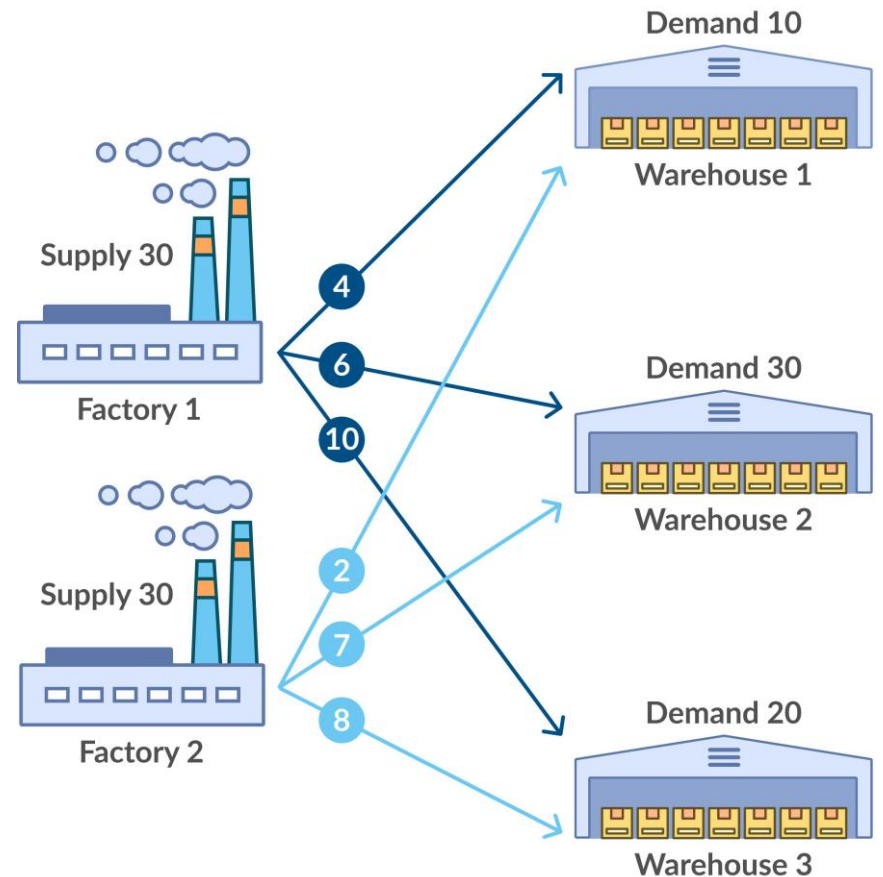


Διάλεξη 6

Γραφήματα και Αναπαράσταση
Δικτύων

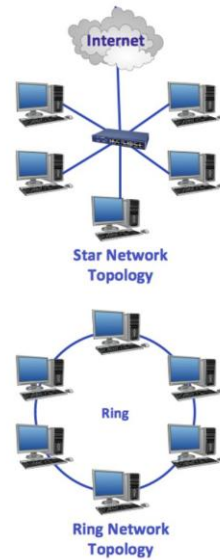
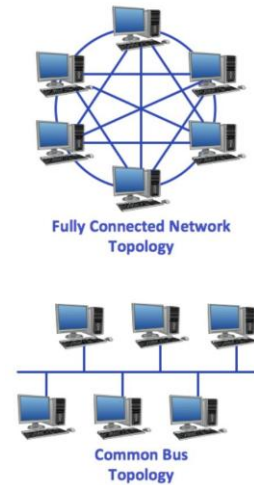
1. Από Λογική Δομή σε Δομή Δικτύου

- Στη Διάλεξη 5:
 - οι σχέσεις μεταξύ αποφάσεων ήταν λογικές
- Όμως:
 - σε πολλά συστήματα
 - οι σχέσεις έχουν χωρική ή λειτουργική διάταξη
- Παραδείγματα:
 - δίκτυα μεταφοράς
 - δίκτυα ενέργειας
 - δίκτυα επικοινωνίας
- Συνεπώς:
 - η δομή δεν είναι μόνο λογική
 - είναι και τοπολογική



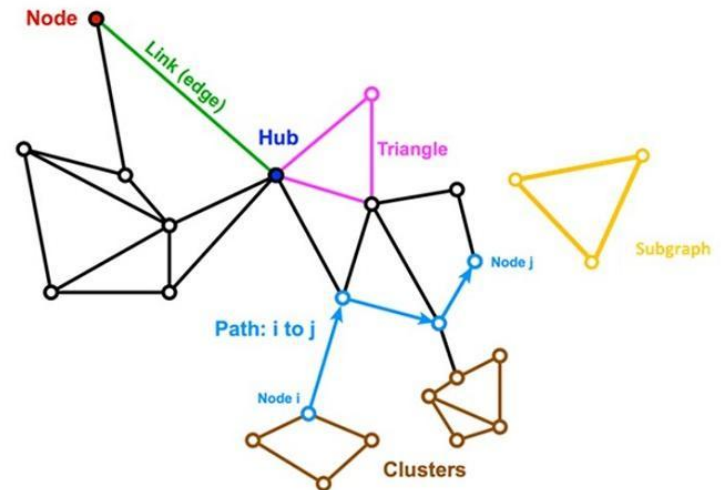
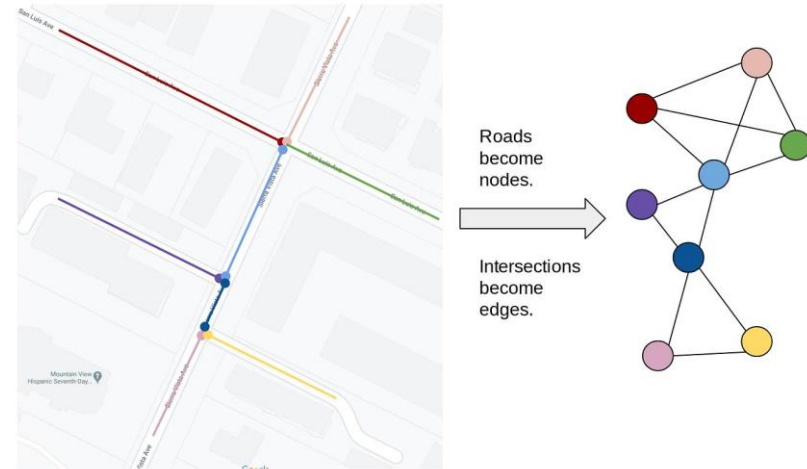
2. Έννοια Γραφήματος

- Ένα γράφημα αποτελείται από:
 - κόμβους (nodes)
 - ακμές (edges)
- Συμβολισμός:
 - $G = (V, E)$
- Όπου:
 - V : σύνολο κόμβων
 - E : σύνολο ακμών
- Το γράφημα:
 - αναπαριστά σχέσεις μεταξύ στοιχείων



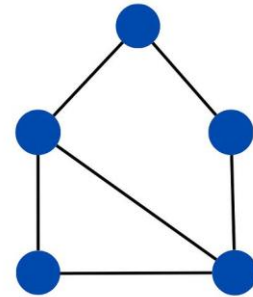
3. Ερμηνεία Κόμβων και Ακμών

- Οι κόμβοι:
 - αντιστοιχούν σε οντότητες
- Οι ακμές:
 - αντιστοιχούν σε σχέσεις ή συνδέσεις
- Παραδείγματα:
 - πόλεις → κόμβοι
 - δρόμοι → ακμές
- Η αναπαράσταση:
 - απλοποιεί τη δομή του συστήματος

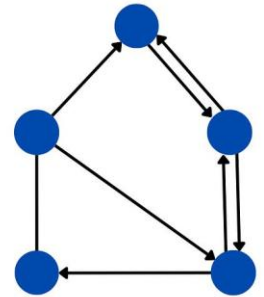


4. Κατευθυνόμενα και Μη Κατευθυνόμενα Γραφήματα

- Μη κατευθυνόμενο γράφημα:
 - $(i, j) = (j, i)$
- Κατευθυνόμενο γράφημα:
 - $(i, j) \neq (j, i)$
- Ερμηνεία:
 - ροή με κατεύθυνση
 - ή συμμετρική σύνδεση



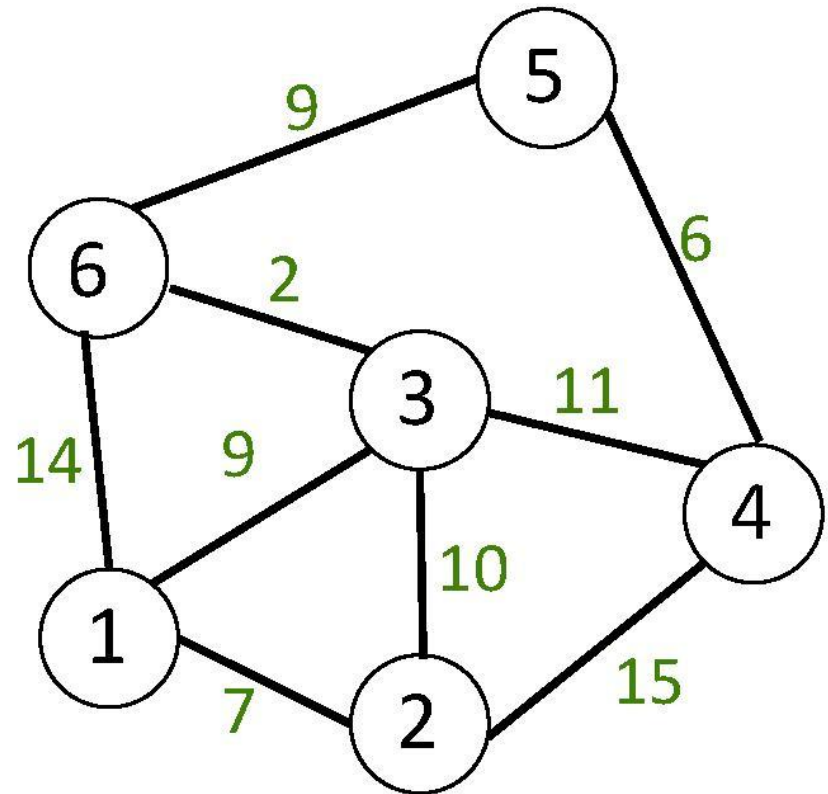
Undirected Graph



Directed Graph

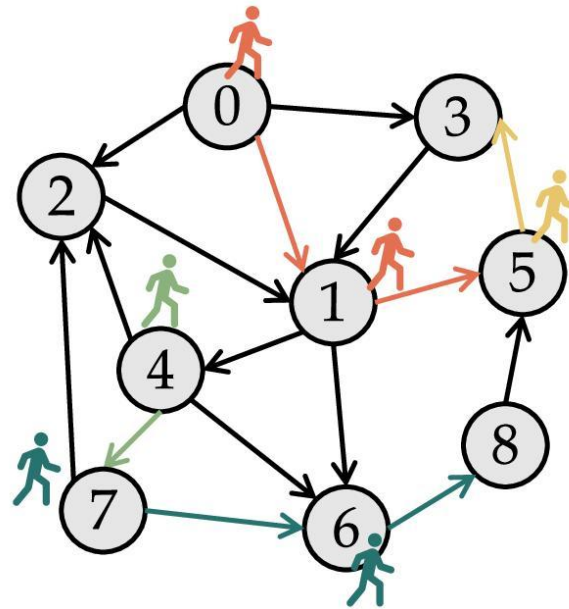
5. Βάρη σε Ακμές





- Κάθε ακμή μπορεί να έχει βάρος:
 - κόστος
 - απόσταση
 - χρόνος
- Συμβολισμός:
 - C_{ij}
- Το γράφημα:
 - δεν δείχνει μόνο σύνδεση
 - αλλά και χαρακτηριστικά της σύνδεσης



6. Διαδρομές

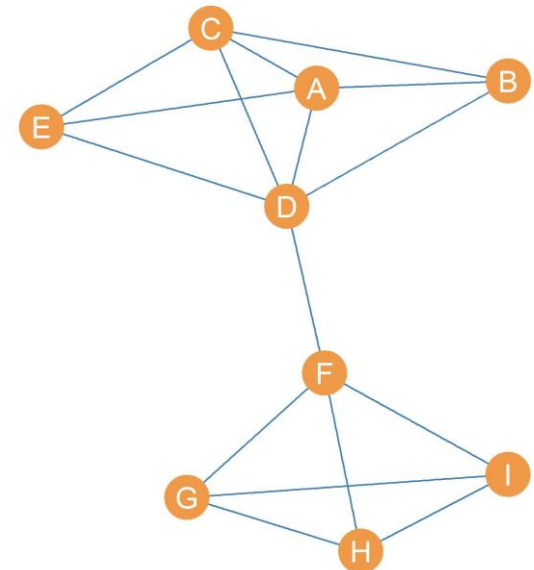
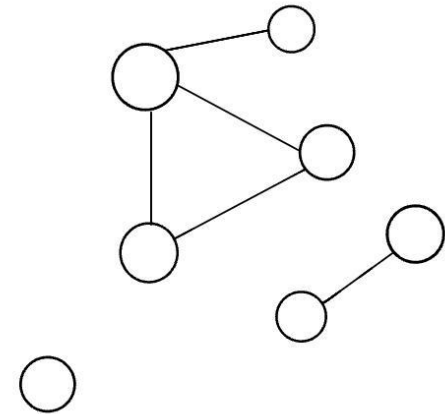
- Διαδρομή:
- ακολουθία κόμβων
- Από κόμβο i σε j
- Συνθήκη:
- κάθε διαδοχικό ζεύγος συνδέεται με ακμή
- Μήκος διαδρομής:
- άθροισμα βαρών



Walked edges	
	0→1→5
	7→6→8
	4→7
	5→3

7. Συνδεσιμότητα

- Ένα γράφημα είναι συνδεδεμένο αν:
 - υπάρχει διαδρομή μεταξύ κάθε ζεύγους κόμβων
- Αν όχι:
 - αποτελείται από υποσυστήματα
- Η συνδεσιμότητα:
 - καθορίζει λειτουργικότητα δικτύου

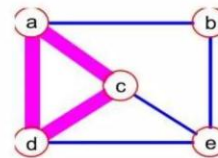


8. Κύκλοι

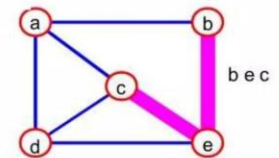
- Κύκλος:
- διαδρομή που ξεκινά και τελειώνει στον ίδιο κόμβο
- Χωρίς επανάληψη ακμών
- Σημασία:
- μπορεί να δημιουργεί πλεονασμό
- ή ανεπιθύμητες δομές

Cycle in Graph

- A **cycle** is a simple path in which the first and the last vertices are the same



Cycle

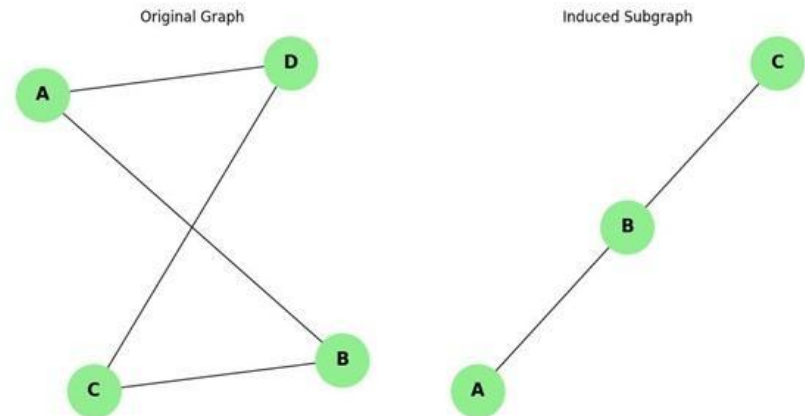


Path

9. Υπογραφήματα

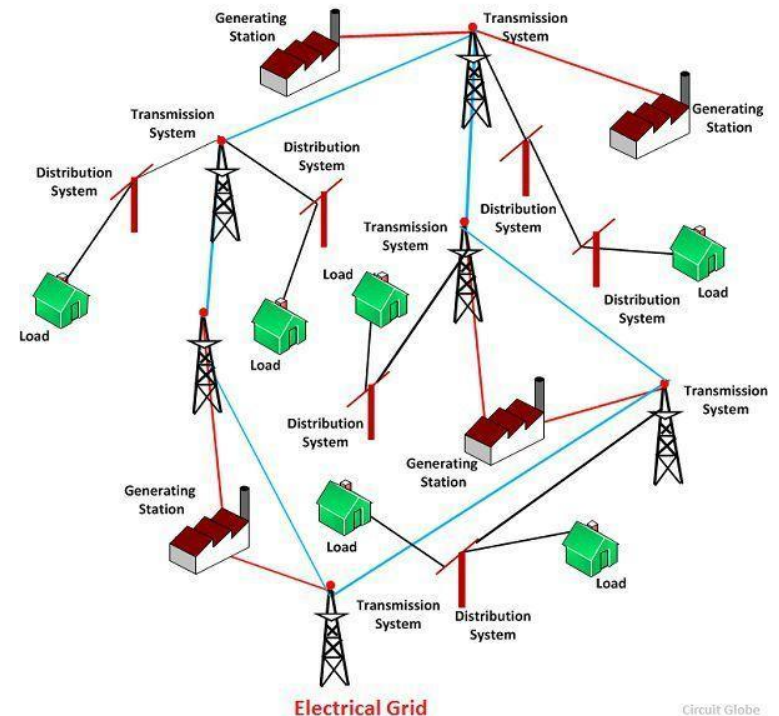
- Υπογράφημα:
- υποσύνολο κόμβων και ακμών

- Χρήση:
- ανάλυση μέρους συστήματος
- απομόνωση λειτουργιών



10. Αναπαράσταση Πραγματικών Συστημάτων

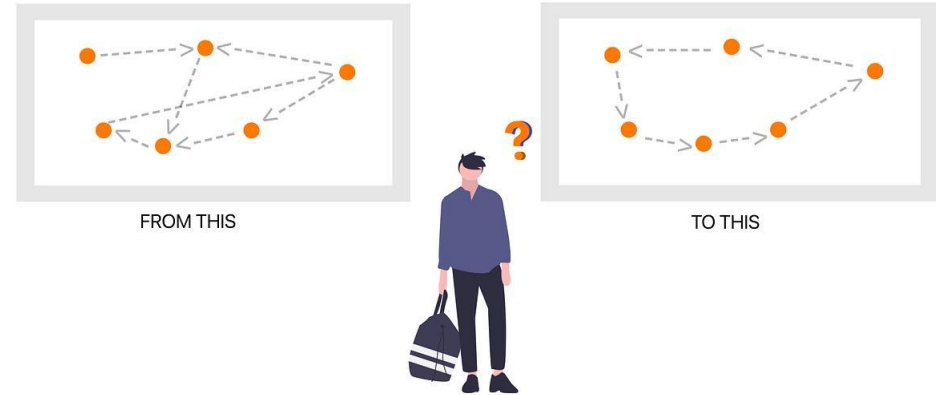
- Μεταφορά:
 - κόμβοι = σημεία
 - ακμές = διαδρομές
- Ενέργεια:
 - κόμβοι = σταθμοί
 - ακμές = γραμμές
- Επικοινωνία:
 - κόμβοι = συσκευές
 - ακμές = συνδέσεις



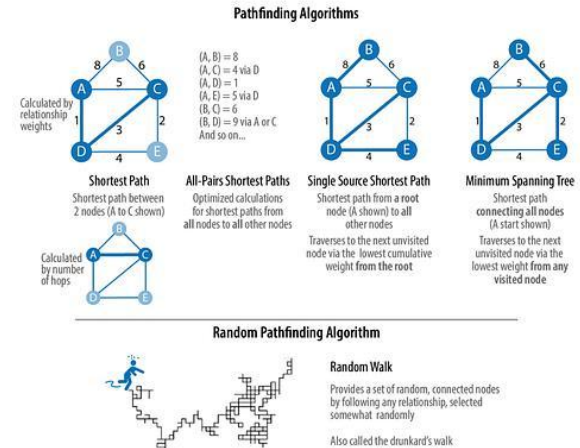
11. Σχέση με Βελτιστοποίηση

- Το γράφημα:
- ορίζει τον χώρο λύσεων
- Οι αποφάσεις:
- γίνονται πάνω στις ακμές ή κόμβους
- Παραδείγματα:
- επιλογή διαδρομής
- επιλογή δικτύου

Traveling Salesman Problem



© 2006 Algorithms in Java, 3rd Edition, Royce G. Meschery, Chapter 16, Pathfinding and Graph Search, 16-110/111



12. Μαθηματική Μοντελοποίηση

- Μεταβλητές:

- $x_{ij} \in \{0,1\}$

- Ερμηνεία:

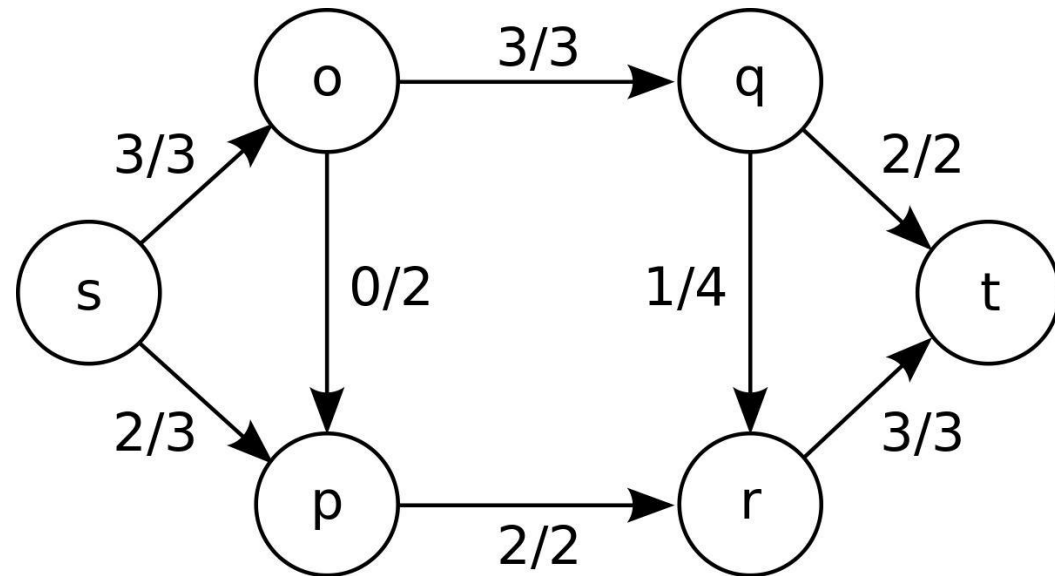
- $x_{ij} = 1$ αν επιλεγεί ακμή

- Περιορισμοί:

- συνδεσιμότητα

- ροή

- δομή



13. Μετάβαση από Λογική σε Τοπολογία

- Διάλεξη 5:
 - σχέσεις = λογικοί περιορισμοί
- Διάλεξη 6:
 - σχέσεις = συνδέσεις σε γράφημα
- Το σύστημα:
 - αποκτά γεωμετρική/τοπολογική μορφή

Constraint Graphs:
Primal, Dual and Hypergraphs

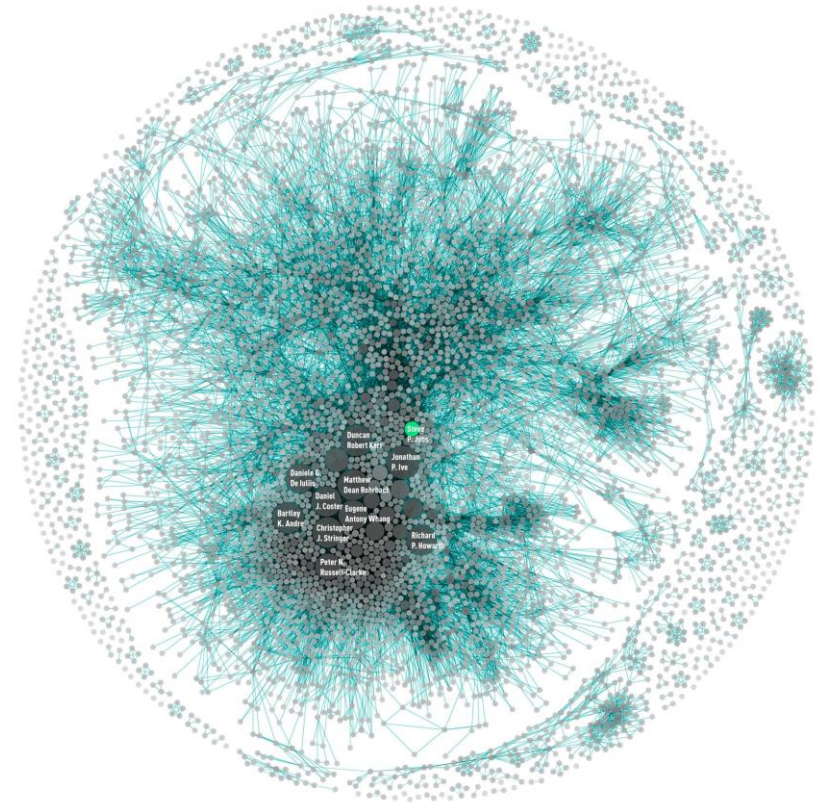
- A (primal) **constraint graph**: a node per variable
- arcs connect constrained variables.
- A **dual constraint graph**: a node per constraint's scope, an arc connect nodes sharing variables = hypergraph

1	2	3	4	5
		6		7
8	9		10	11
		12	13	

(a) Spring 2009 (b) 17

14. Δυσκολία

- Ο χώρος λύσεων:
- αυξάνεται με το μέγεθος του γραφήματος
- Συνδυαστική πολυπλοκότητα:
- παραμένει
- Η δομή:
- βοηθά την ανάλυση
- αλλά δεν απλοποιεί πάντα την επίλυση



15. Κεντρικό Μήνυμα

- Τα γραφήματα:
- είναι εργαλείο αναπαράστασης δομής
- Το σύστημα:
- περιγράφεται ως δίκτυο
- Η βελτιστοποίηση:
- γίνεται πάνω σε αυτό το δίκτυο
- Η μετάβαση:
- από λογική δομή
- σε τοπολογική δομή

