

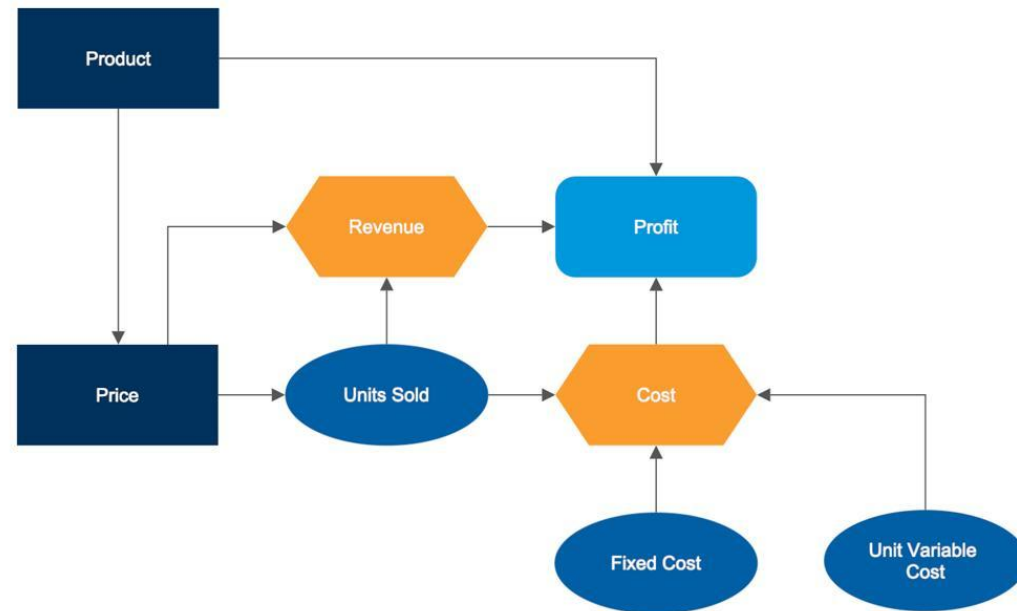
Διάλεξη 5

Λογικοί Περιορισμοί και
Αρχιτεκτονική Συστημάτων

1. Από Μεμονωμένες Αποφάσεις σε Σχέσεις

- Στη Διάλεξη 4:
 - οι μεταβλητές ήταν διακριτές
 - κάθε μεταβλητή εξέφραζε μία απόφαση
- Όμως:
 - σε πραγματικά συστήματα
 - οι αποφάσεις δεν είναι ανεξάρτητες
- Οι επιλογές:
 - επηρεάζουν η μία την άλλη
 - δημιουργούν σχέσεις εξάρτησης
- Συνεπώς:
 - δεν μοντελοποιούμε μόνο αποφάσεις
 - αλλά και σχέσεις μεταξύ τους

Influence Diagram: Product Decision



2. Λογική ως Μαθηματική Δομή

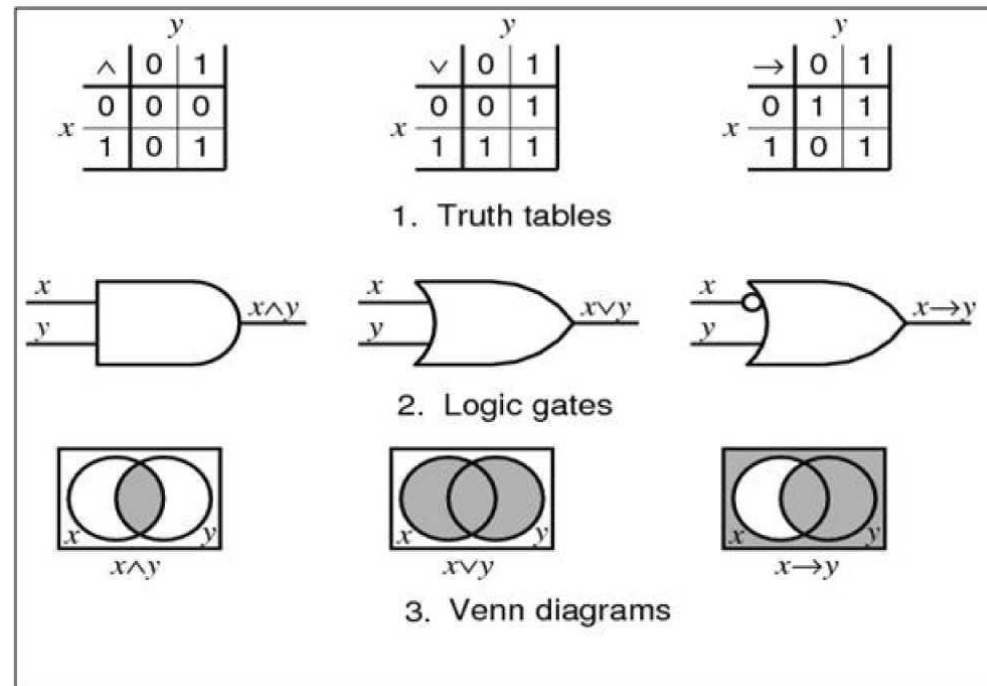
- Οι σχέσεις μεταξύ αποφάσεων:
- είναι λογικές

- Παραδείγματα:

- αν επιλεγεί $A \rightarrow$ πρέπει να επιλεγεί B
- δεν μπορούν να επιλεγούν μαζί
- πρέπει να επιλεγεί τουλάχιστον ένα
- πρέπει να επιλεγεί ακριβώς ένα

- Η λογική:

- δεν παραμένει περιγραφική
- μετατρέπεται σε μαθηματική μορφή



Δυαδικές Μεταβλητές ως Λογικές Μεταβλητές

- $z \in \{0,1\}$
- Ερμηνεία:
 - $z = 1 \rightarrow$ η πρόταση είναι αληθής
 - $z = 0 \rightarrow$ η πρόταση είναι ψευδής
- Οι μεταβλητές:
 - δεν εκφράζουν ποσότητες
 - εκφράζουν λογικές καταστάσεις

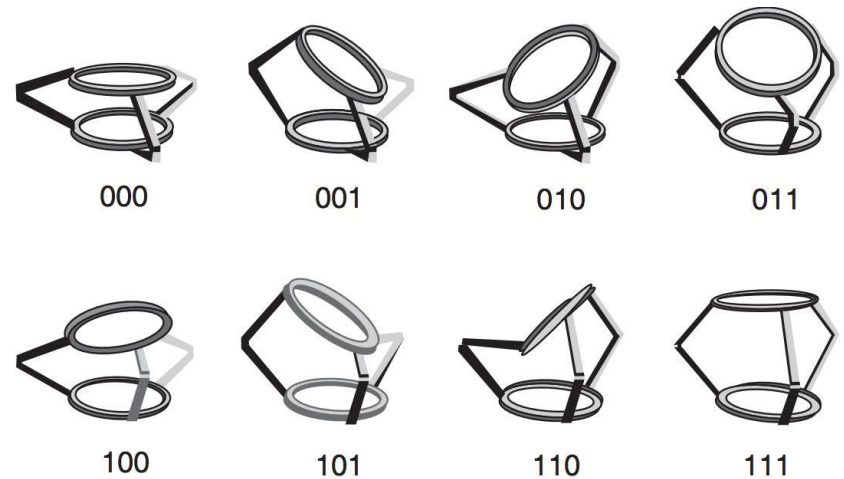


Figure 26.1 Eight discrete positions of a 3-DOF binary manipulator.

- Το μοντέλο:
 - περιγράφει λογική δομή συστήματος

x	y	$f(x,y)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

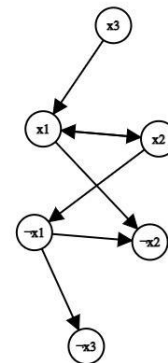
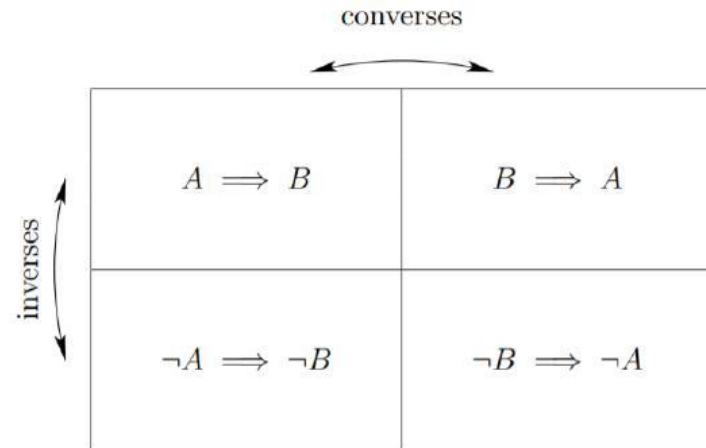
x	y	$f(x,y)$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

x	y	$f(x,y)$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

x	y	$f(x,y)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Λογικός Περιορισμός: Συνεπαγωγή

- Διατύπωση:
- “αν A τότε B”
- Μεταβλητές:
- $z_A, z_B \in \{0,1\}$
- Μαθηματική μορφή:
- $z_A \leq z_B$
- Ερμηνεία:
- αν $z_A = 1 \rightarrow$ τότε $z_B = 1$
- αν $z_A = 0 \rightarrow$ δεν επιβάλλεται περιορισμός



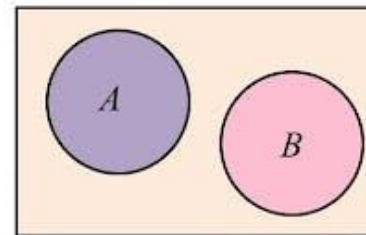
Λογικός Περιορισμός: Αμοιβαίος Αποκλεισμός

- Διατύπωση:
- “Α και Β δεν μπορούν να επιλεγούν μαζί”
- Μεταβλητές:
- $z_A, z_B \in \{0,1\}$
- Μαθηματική μορφή:
- $z_A + z_B \leq 1$
- Ερμηνεία:
- το πολύ μία επιλογή ενεργή

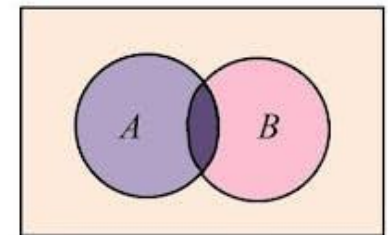
Mutually Exclusive Events

Mutually exclusive

- Two events A and B cannot occur at the same time



A and B are mutually exclusive



A and B are not mutually exclusive

Λογικός Περιορισμός: Υποχρεωτική Επιλογή

- Διατύπωση:
- “τουλάχιστον μία επιλογή πρέπει να γίνει”
- Μεταβλητές:
- z_1, z_2, \dots, z_n
- Μαθηματική μορφή:
- $z_1 + z_2 + \dots + z_n \geq 1$
- Ερμηνεία:
- αποφεύγεται η μηδενική λύση

Choose 0 or more (check boxes)

A
 B
 C
 D

Choose exactly 1 (radio buttons)

A
 B
 C
 D

Choose At least 1 (option 1 with only 1 selected)

A
 B
 C
 D

Choose At least 1 (option 1 with 2+ selected)

A
 B
 C
 D

Choose At least 1 (option 2 with 1 selected)

A
 B
 C
 D

Choose At least 1 (option 2a with 0 selected)

A
 B
 C
 D

You Must Select at least 1

Choose At least 1 (option 2b with 0 selected)

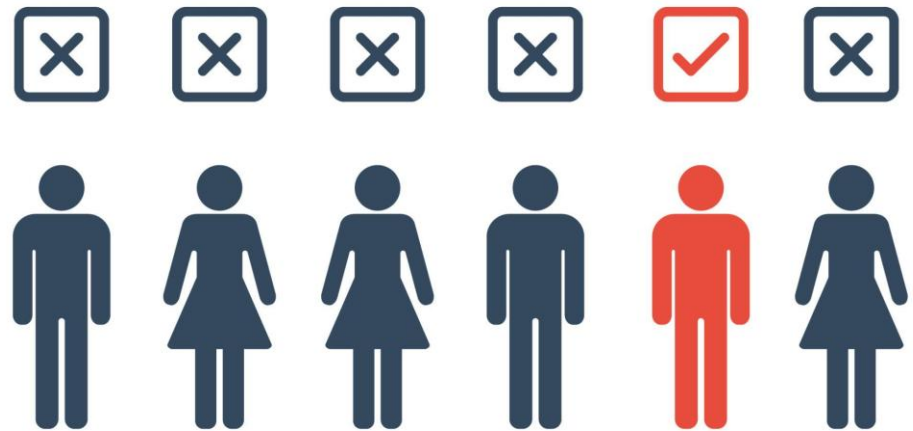
A
 B
 C
 D

You Must Select at least 1

7. Λογικός Περιορισμός: Ακριβώς Μία Επιλογή

- Διατύπωση:
- “πρέπει να επιλεγεί ακριβώς μία”

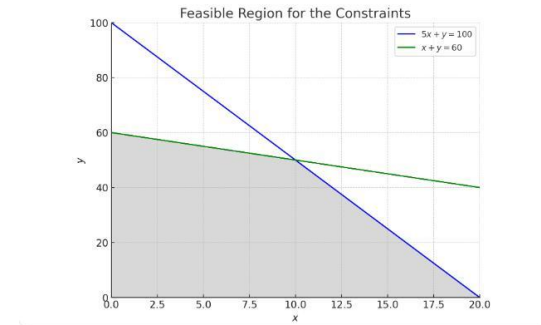
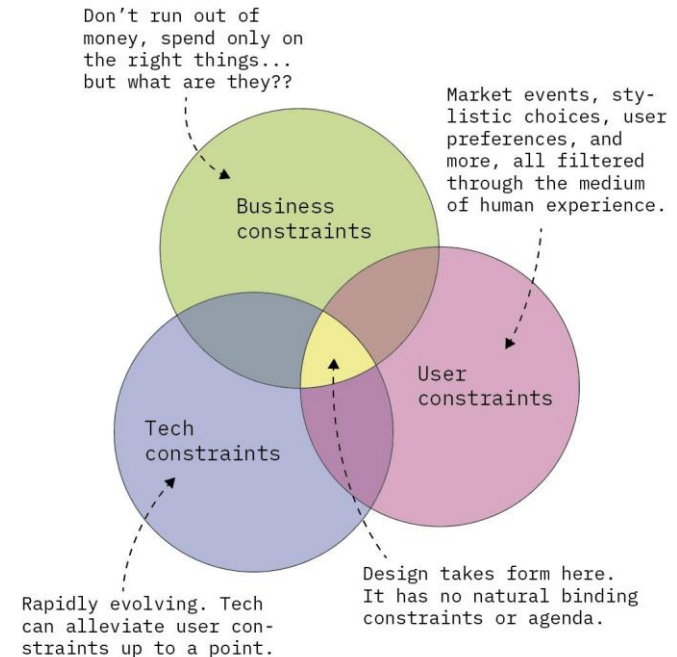
- Μαθηματική μορφή:
- $z_1 + z_2 + \dots + z_n = 1$



- Ερμηνεία:
- μοναδική ενεργή επιλογή

8. Συνδυασμός Λογικών Περιορισμών

- Ένα σύστημα:
- περιλαμβάνει πολλούς λογικούς περιορισμούς
- Οι περιορισμοί:
 - δεν λειτουργούν ανεξάρτητα
 - δημιουργούν συνολική δομή
- Το εφικτό σύνολο:
 - ορίζεται από τη λογική συνοχή



9. Παράδειγμα: Σχεδίαση Συστήματος

- Υποσυστήματα:
- $z_1, z_2, z_3 \in \{0,1\}$

- Περιορισμοί:

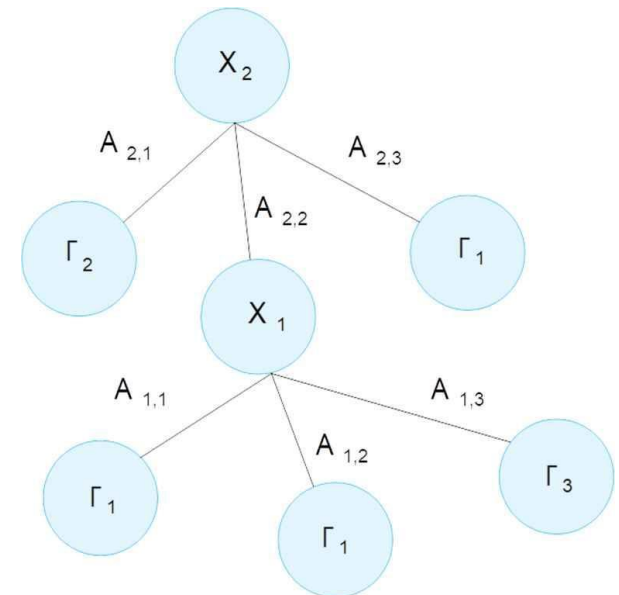
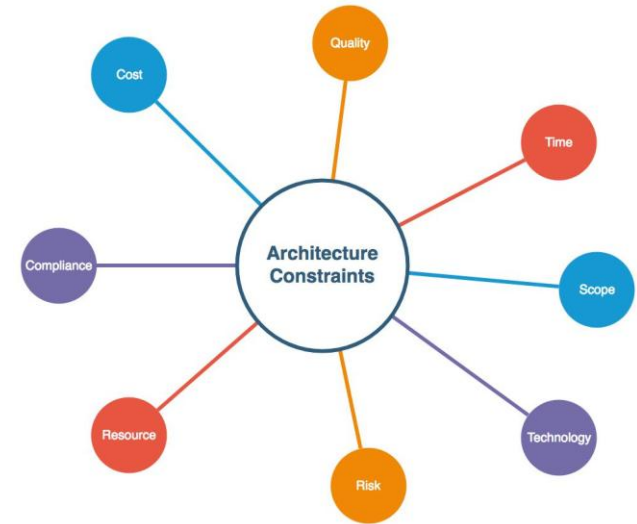
- $z_1 + z_2 \geq 1$
- $z_2 + z_3 \leq 1$
- $z_1 \leq z_3$

- Κόστος:

- $\sum c_i z_i \leq B$

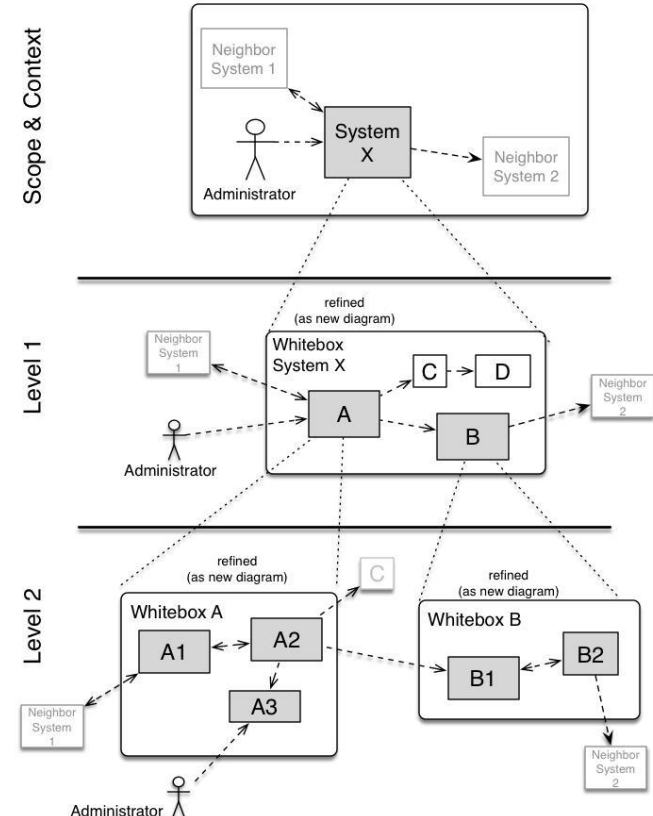
- Το σύστημα:

- καθορίζεται από σχέσεις εξάρτησης



10. Αρχιτεκτονική Συστήματος

- Το σύστημα δεν είναι:
- απλό άθροισμα επιλογών
- Είναι:
- σύνολο αλληλεξαρτώμενων αποφάσεων
- Η αρχιτεκτονική:
- καθορίζεται από λογικές σχέσεις
- όχι μόνο από αριθμητικούς περιορισμούς



11. Εφικτό Σύνολο με Λογικούς Περιορισμούς

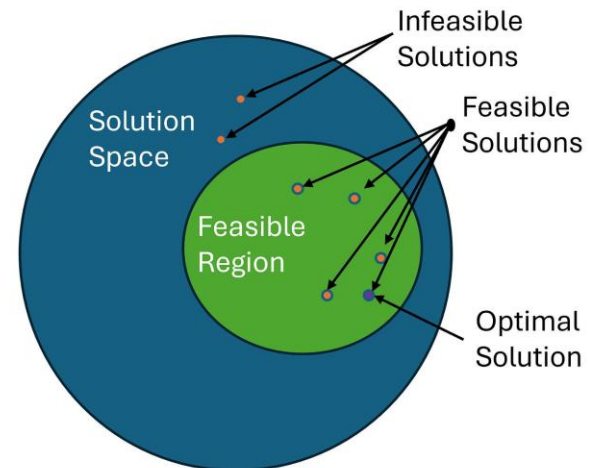
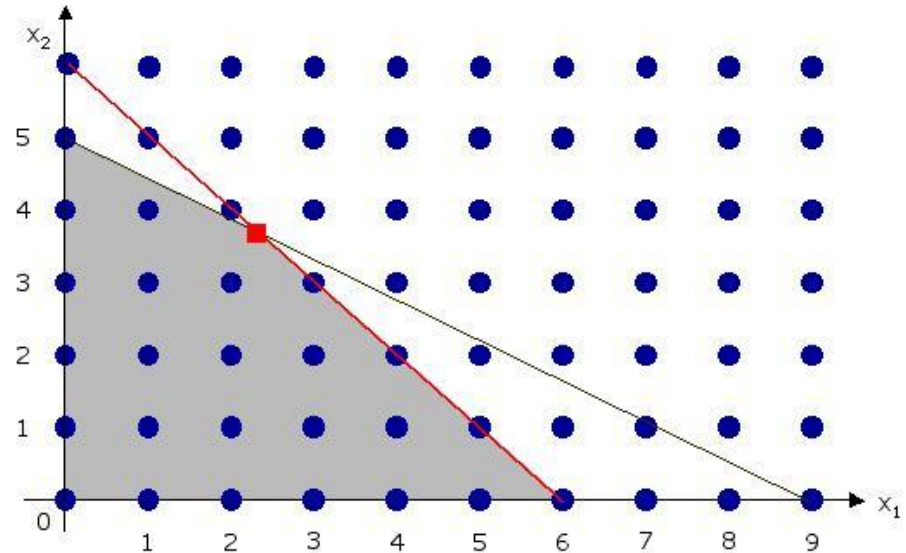
- $F = \{ z \in \{0,1\}^n : \text{λογικοί} + \text{αριθμητικοί περιορισμοί} \}$

- Το F :

- είναι διακριτό
- καθορίζεται από συνδυαστική δομή

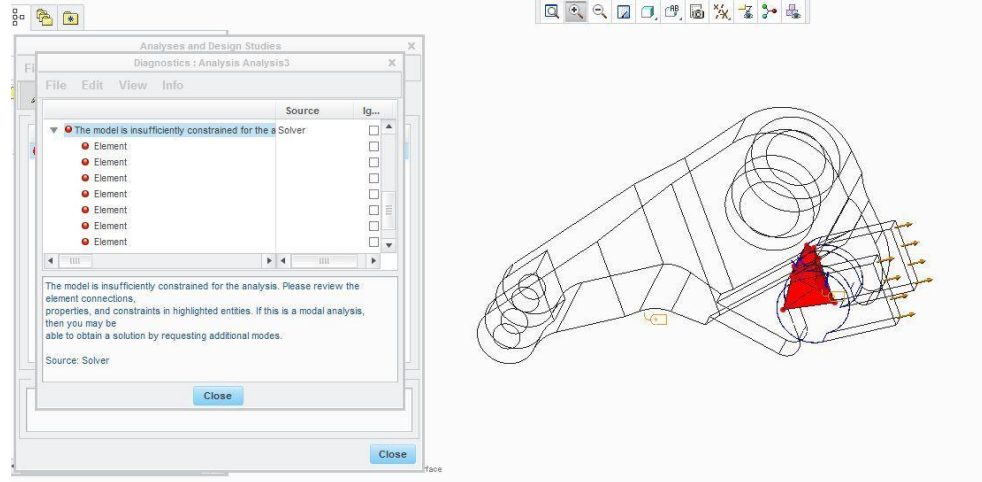
- Μικρή αλλαγή περιορισμού:

- αλλάζει ριζικά το F



12. Δυσκολία Μοντελοποίησης

- Το πρόβλημα:
 - δεν είναι μόνο υπολογιστικό
- Είναι:
 - εννοιολογικό
- Λάθη:
 - παράλειψη λογικού περιορισμού
 - λανθασμένη διατύπωση σχέσης
- Το αποτέλεσμα:
 - εφικτές αλλά μη ρεαλιστικές λύσεις

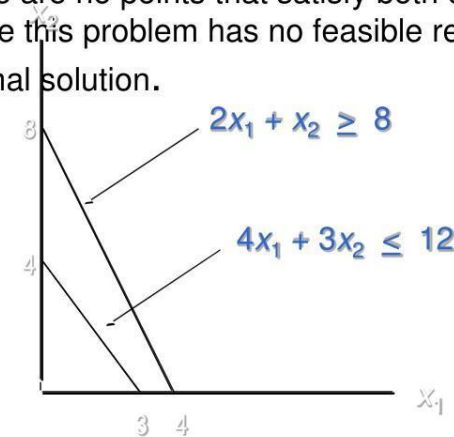


13. Παράδειγμα Λάθους

- Σύστημα επιλογών χωρίς περιορισμό:
- $z_A + z_B \leq 1$
- Το μοντέλο:
- επιτρέπει ταυτόχρονη επιλογή
- Η λύση:
- μαθηματικά σωστή
- σχεδιαστικά λανθασμένη

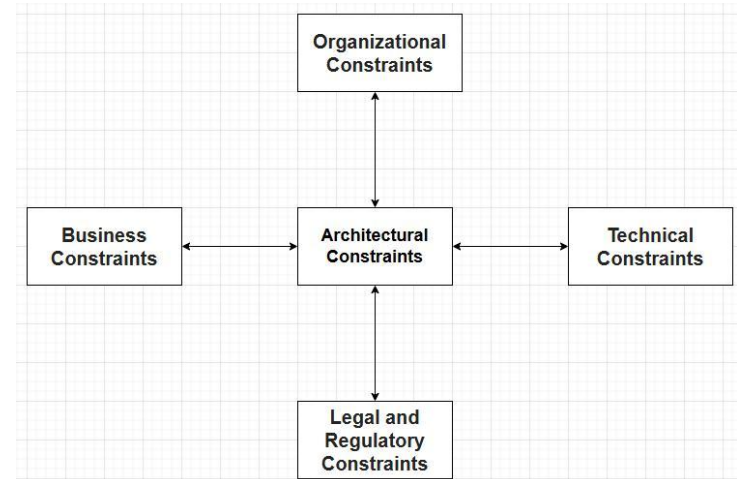
Example: Infeasible Problem

- There are no points that satisfy both constraints, hence this problem has no feasible region, and no optimal solution.



14. Ερμηνεία

- Οι λογικοί περιορισμοί:
 - εκφράζουν δομή
 - όχι απλώς περιορισμούς
- Η βελτιστοποίηση:
 - λειτουργεί πάνω σε αυτή τη δομή
- Το αποτέλεσμα:
 - εξαρτάται από τη σωστή μοντελοποίηση σχέσεων



15. Κεντρικό Μήνυμα

- Στη Διάλεξη 4:
 - οι μεταβλητές εκφράζουν αποφάσεις
- Στη Διάλεξη 5:
 - οι περιορισμοί εκφράζουν σχέσεις
- Το σύστημα:
 - δεν είναι σύνολο επιλογών
 - είναι δομημένο σύνολο εξαρτήσεων
- Η μοντελοποίηση:
 - μετατρέπει τη λογική σε μαθηματική μορφή
- Η ποιότητα της λύσης:
 - εξαρτάται από τη σωστή περιγραφή των σχέσεων

