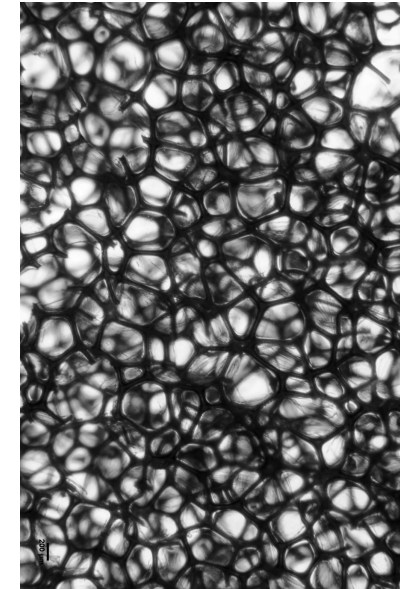
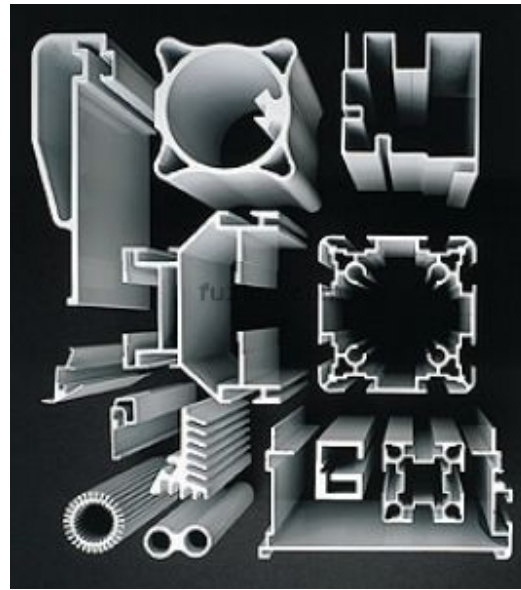


# Επιλογή υλικού και σχήματος

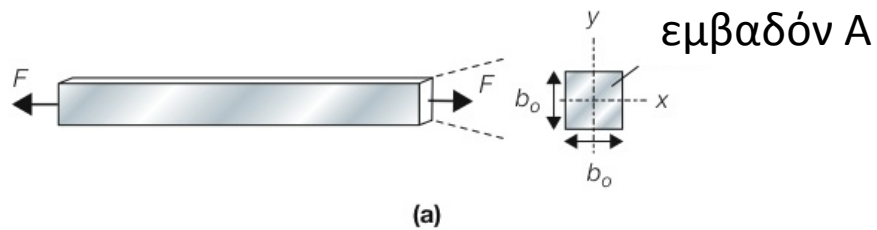
## ο ρόλος του σχήματος διατομής στην απόδοση

μηχανική απόδοση: υλικό με δεδομένη ακαμψία και αντοχή μπορεί να γίνει περισσότερο άκαμπτο ή περισσότερο ανθεκτικό σε κάμψη ή στρέψη εφόσον διαμορφωθεί σε διατομή διπλού T ή σε κοίλο σωλήνα (ή λιγότερο άκαμπτο αν διαμορφωθεί σε φύλλο ή σε έλικα)

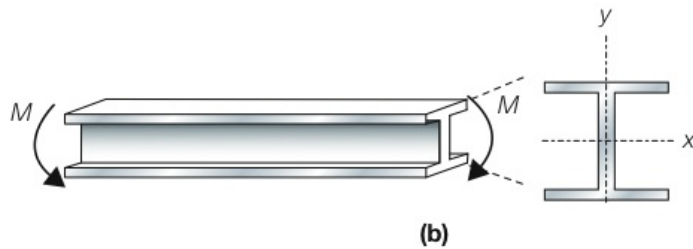
θερμική απόδοση: λεπτές δομές διευκολύνουν την απομάκρυνση θερμότητας – κυτταρικές δομές εμποδίζουν την μεταφορά της



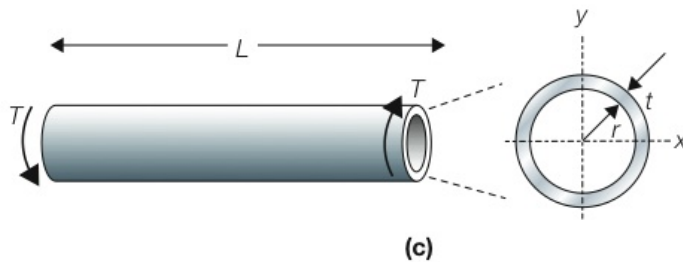
# Επιλογή υλικού και σχήματος το σχήμα διατομής στην κάμψη και την στρέψη



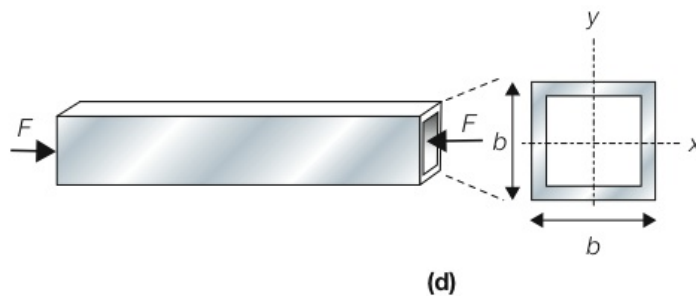
ράβδος σύνδεσης  
(εφελκυσμός)



δοκός (κάμψη)

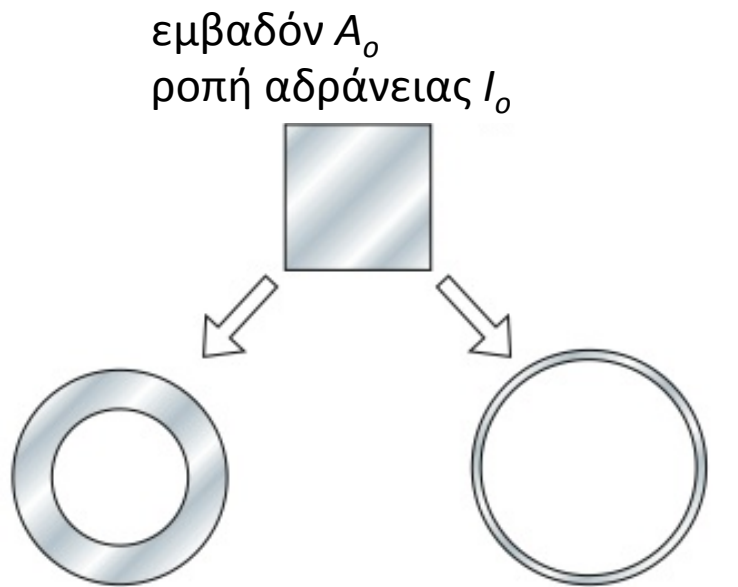


αξόνας (στρέψη)



κολώνα (θλίψη)

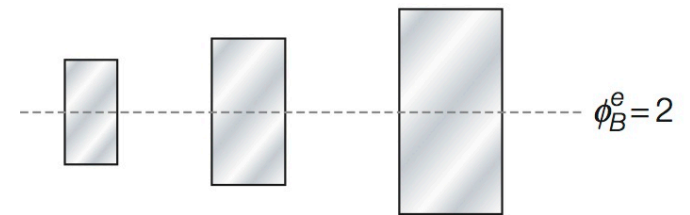
## Παράγοντες σχήματος ελαστική κάμψη δοκών (1)



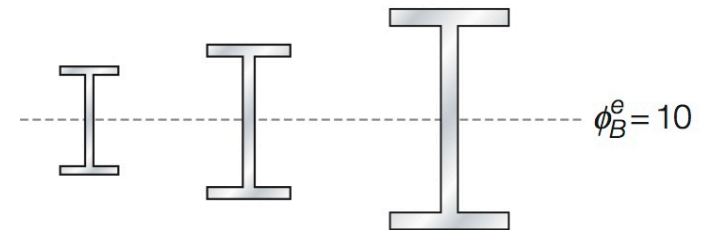
εμβαδόν  $A_o$   
ροπή αδράνειας  $2.5I_o$

εμβαδόν  $A_o/4$   
ροπή αδράνειας  $I_o$

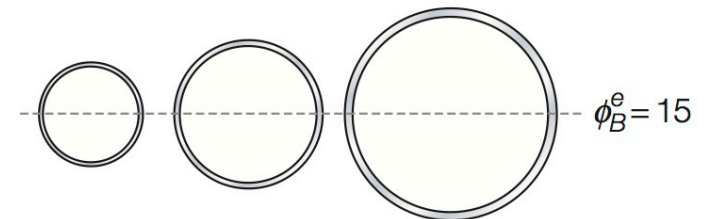
μεγαλύτερη ακαμψία με την ίδια ποσότητα υλικού ή ίδια ακαμψία με μικρότερη ποσότητα υλικού



(a)



(b)



(c)

ο παράγοντας σχήματος είναι ανεξάρτητος του μεγέθους

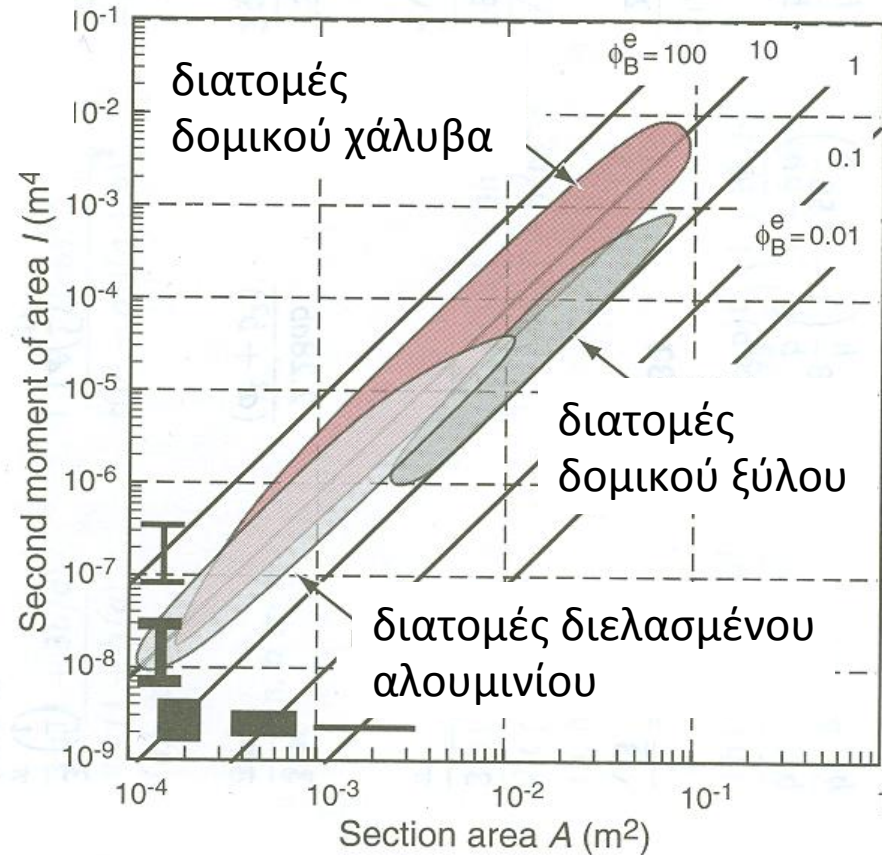
## Παράγοντες σχήματος ελαστική κάμψη δοκών (2)

η ακαμψία μιας δοκού δεδομένου μήκους εξαρτάται από το υλικό και το σχήμα διατομής  $S \propto EI$

ο παράγοντας σχήματος ελαστικής κάμψης ορίζεται ως ο λόγος της ακαμψίας δοκού προς την ακαμψία δοκού με το ίδιο εμβαδόν διατομής  $A$  και δεδομένο σχήμα (σχήμα αναφοράς – συχνά συμπαγής τετραγωνική)

$$\varphi_B^e = \frac{S}{S_o} = \frac{EI}{E_o I_o} = \frac{I}{I_o} = \frac{12I}{A^2}$$

υπάρχουν όρια στους παράγοντες σχήματος για κάθε υλικό



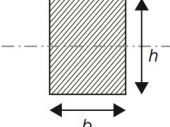
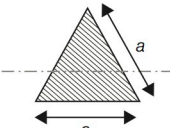
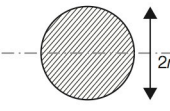
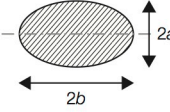
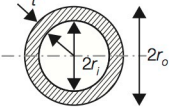
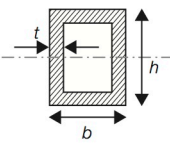
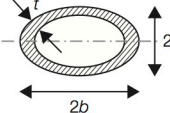
## Επιλογή υλικού και σχήματος ελαστική στρέψη αξόνων

η ακαμψία ενός άξονα δεδομένου μήκους εξαρτάται από το υλικό και το σχήμα διατομής  $S_T \propto GK$

ο παράγοντας σχήματος ελαστικής στρέψης ορίζεται ως ο λόγος της ακαμψίας άξονα προς την ακαμψία άξονα με το ίδιο εμβαδόν διατομής  $A$  και δεδομένο σχήμα

$$\varphi_T^e = \frac{S_T}{S_{T_0}} = \frac{GK}{G_0K_0} = \frac{K}{K_0} = \frac{K}{0.14A^2} = 7.14 \frac{K}{A^2}$$

τα σχήματα που έχουν καλή απόδοση σε ελαστική κάμψη δεν είναι το ίδιο αποδοτικά σε ελαστική στρέψη (και το αντίστροφο)

	$\frac{h}{b}$	$2.38 \frac{h}{b}$ $(1 - 0.58 \frac{b}{h})(h > b)$
	$\frac{2}{\sqrt{3}} = 1.15$	0.832
	$\frac{3}{\pi} = 0.955$	1.14
	$\frac{3}{\pi} \frac{a}{b}$	$\frac{2.28ab}{(a^2 + b^2)}$
	$\frac{3}{\pi} \left(\frac{r}{t}\right) (r \gg t)$	$1.14 \left(\frac{r}{t}\right)$
	$\frac{1}{2} \frac{h}{t} \frac{(1 + 3b/h)}{(1 + b/h)^2}$ $(h, b \gg t)$	$\frac{3.57b^2 \left(1 - \frac{t}{h}\right)^4}{th \left(1 + \frac{b}{h}\right)^3}$
	$\frac{3}{\pi} \frac{a}{t} \frac{(1 + 3b/a)}{(1 + b/a)^2}$ $(a, b \gg t)$	$\frac{9.12 (ab)^{5/2}}{t(a^2 + b^2)(a + b)^2}$

## Επιλογή υλικού και σχήματος αστοχία δοκών και αξόνων

η αστοχία επέρχεται όταν η τάση ξεπεράσει το όριο διαρροής, ή την αντοχή σε θραύση ή το όριο κόπωσης, γενικά το  $\sigma_f$

στην κάμψη η μέγιστη τάση είναι η περισσότερο απομακρυσμένη από τον ουδέτερο άξονα

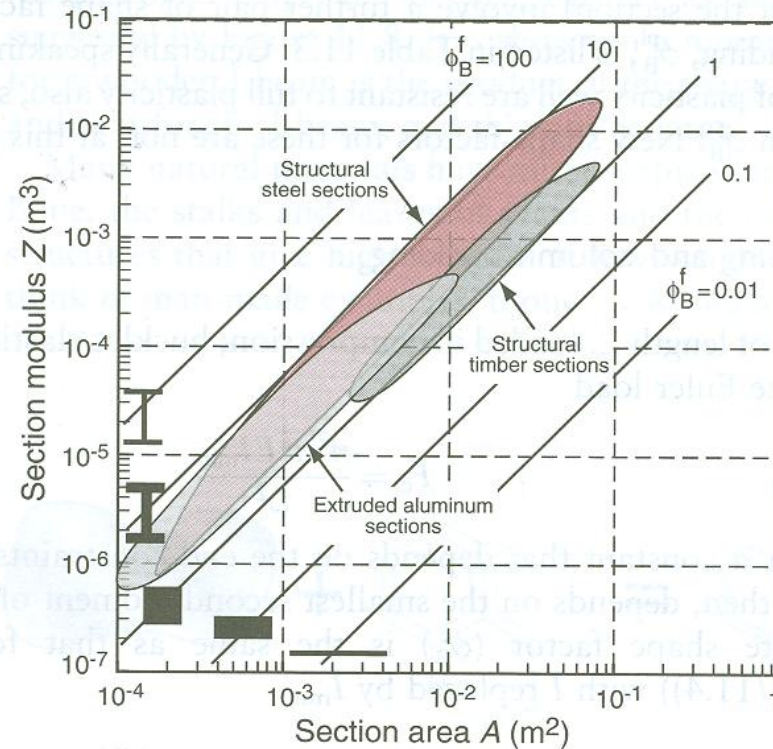
$$\sigma = \frac{M}{Z}$$

ο παράγοντας σχήματος αστοχίας σε κάμψη ορίζεται ως ο λόγος της ροπής κάμψης προς την ροπή κάμψης δοκού με το ίδιο εμβαδόν διατομής  $A$  και δεδομένο σχήμα

$$\varphi_B^f = \frac{M_f}{M_{fo}} = \frac{\sigma_f Z}{\sigma_{fo} Z_o} = \frac{Z}{Z_o} = \frac{6Z}{A^{3/2}}$$

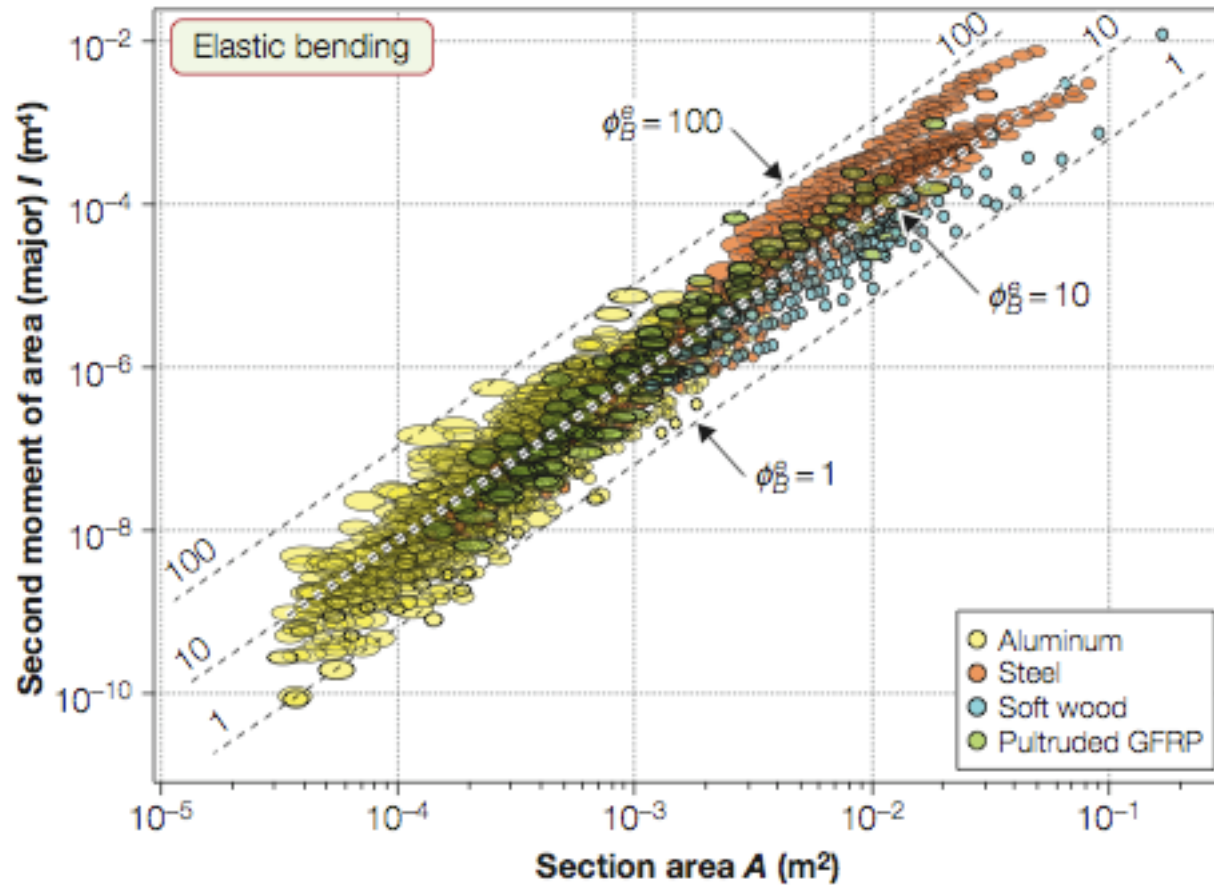
αντίστοιχα, ο παράγοντας σχήματος αστοχίας σε στρέψη ορίζεται ως

$$\varphi_T^f = \frac{T_f}{T_{fo}} = \frac{\tau_f Q}{\tau_{fo} Q_o} = \frac{Q}{Q_o} = \frac{4.8Q}{A^{3/2}}$$



— όρια στους παράγοντες σχήματος —

## Επιλογή υλικού και σχήματος όρια στην αποδοτικότητα του σχήματος (1)



εμπειρικά όρια στους παράγοντες σχήματος εξαιτίας  
κατεργασιμότητας και τοπικού λυγισμού

## Επιλογή υλικού και σχήματος όρια στην αποδοτικότητα του σχήματος (2)

Υλικό	$(\varphi_B^e)_{max}$	$(\varphi_T^e)_{max}$	$(\varphi_B^f)_{max}$	$(\varphi_T^f)_{max}$
δομικός χάλυβας	65	25	13	7
κρ. αλουμινίου 6061	44	31	10	8
GFRP και CFRP	39	26	9	7
πολυμερή	12	8	5	4
ξύλα	5	1	3	1
ελαστομερή	<6	3	-	-

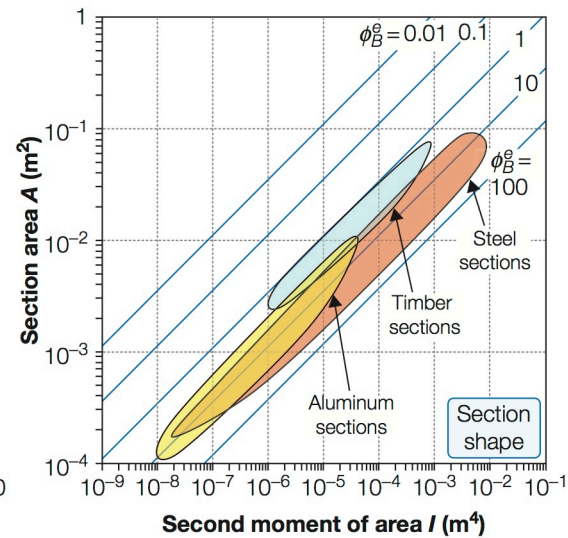
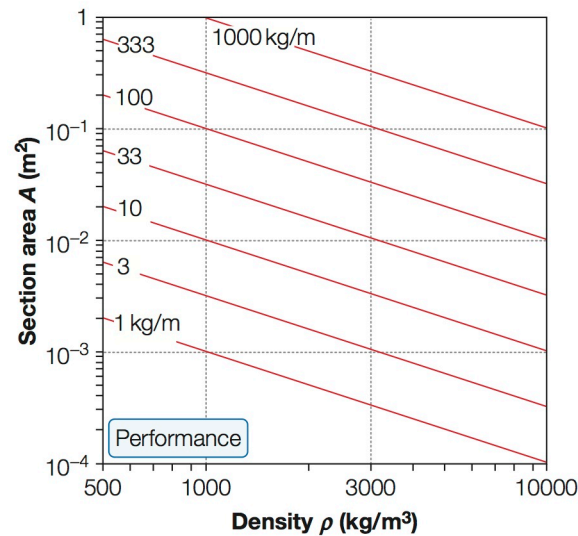
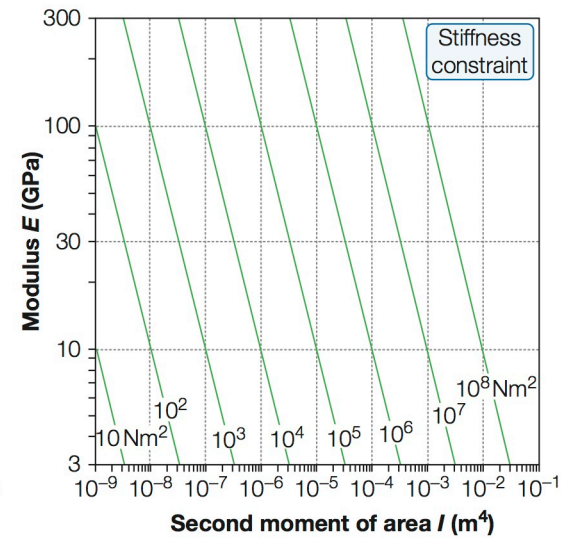
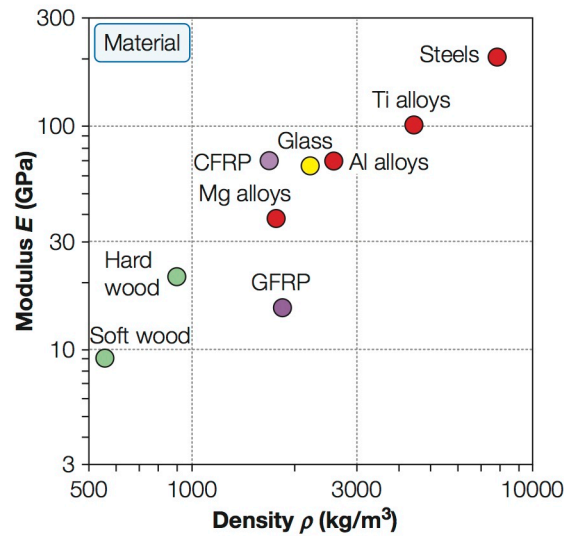
$$(\varphi_B^e)_{max} \approx 2.3 \left( \frac{E}{\sigma_f} \right)^{1/2}$$

$$(\varphi_B^f)_{max} \approx \sqrt{(\varphi_B^e)_{max}}$$

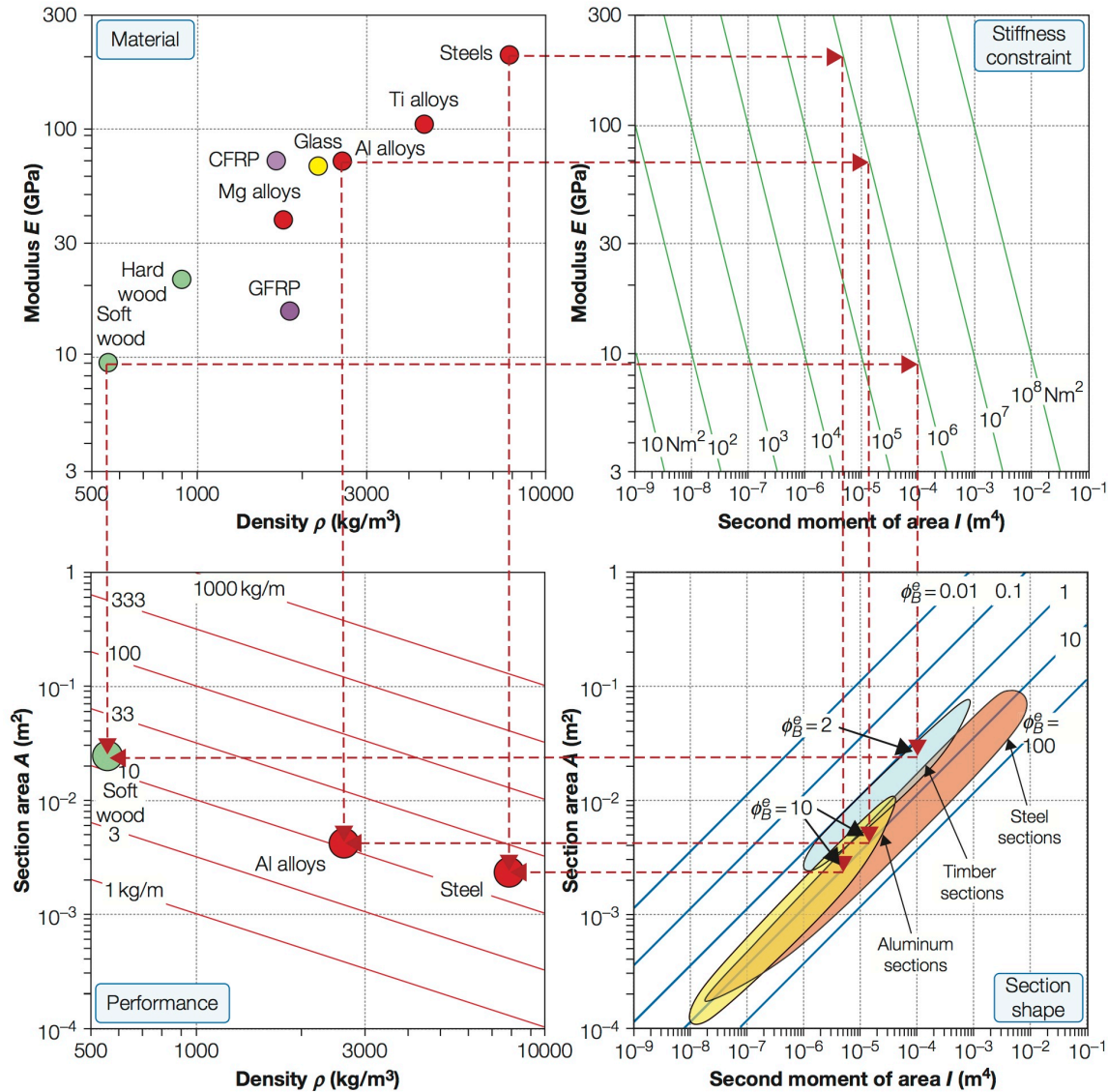
στα όρια της αποδοτικότητας δύο ή περισσότεροι μηχανισμοί αστοχίας λειτουργούν ταυτόχρονα – τοπικός λυγισμός (εξαρτάται από ατέλειες): χαμηλή αντοχή και υψηλή ακαμψία αντιστέκονται στον λυγισμό



# Επιλογή υλικού και σχήματος σχεδίαση περιορισμένη από ακαμψία (1)



# Επιλογή υλικού και σχήματος σχεδίαση περιορισμένη από ακαμψία (2)



## Επιλογή υλικού και σχήματος δείκτες υλικών που περιλαμβάνουν το σχήμα (1)

ελαφριά, άκαμπτη δοκός

$$m = \rho AL$$

$$S \geq S^* \Rightarrow \frac{C_1 EI}{L^3} \geq S^* \Rightarrow \frac{C_1 E \varphi_B^e A^2}{12L^3} \geq S^* \Rightarrow \frac{C_1 E \varphi_B^e \left(\frac{m}{\rho L}\right)^2}{12L^3} \geq S^*$$

$$\Rightarrow m \geq \left(\frac{12S^*}{C_1}\right)^{1/3} L^{5/2} \frac{\rho}{(\varphi_B^e E)^{1/2}}$$

δείκτης απόδοσης υλικού:

$$M = \frac{(\varphi_B^e E)^{1/2}}{\rho}$$

Υλικό	$\varphi_B^e$	$E^{1/2}/\rho$	$(\varphi_B^e E)^{1/2}/\rho$
χάλυβας 1020	20	1.8	8.2
κρ. αλ. 6061-T4	15	3.1	<b>12.0</b>
GFRP (ισότροπο)	8	2.9	8.5
ξύλο (βελανιδιά)	2	<b>4.1</b>	5.8

## Επιλογή υλικού και σχήματος δείκτες υλικών που περιλαμβάνουν το σχήμα (2)

ελαφριά, ανθεκτική δοκός

$$m = \rho AL$$

$$M \leq M_f \Rightarrow M \leq Z\sigma_f \Rightarrow M \leq \frac{\sigma_f \varphi_B^f A^{3/2}}{6} \Rightarrow M \leq \frac{\sigma_f \varphi_B^f \left(\frac{m}{\rho L}\right)^{3/2}}{6}$$

$$\Rightarrow m \geq (6M)^{2/3} L \frac{\rho}{(\varphi_B^f \sigma_f)^{2/3}}$$

δείκτης απόδοσης υλικού:

$$M = \frac{(\varphi_B^f \sigma_f)^{2/3}}{\rho}$$

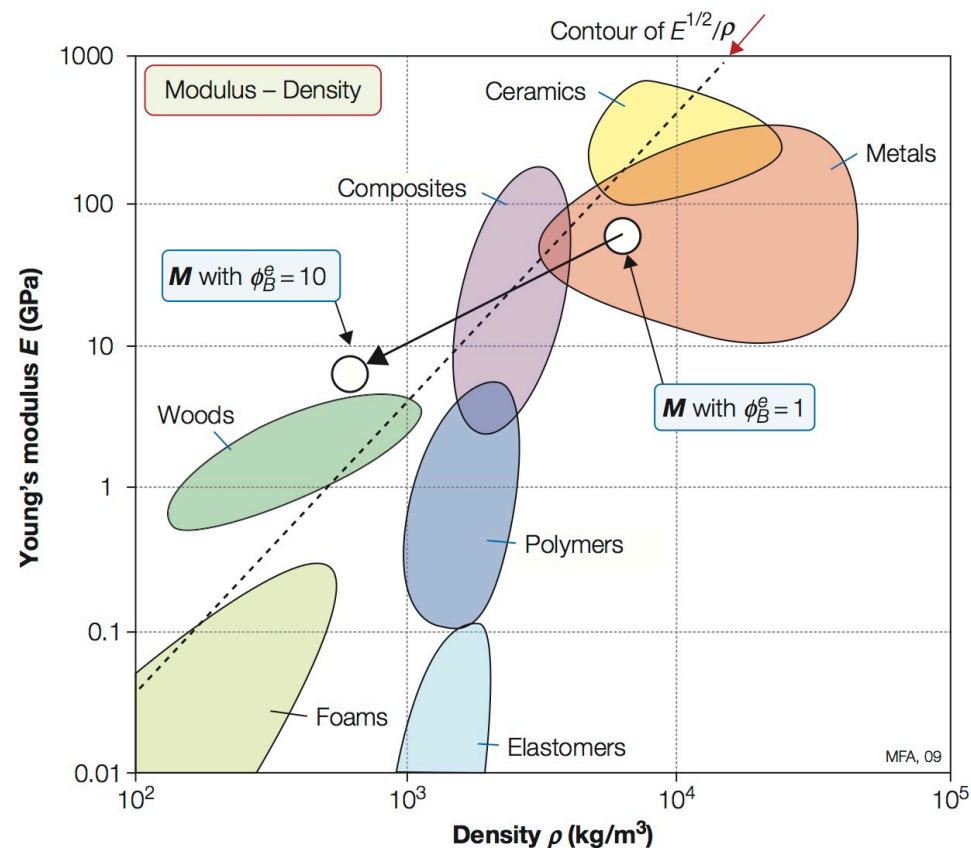
Υλικό	$\varphi_B^f$	$\sigma_f^{2/3}/\rho$	$(\varphi_B^f \sigma_f)^{2/3}/\rho$
χάλυβας 1020	5	6.1	17.8
κρ. αλ. 6061-T4	4	8.5	<b>21.4</b>
GFRP (ισότροπο)	3	9.3	19.3
ξύλο (βελανιδιά)	1.5	<b>15</b>	19.7

## Επιλογή υλικού και σχήματος γραφική συνεπιλογή υλικού και σχήματος

$$M = \frac{(\varphi_B^e E)^{1/2}}{\rho} = \frac{(E/\varphi_B^e)^{1/2}}{\rho/\varphi_B^e} = \frac{(E^*)^{1/2}}{\rho^*}$$

υλικό με μέτρο του Young  $E$  και πυκνότητα  $\rho$ , όταν διαμορφωθεί μπορεί να θεωρηθεί «νέο» υλικό με μέτρο του Young  $E^*$  και πυκνότητα  $\rho^*$

$$M = \frac{(\varphi_B^f \sigma_f)^{2/3}}{\rho} = \frac{(\sigma_f / (\varphi_B^f)^2)^{2/3}}{\rho / (\varphi_B^f)^2} = \frac{(\sigma_f^*)^{2/3}}{\rho^*}$$



## Επιλογή υλικού και σχήματος παράγοντες μικροσχήματος (1)

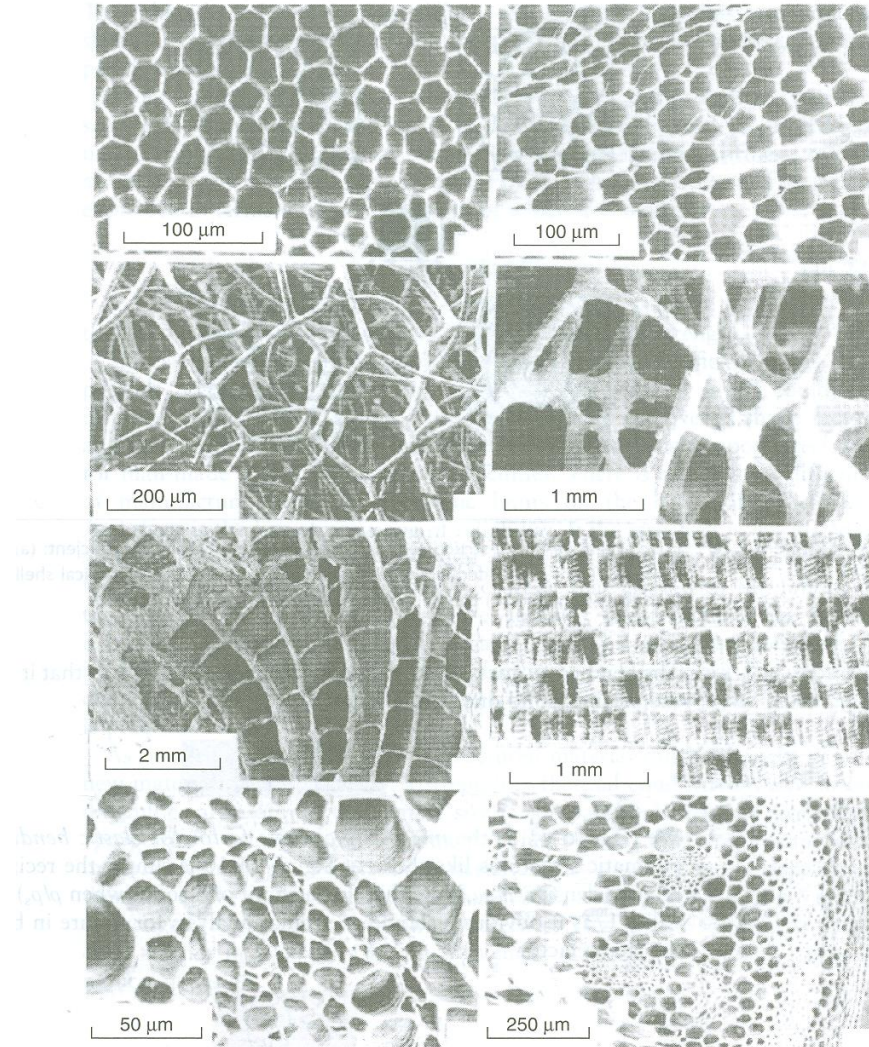
στα παραδείγματα επιλογής υλικού και σχήματος, πριν την διαμόρφωση, η βέλτιστη επιλογή είναι το ξύλο – γιατί;

η φύση αυξάνει την απόδοση με μικροδιαμόρφωση του υλικού – παράγοντες μικροσχήματος ή μικροδομής,  $\psi$

η μικροδομή είναι εκτατική ιδιότητα: επαναλαμβάνεται στον χώρο

το μικροδομημένο υλικό έχει δικές του ιδιότητες: πυκνότητα, μέτρο του Young, αντοχή

αν διαμορφωθεί μακροσκοπικά ο παράγοντας σχήματος είναι το γινόμενο  $\varphi \cdot \psi$



11.9 Natural materials with internal, or microscopic, shape. Reading from the top left: cork, balsa wood, sponge, cancellous bone, coral, cuttle-bone, and palm plant stalk.

## Επιλογή υλικού και σχήματος παράγοντες μικροσχήματος (2)

πως αυξάνεται η απόδοση του συμπαγούς υλικού με την μικροδιαμόρφωση;

$$S_s \propto E_s I_s \quad I_s = \frac{b_o^4}{12}$$

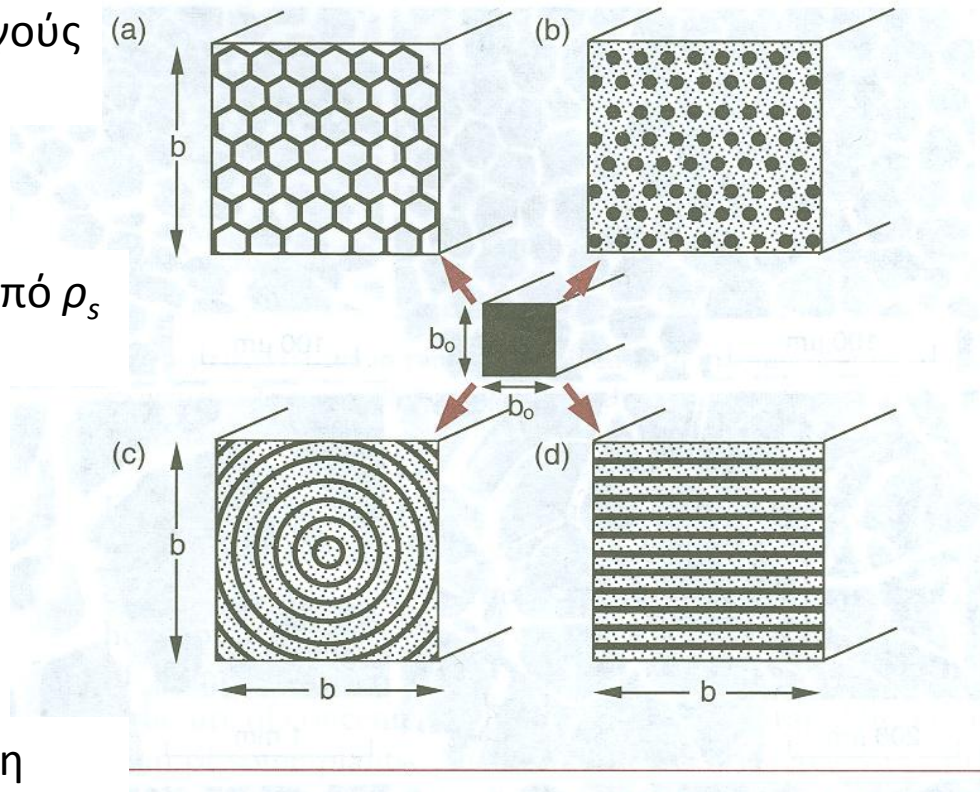
η διόγκωση μειώνει την πυκνότητα από  $\rho_s$  σε  $\rho$

$$b = \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right)^{1/2} b_o$$

$$I = \frac{b^4}{12} = \frac{1}{12} \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right)^2 b_o^4 = \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right)^2 I_o$$

αν η διόγκωση δημιουργεί διδιάστατη κυτταρική δομή (σταθερής διατομής)

$$E = \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right) E_s$$



$$\psi_B^e = \frac{S}{S_s} = \frac{EI}{E_s I_s} = \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right) \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right)^2 = \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right) \quad \psi_B^f = \left( \frac{\rho_s}{\rho} \right)^{1/2}$$

## Επιλογή υλικού και σχήματος δοκοί για αεροπλάνα χαμηλής ισχύος

εξέλιξη: ξύλο -> αλουμίνιο -> CFRP

$$M = \frac{(\varphi_B^e E)^{1/2}}{\rho}$$

Υλικό	$E^{1/2}/\rho$	$\varphi_B^e$	$(\varphi_B^e E)^{1/2}/\rho$
balsa	<b>10</b>	2	14
ερυθρελάτη	8	2	11
χάλυβας	1.8	25	9
κρ. αλ. 7075 T6	3	25	15
CFRP	7	10	<b>22</b>
Be	9.3	15	<b>36</b>
Be 38%Al	6.5	15	25
γυαλί B-SiO <sub>2</sub>	3.6	10	11



Gossamer Condor 1977, Bryan Allen

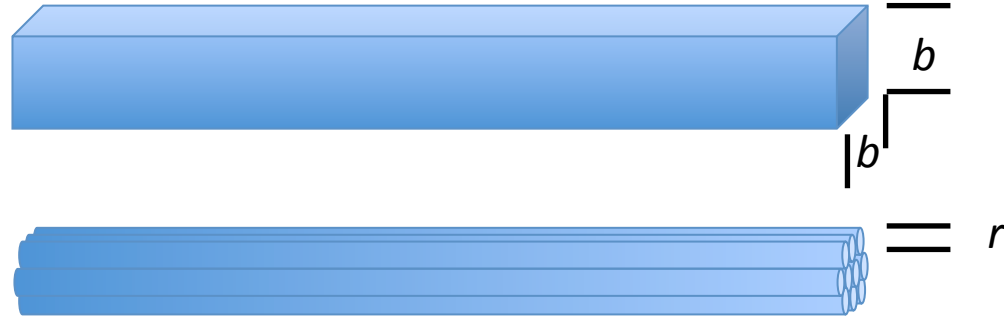


## Επιλογή υλικού και σχήματος εύκαμπτα σχήματα: φυλλόμορφα και νηματοειδή

$$n\pi r^2 = b^2$$

$$S \propto En \frac{\pi r^4}{4} = E \frac{b^4}{4n\pi}$$

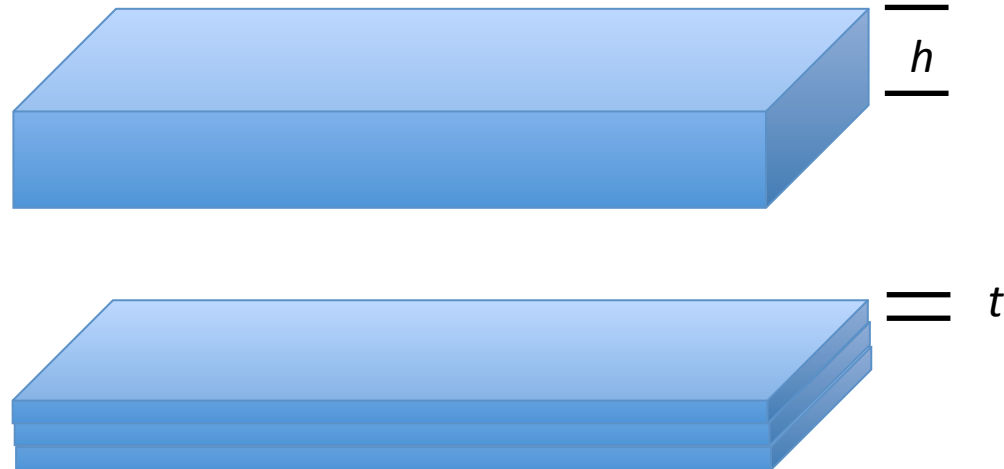
$$\varphi_B^e = \frac{S}{S_o} = \frac{EI}{E_o I_o} = \frac{I}{I_o} = \frac{3}{n\pi}$$



$$nt = h$$

$$S \propto En \frac{wt^3}{12} = E \frac{wh^3}{12n^2}$$

$$\varphi_B^e = \frac{S}{S_o} = \frac{EI}{E_o I_o} = \frac{I}{I_o} = \frac{1}{n^2}$$

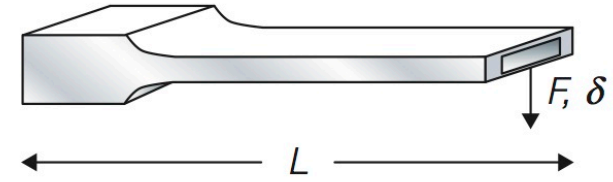


## Επιλογή υλικού και σχήματος υπεραποδοτικά ελατήρια

$$U = \frac{1}{2} F \delta = \frac{1}{2} \frac{F^2}{S_B}$$

$$S_B = \frac{C_1 E \varphi_B^e A^2}{12 L^3}$$

$$M_f = Z \sigma_f \Rightarrow F_f = \frac{C_2 Z \sigma_f}{L} \Rightarrow F_f = \frac{C_2 \sigma_f \varphi_B^f A^{3/2}}{6 L}$$

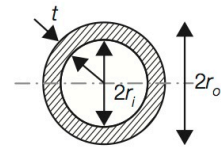


(a)



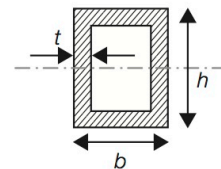
(b)

$$\frac{U_{\max}}{V} = \frac{1}{2} \frac{F_f^2}{S_B} = \frac{C_2^2}{6 C_1} \left( \frac{(\varphi_B^f \sigma_f)^2}{\varphi_B^e E} \right)$$



1.5

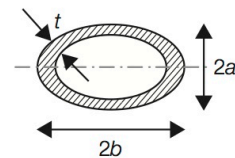
3.2



$$\frac{1+3b/h}{1+b/h} \quad (h, b \gg t)$$

$$3.32 \frac{1}{(1-t/h)^4} \dots \dots (h, b \gg t)$$

$$\frac{U_{\max}}{V} = \frac{1}{6.5} \left( \frac{(\varphi_T^f \sigma_f)^2}{\varphi_T^e G} \right)$$



$$\frac{3}{4} \frac{(1+3b/a)}{(1+b/a)} \quad (a, b \gg t)$$

$$3.2 \frac{(1+a^2/b^2)}{(1+a/b)} \left( \frac{b}{a} \right)^{3/2} \quad (a, b \gg t)$$