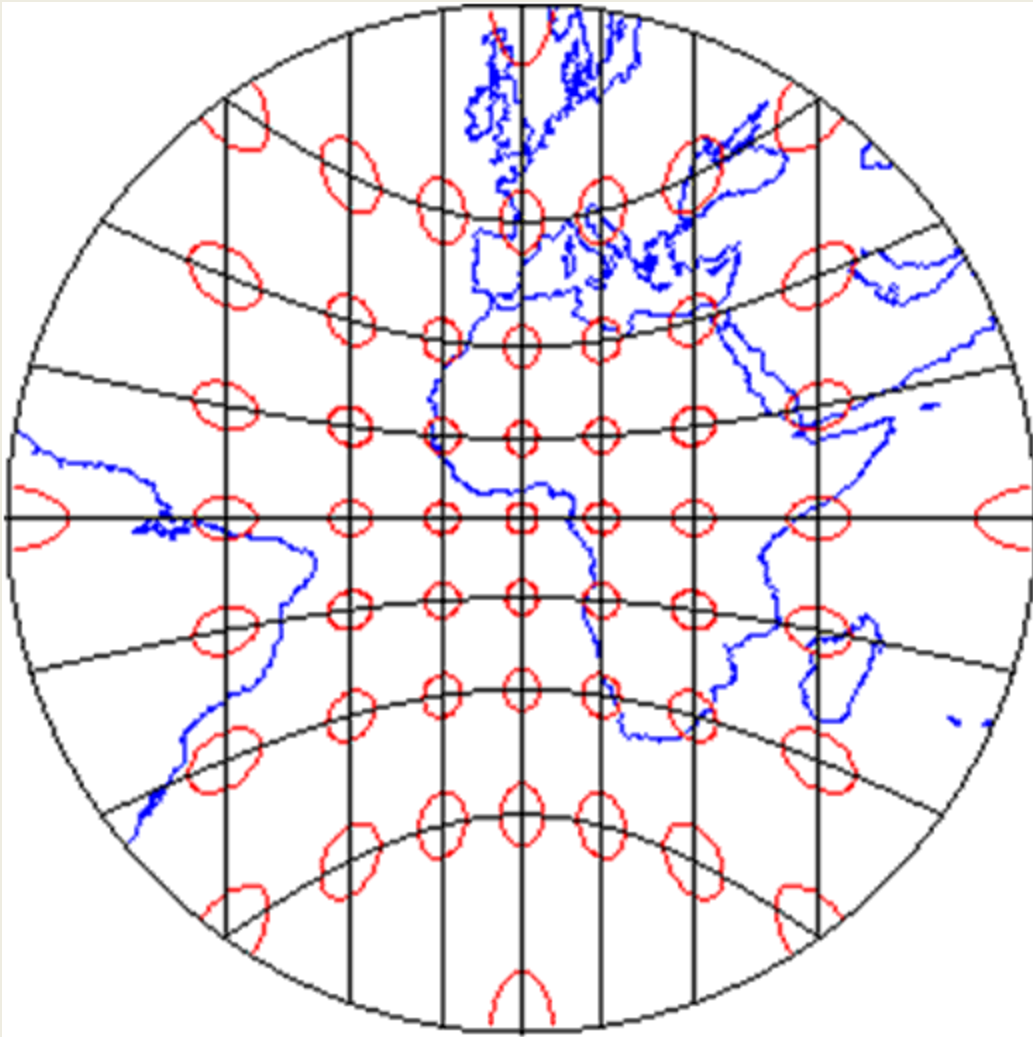
# Προβολή ίσων αποστάσεων



**Προβολή ίσων αποστάσεων. Οι αποστάσεις μετρούνται με ακρίβεια κατά μήκος ευθειών που περνούν από ένα ή δύο σημεία (Πόλοι) - κατά μήκος των μεσημβρινών. Κάθε έλλειψη έχει ίδιο μήκος στον άξονα της με κατεύθυνση Βορρά - Νότο.**



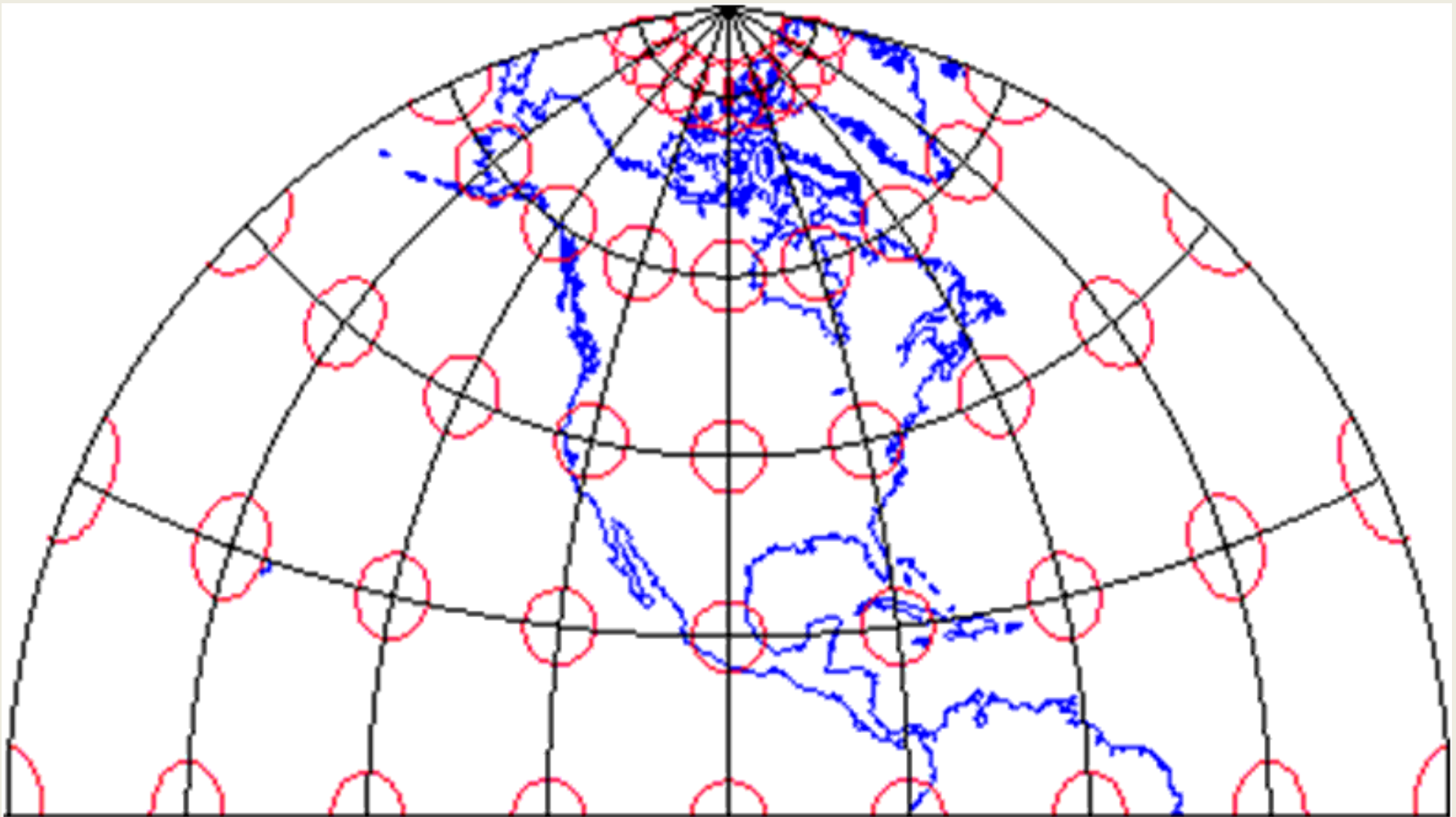
# Αζιμουθιακή Προβολή - ίσων αζιμουθίων



Εργαστήριο Τηλεπισκόπησης & ΓΣΠ  
© copyright I. N. Χατζόπουλος

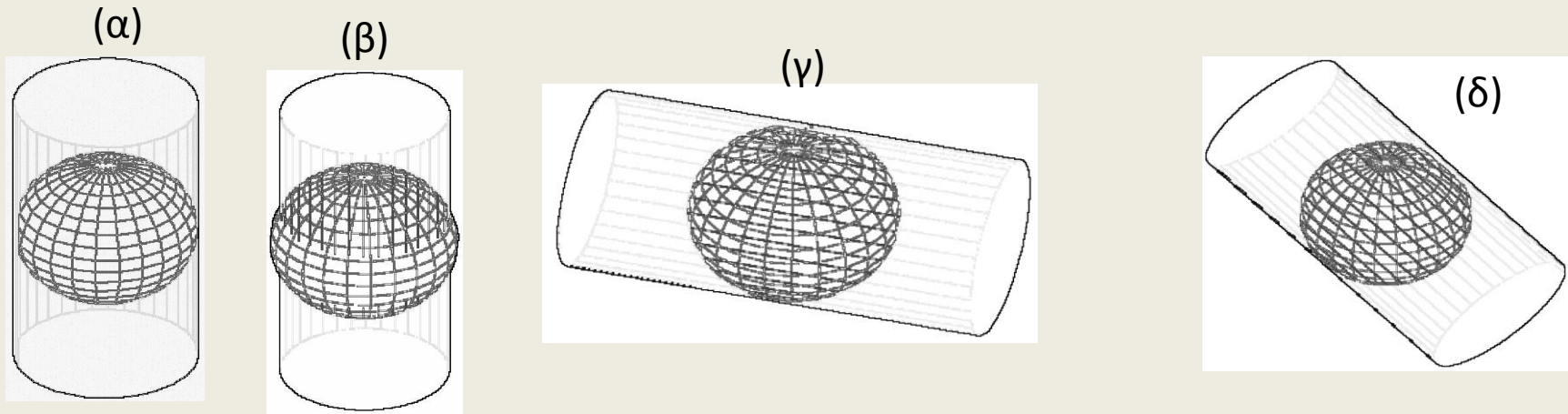
**Οι Αζιμουθιακές προβολές διατηρούν τις κατευθύνσεις (Αζιμούθια) από ένα ή δύο σημεία σε όλα τα άλλα σημεία στο χάρτη.**

# Συμβιβαστική προβολή

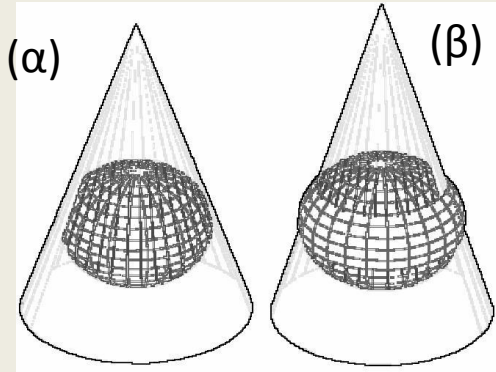


Η συμβατική προβολή ελαχιστοποιεί τις παραμορφώσεις κάθε είδους

# Επιφάνεια προβολής - 1

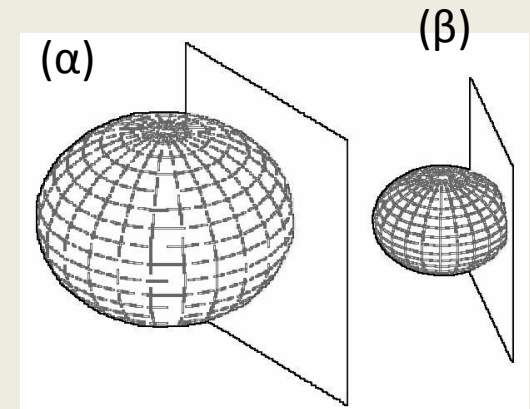


Κυλινδρική επιφάνεια προβολής (α) όρθια εφαπτόμενη, (β) όρθια τέμνουσα, (γ) εγκάρσια, (δ) λοξή

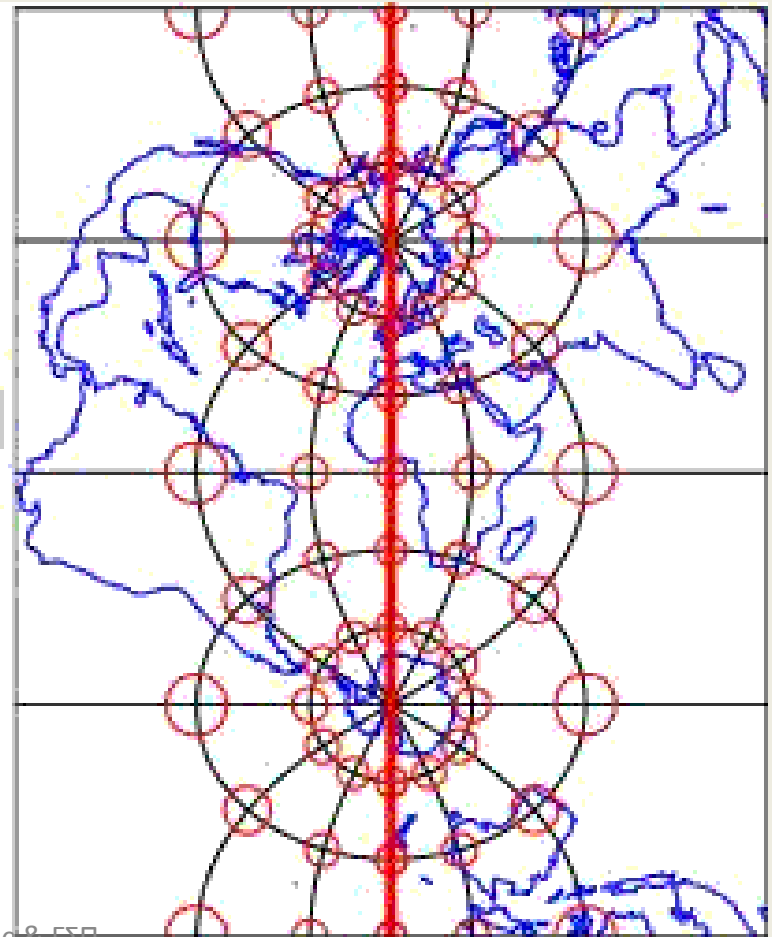
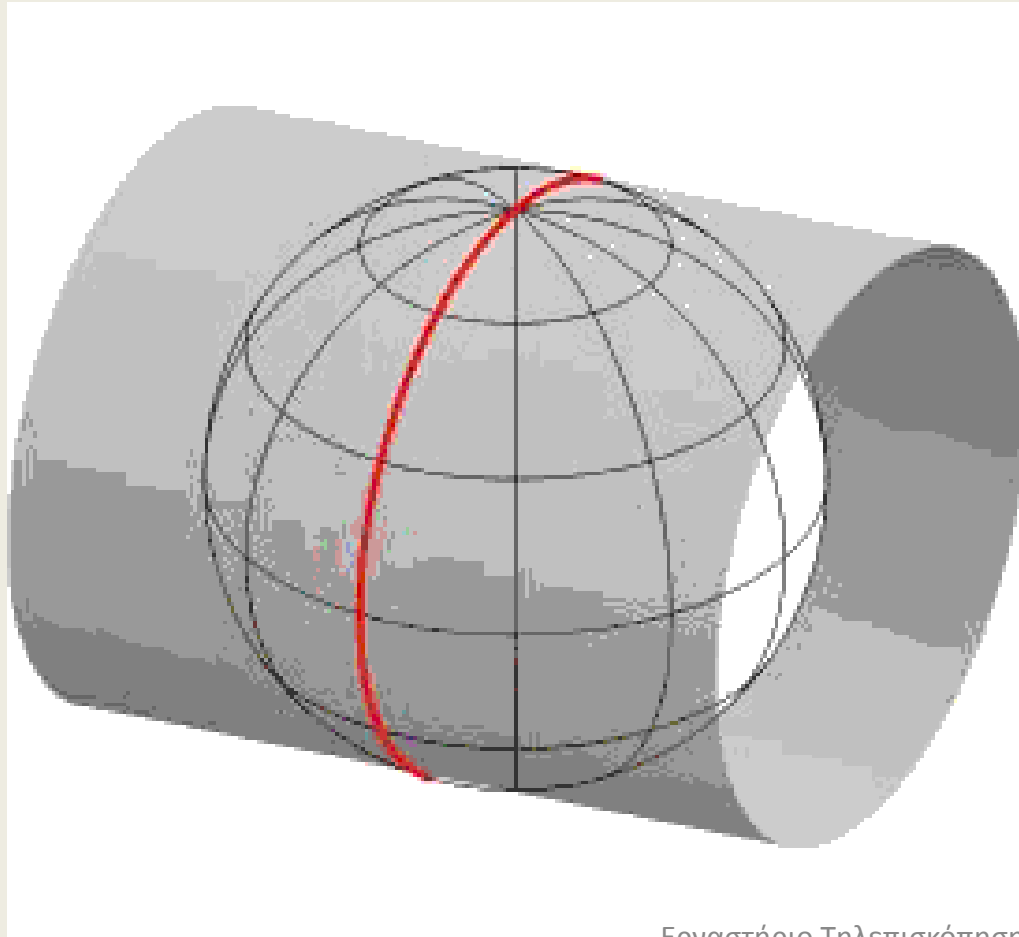


Κωνική επιφάνεια προβολής  
 (α) όρθια εφαπτόμενη,  
 (β) όρθια τέμνουσα.

Επίπεδη επιφάνεια προβολής  
 (α) όρθια εφαπτόμενη,  
 (β) όρθια τέμνουσα



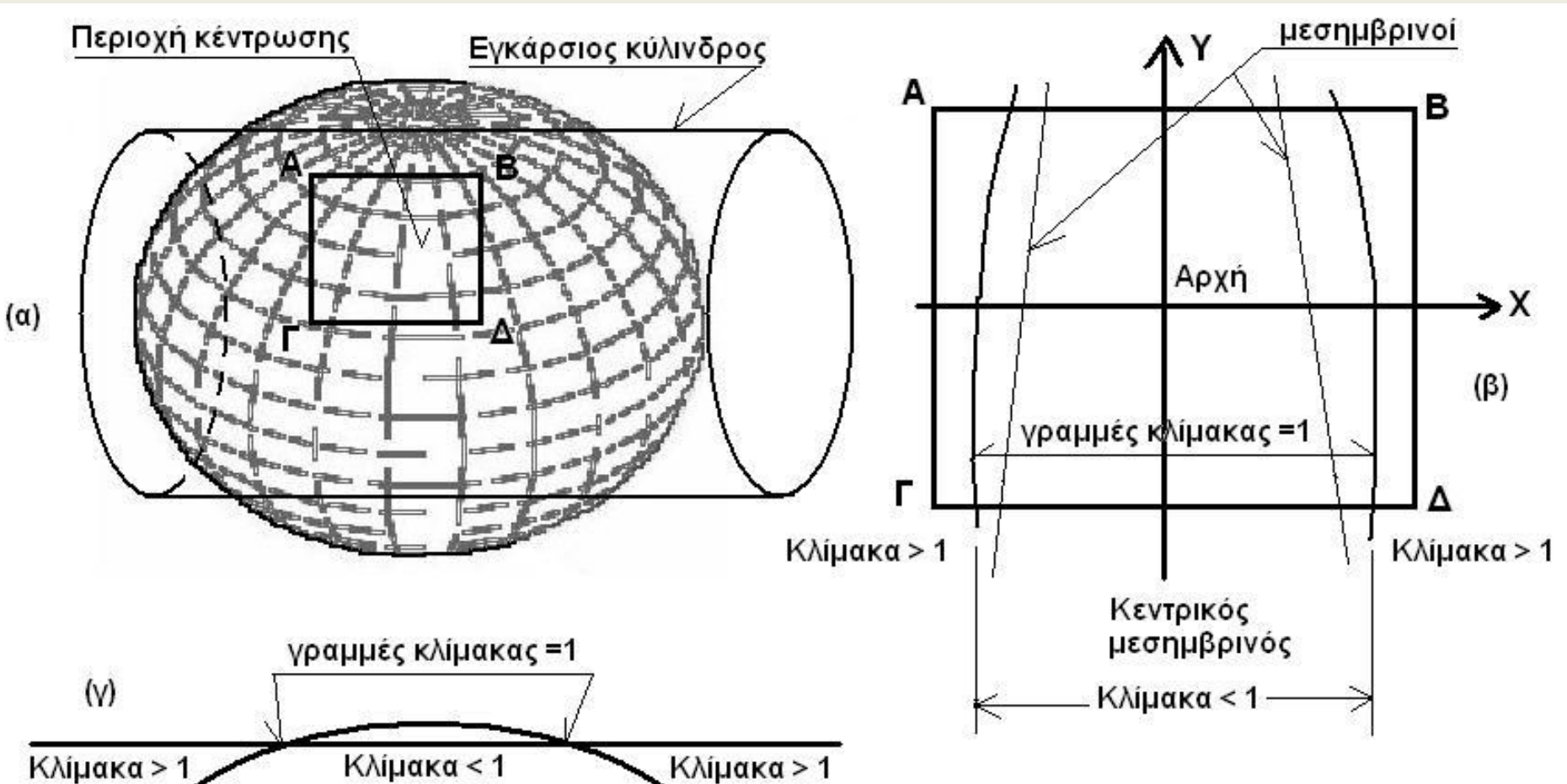
# Εγκάρσια κυλινδρική

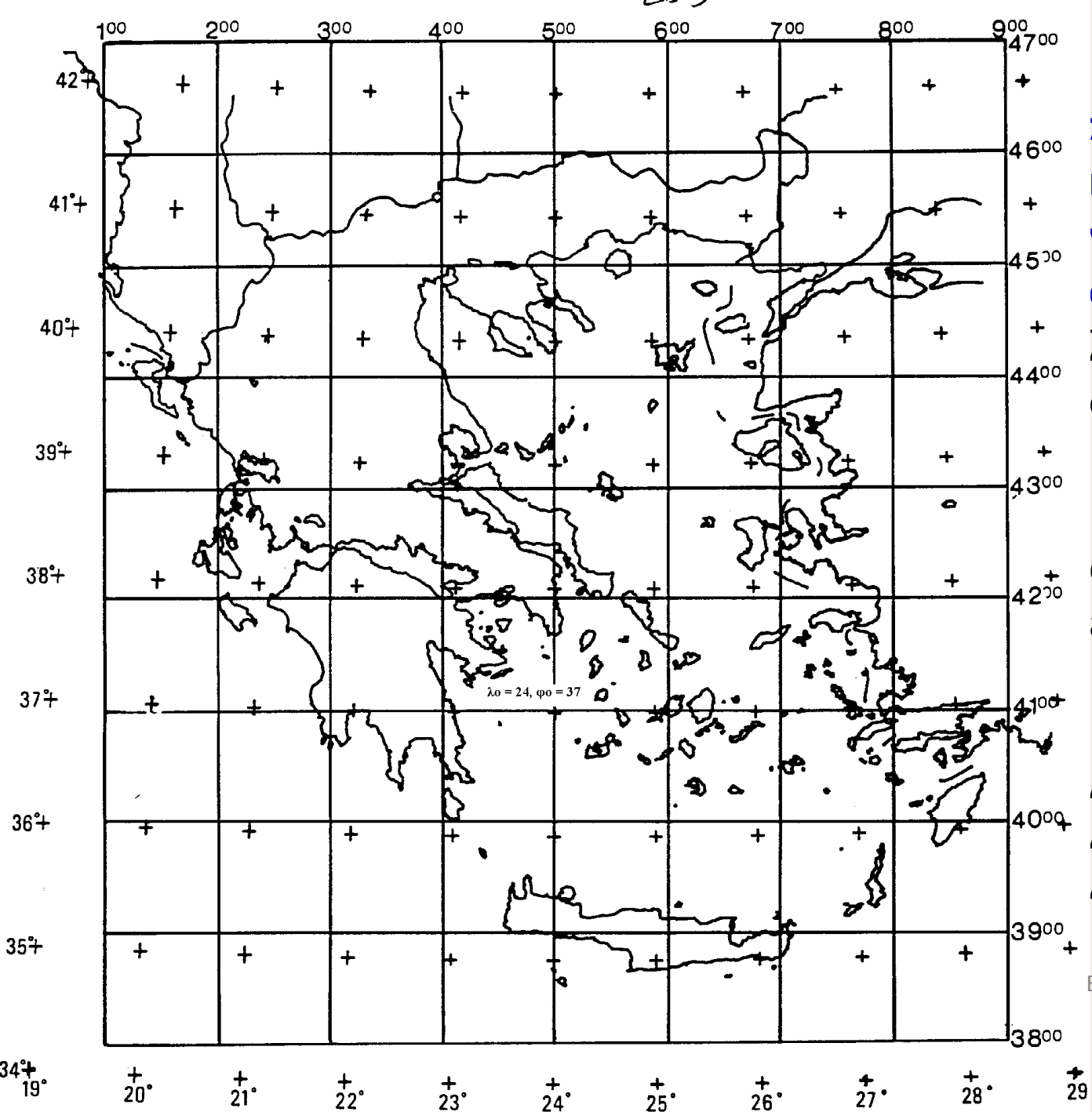


# Εγκάρσια Μερκατορική προβολή

## Προσοχή στα υψόμετρα

(α) Περιοχή κέντρωσης, (β) Προβολή, (γ) Παραμόρφωση κλίμακας





**προβολή ΕΓΣΑ 87 σε  
καρτεσιανές και  
γεωγραφικές  
συντεταγμένες.**

$\lambda_0 = 24^\circ$  Ανατολικό  
 $\phi_0 = 0, X_0 = 500\ 000\ m$   
 $K_0 = 0.9996.$

Ελλειψοειδές  
αναφοράς  $\rightarrow$  GRS80

$a = 6378137\ m$   
 $b = 6356752.31414$   
 $1/298.257222101$

$\Delta x = -199.87\ m$   
 $\Delta y = 74.79\ m$   
 $\Delta z = 246.62\ m$

Εργαστήριο Τηλεπισκόπησης & ΓΣΠ  
© copyright I. N. Χατζόπουλος

# COORD\_GR

το πρόγραμμα COORD\_GR Ver. 1.6 κάνει μετασχηματισμό συντεταγμένων από όλα τα φύλλα χάρτη των παλαιών Ελληνικών συστημάτων αναφοράς στο σύστημα ΕΓΣΑ 87. Το πρόγραμμα είναι Freeware και υπάρχει στη διεύθυνση: [http://users.auth.gr/kvek/coords\\_gr.zip](http://users.auth.gr/kvek/coords_gr.zip).

Ένα άλλο πρόγραμμα **Freeware** σε μορφή script για το ArcGis είναι γραμμένο από:

#Script Name:HATT2EGSA.py

#Version: 1.0

#Release Date: 04/07/2005

#-----

""""

Author:Leonidas Liakos

Email:leonidas\_liakos@yahoo.gr

URL:<http://www.geocities.com/leonidasliakos>

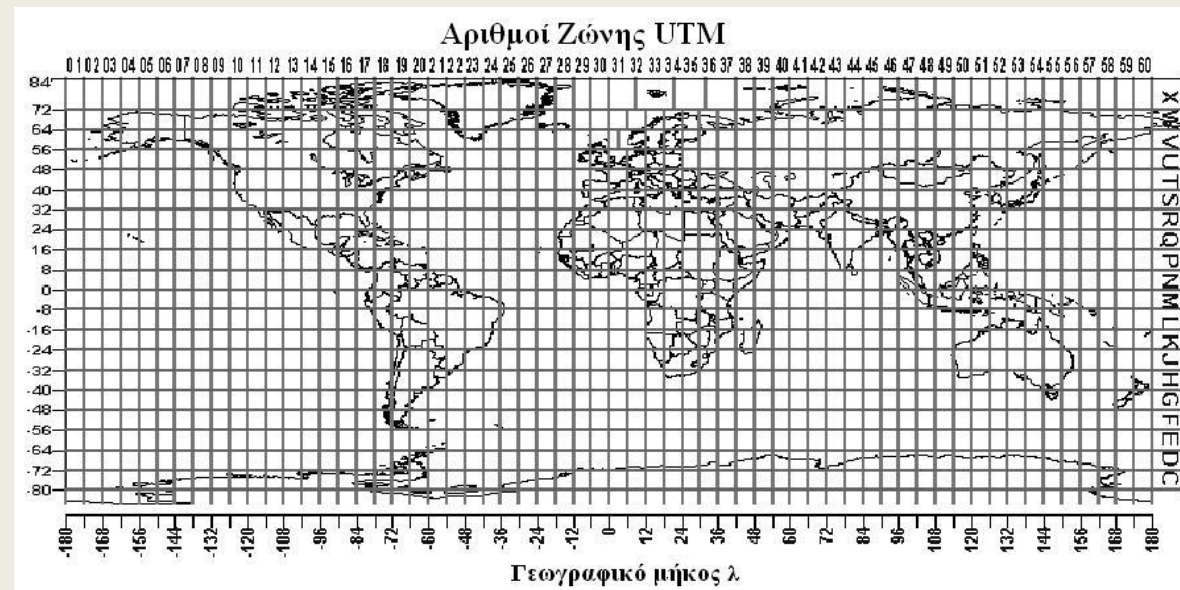
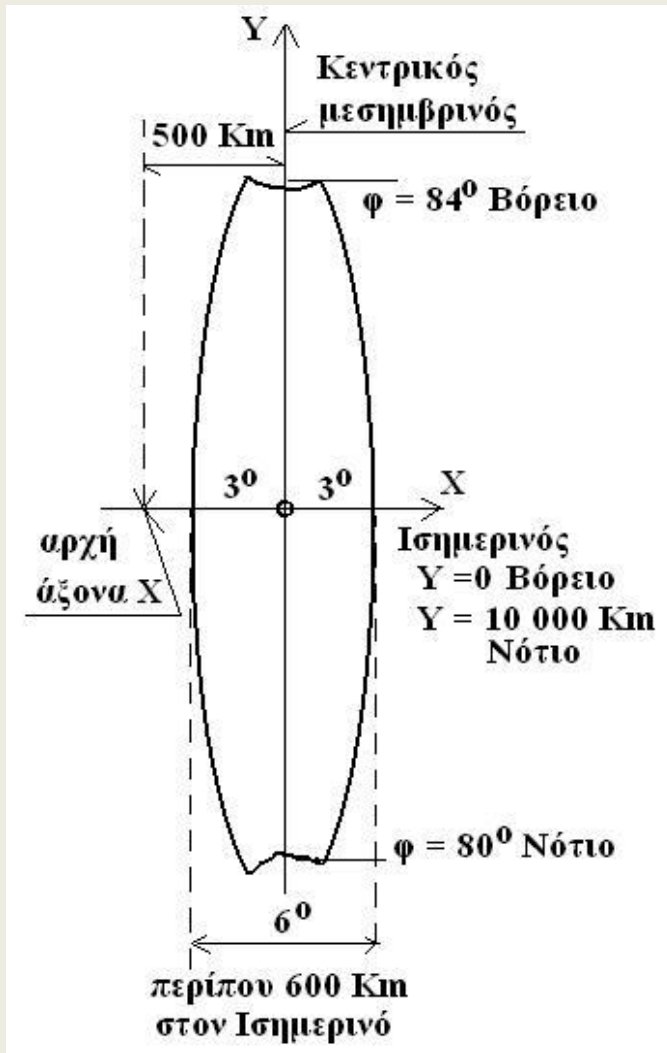
City:Paramythia, Greece

""

Και βρίσκεται στο δεσμό: <http://arcscripts.esri.com/details.asp?dbid=15500>

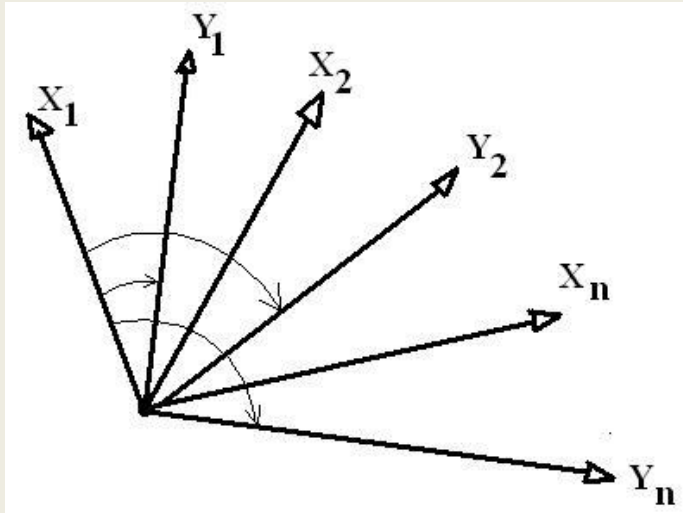


# Η Παγκόσμια Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή (ΠΕΜ) - UTM



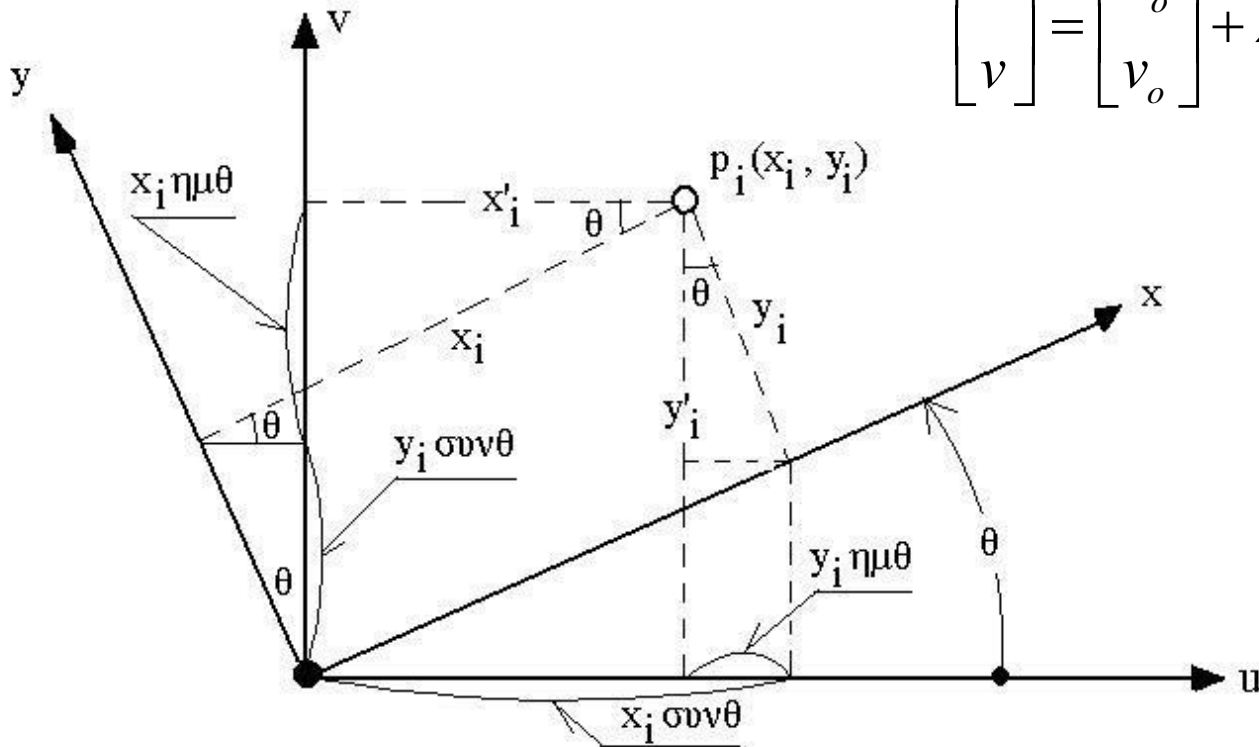


# Μετατροπή ορθογώνιων συντεταγμένων



$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} = \lambda \cdot M \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \text{συν}(X_1 Y_1) & \text{συν}(X_1 Y_2) & \dots & \text{συν}(X_1 Y_n) \\ \text{συν}(X_2 Y_1) & \text{συν}(X_2 Y_2) & \dots & \text{συν}(X_2 Y_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{συν}(X_n Y_1) & \text{συν}(X_n Y_2) & \dots & \text{συν}(X_n Y_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

# Μετασχηματισμός ομοιότητας



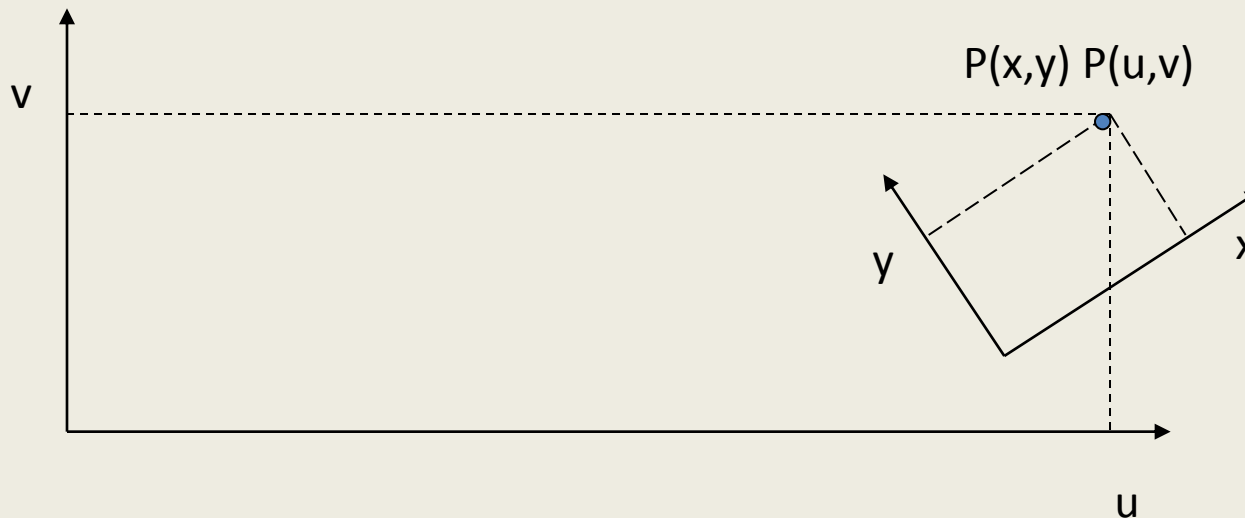
$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_o \\ v_o \end{bmatrix} + \lambda \cdot \begin{bmatrix} \sigma\upsilon\nu(\theta) & -\eta\mu\theta \\ \eta\mu(\theta) & +\sigma\upsilon\nu(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \sigma\upsilon\nu(\theta) & \sigma\upsilon\nu(90+\theta) \\ \sigma\upsilon\nu(90-\theta) & \sigma\upsilon\nu(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \sigma\upsilon\nu(\theta) & -\eta\mu\theta \\ \eta\mu(\theta) & +\sigma\upsilon\nu(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

# Αφινικός μετασχηματισμός

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y$$

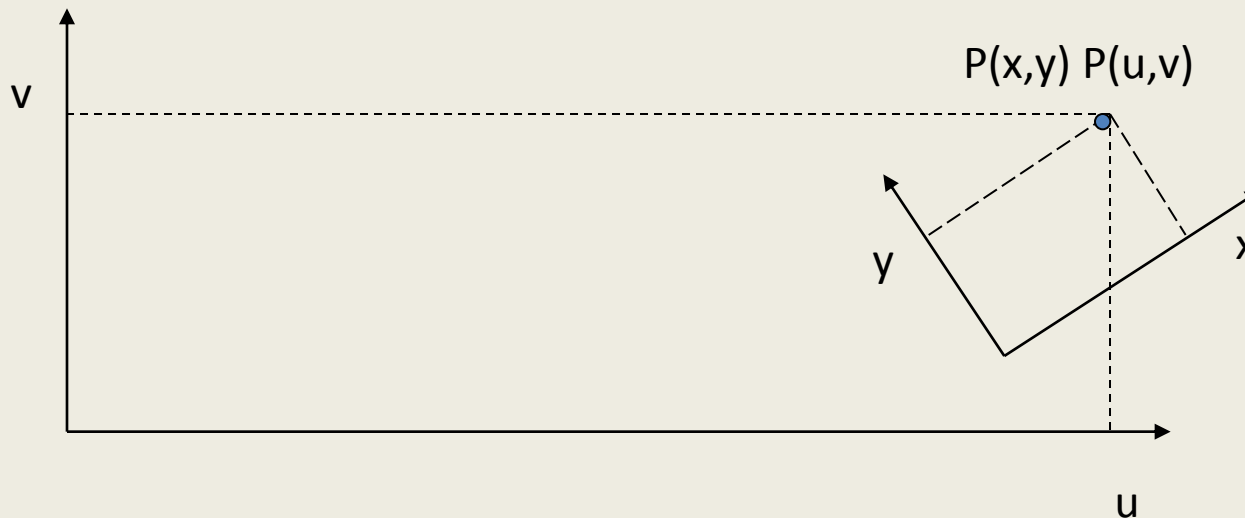
$$v = b_1 + b_2 x + b_3 y$$



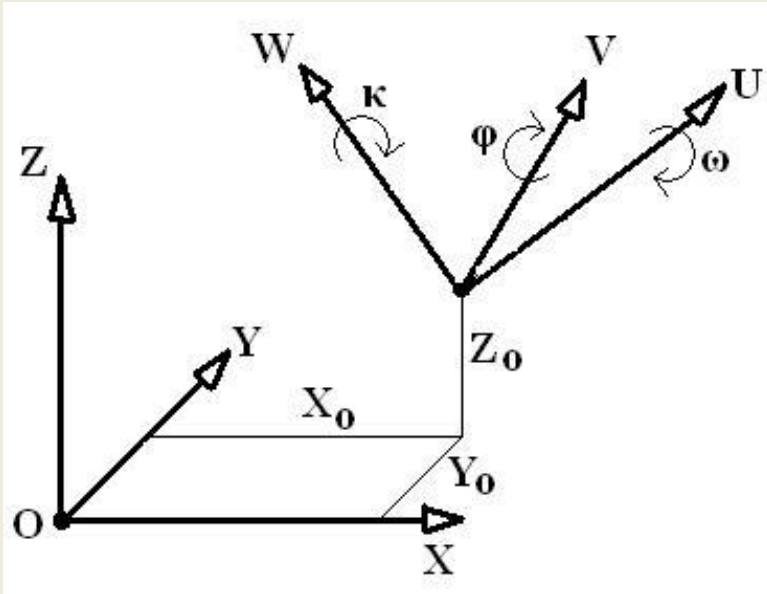
# Διγραμμικός – πολυωνυμικός μετασχηματισμός

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy$$

$$v = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy$$



# Μετατροπή τριών διαστάσεων ομοιότητας



$$\begin{aligned}
 m_{11} &= \text{συν}\phi \cdot \text{συν}\kappa \\
 m_{12} &= \text{συν}\omega \cdot \eta\mu\kappa + \eta\mu\omega \cdot \eta\mu\phi \cdot \text{συν}\kappa \\
 m_{13} &= \eta\mu\omega \cdot \eta\mu\kappa - \text{συν}\omega \cdot \eta\mu\phi \cdot \text{συν}\kappa \\
 m_{21} &= -\text{συν}\phi \cdot \eta\mu\kappa \\
 m_{22} &= \text{συν}\omega \cdot \text{συν}\kappa - \eta\mu\omega \cdot \eta\mu\phi \cdot \eta\mu\kappa \\
 m_{23} &= \eta\mu\omega \cdot \text{συν}\kappa + \text{συν}\omega \cdot \eta\mu\phi \cdot \eta\mu\kappa \\
 m_{31} &= \eta\mu\phi \\
 m_{32} &= -\eta\mu\omega \cdot \text{συν}\phi \\
 m_{33} &= \text{συν}\omega \cdot \text{συν}\phi
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \lambda M \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$