

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ (SPC)

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να γνωρίσετε τις βασικές έννοιες του στατιστικού ελέγχου διαδικασίας (Statistical Process Control – SPC). Συγκεκριμένα, τη μεταβλητότητα της παραγωγικής διαδικασίας, την ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας και τα βασικά διαγράμματα ελέγχου.

Όταν θα έχετε ολοκληρώσει τη μελέτη αυτού του κεφαλαίου, θα είστε σε θέση να:

- κατονομάζετε τις αιτίες στις οποίες οφείλεται η μεταβλητότητα της παραγωγικής διαδικασίας·
  - υπολογίζετε τον δείκτη ικανότητας της παραγωγικής διαδικασίας και να εξηγείτε τι σημαίνει·
  - διακρίνετε μελετώντας ένα διάγραμμα ελέγχου πότε μια παραγωγική διαδικασία είναι υπό έλεγχο και πότε όχι·
  - αναφέρετε πότε χρησιμοποιούνται τα διαγράμματα  $\bar{x}$ , R, P και C·
  - υπολογίζετε, βάσει δοσμένων στοιχείων, τα όρια ελέγχου ενός διαγράμματος  $\bar{x}$ , R, p και c και να σχεδιάζετε τα διαγράμματα.
- Μεταβλητότητα παραγωγικής διαδικασίας
  - Ικανότητα παραγωγικής διαδικασίας
  - Διάγραμμα ελέγχου
  - $\bar{x}$  - διάγραμμα
  - R - διάγραμμα
  - p - διάγραμμα
  - c - διάγραμμα

Οι δύο βασικές τεχνικές του ελέγχου ποιότητας είναι η *δειγματοληψία αποδοχής* και ο *στατιστικός έλεγχος διαδικασίας*. Η δειγματοληψία αποδοχής, την οποία εξετάσαμε στο κεφάλαιο 2, εφαρμόζεται κυρίως στην αρχή της παραγωγικής διαδικασίας, για να εξασφαλιστεί ότι η επιχείρηση δεν δέχτηκε ελαττωματικά προϊόντα, καθώς και στο τέλος της παραγωγικής διαδικασίας για να εξασφαλίσει ότι δεν φεύγουν ελαττωματικά προϊόντα από την επιχείρηση. Ωστόσο, δεν είναι κατάλληλη για τον έλεγχο κατά τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται ο στατιστικός έλεγχος διαδικασιών (Statistical Process Control), τον οποίο θα εξετάσουμε σε αυτό το κεφάλαιο.

**Σκοπός**

**Προσδοκώμενα  
Αποτελέσματα**

**Έννοιες  
Κλειδιά**

**Εισαγωγικές  
Παρατηρήσεις**

---

Στην πρώτη ενότητα θα αναλύσουμε την έννοια και τη σημασία της μεταβλητότητας της παραγωγικής διαδικασίας, στη δεύτερη θα μελετήσουμε την ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας και στην τρίτη θα παρουσιάσουμε τα κυριότερα διαγράμματα ελέγχου: το  $\bar{x}$  - διάγραμμα, το R - διάγραμμα, το p - διάγραμμα και το c - διάγραμμα.

## Ενότητα 3.1

## ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Ανεξάρτητα από την ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας, τα προϊόντα που παράγονται είναι υποκειμένα σε ορισμένου είδους μεταβλητότητα (παρουσιάζουν ανομοιομορφία). Οι πηγές της μεταβλητότητας της παραγωγικής διαδικασίας είναι συνήθως οι άνθρωποι –εργαζόμενοι– τα μηχανήματα και ο εξοπλισμός, τα υλικά, οι συνθήκες του περιβάλλοντος εργασίας, όπως θερμοκρασία, φωτισμός κ.λπ. Οι αιτίες για τη μεταβλητότητα αυτή κατατάσσονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

1. Στις *τυχαίες αιτίες μεταβλητότητας*, οι οποίες είναι αναπόφευκτες στην παραγωγική διαδικασία. Οι αιτίες αυτές θεωρείται ότι δεν επηρεάζουν την ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας. Με άλλα λόγια, η παραγωγική διαδικασία η οποία εμφανίζει μόνο τυχαίες αιτίες μεταβλητότητας θεωρείται ότι είναι «υπό έλεγχο». Οι τυχαίες αιτίες οφείλονται κατά βάση σε ενδογενείς παράγοντες της παραγωγικής διαδικασίας και μπορούν να περιγραφούν από την κανονική κατανομή.
2. Στις *ειδικές αιτίες*, οι οποίες οφείλονται σε εξωτερικούς παράγοντες και είναι πηγή δημιουργίας προβλημάτων στην παραγωγική διαδικασία. Είναι συνήθως μεγαλύτερες από τις τυχαίες αιτίες. Η παρουσία τους προκαλεί επικίνδυνη μεταβλητότητα η οποία μπορεί να προκαλέσει ανωμαλία και να βγάλει «εκτός ελέγχου» την παραγωγική διαδικασία. Οι αιτίες αυτού του είδους πρέπει να εντοπίζονται με την επισήμανση των αποκλίσεων και να εξαλείφονται με τη λήψη διορθωτικών μέτρων.

Για τις αιτίες μεταβλητότητας καθορίζονται *όρια ελέγχου* μέσα στα οποία η μεταβλητότητα είναι αποδεκτή. Η παρουσία ανωμαλιών στη μεταβλητότητα της παραγωγικής διαδικασίας ελέγχεται με βάση τη συμπεριφορά της παραγωγικής διαδικασίας ως προς τα όρια ελέγχου που έχουν τεθεί.

Μια διαδικασία θεωρείται ότι είναι στατιστικά *υπό έλεγχο* όταν παράγει προϊόντα των οποίων οι ιδιότητες ή οι μεταβλητές είναι μεταξύ των ορίων ελέγχου που έχουν τεθεί και η κατανομή των σημείων του κρίσιμου χαρακτηριστικού ελέγχου δεν είναι ανώμαλη. Σε αυτή την περίπτωση οι αιτίες μεταβλητότητας είναι οι τυχαίες.

Μια διαδικασία θεωρείται ότι είναι στατιστικά *εκτός ελέγχου* όταν τα σημεία τα οποία παριστάνουν και εκφράζουν το χαρακτηριστικό ελέγχου της παραγωγικής διαδικασίας είναι εκτός ορίων ελέγχου ή παρουσιάζουν ανώμαλη κατανομή. Σε αυτή την περίπτωση, η μεταβλητότητα της παραγωγικής διαδικασίας οφείλεται σε ειδικές αιτίες, οι οποίες πρέπει να εντοπιστούν και να εξαλειφθούν.

## ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

Αν μια διαδικασία είναι στατιστικά υπό έλεγχο δεν σημαίνει απαραίτητως πως τα παραγόμενα προϊόντα είναι αποδεκτά σε σχέση με τις προδιαγραφές τους. Με άλλα λόγια, μπορεί μια διαδικασία να είναι υπό έλεγχο, ωστόσο τα παραγόμενα προϊόντα να μην ικανοποιούν τις προδιαγραφές με βάση τις οποίες σχεδιάστηκαν. Για να μπορούμε να διαπιστώσουμε αν τα παραγόμενα προϊόντα είναι εντός των ορίων των προδιαγραφών τους, τα οποία προσδιορίζονται από τις ανοχές τους, θα πρέπει να εξετάσουμε και να αναλύσουμε την *ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας*.

Η *ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας* σχετίζεται με τον βαθμό στον οποίο η παραγωγική διαδικασία είναι ικανή να παράγει προϊόντα τα οποία ανταποκρίνονται στα όρια των προδιαγραφών (ανοχών).

Για τη μέτρηση της ικανότητας της παραγωγικής διαδικασίας θεωρούμε ότι η παραγωγική διαδικασία είναι σταθερή, επομένως υπό έλεγχο, και ότι ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε και να εξηγήσουμε τα εξής: τονίσαμε ότι ο έλεγχος της παραγωγικής διαδικασίας, όταν δεν πρόκειται για τον 100% έλεγχο ποιότητας, βασίζεται στη λήψη δειγμάτων. Κάθε δείγμα αποτελείται από  $n$  στοιχεία, όπου  $n$  είναι το μέγεθος του δείγματος. Κάθε στοιχείο δίνει στην ουσία τη μέτρηση της τιμής της μεταβλητής του κρίσιμου χαρακτηριστικού ελέγχου (π.χ., τιμή βάρους). Ο μέσος όρος  $\bar{x}$  (ή  $\mu$ ) των τιμών των στοιχείων του δείγματος είναι ίσος με:

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \text{ όπου:}$$

$x_i$  = η τιμή του στοιχείου  $i$  του δείγματος και

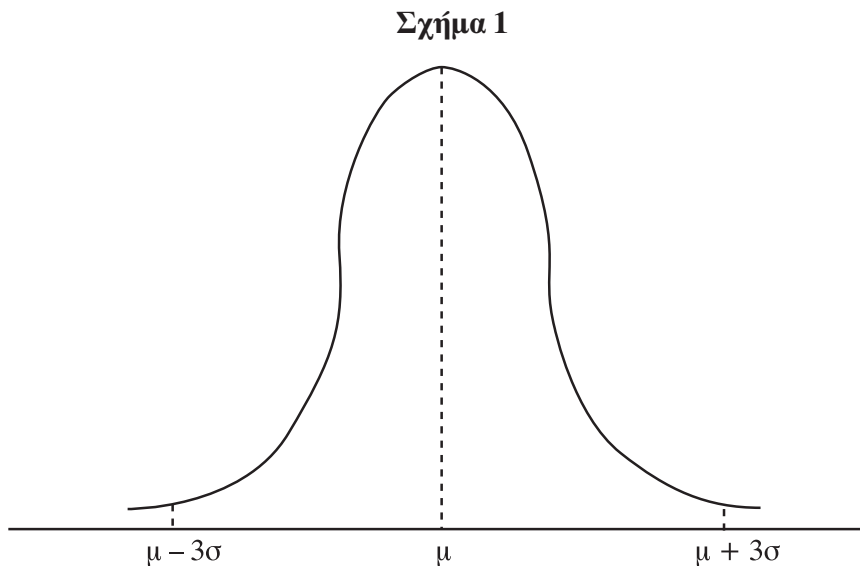
$n$  = το μέγεθος του δείγματος.

Η τυπική απόκλιση  $\sigma$ , η οποία εκφράζει τη διασπορά των τιμών των στοιχείων του δείγματος γύρω από τον μέσο όρο, είναι ίση με:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\sigma^2}, \text{ όπου } \sigma^2 \text{ είναι ίση με τη διακύμανση.}$$

Όπως είπαμε και προηγουμένως, θεωρούμε ότι το κρίσιμο χαρακτηριστικό ελέγχου ακολουθεί κανονική κατανομή, οι παράμετροι της οποίας είναι ο μέσος όρος  $\mu$  και η διακύμανση  $\sigma^2$ . Η κανονική κατανομή συμβολίζεται ως  $N(\mu, \sigma^2)$ . Είναι μια καμπύλη σε σχήμα καμπάνας όπως φαίνεται στο Σχήμα 1 που ακολουθεί.

Χαρακτηριστικό της είναι ότι η διασπορά γύρω από τον μέσο όρο είναι συμμετρική και ότι οι τιμές προεκτείνονται σε όλο το μήκος του οριζόντιου άξονα.



### Κανονική Κατανομή

Σύμφωνα με τη μαθηματική θεωρία της κατανομής αυτής, κάθε αποτέλεσμα είναι πιθανό να συμβεί μέσα σε δεδομένα πρακτικά όρια. Όσο πιο μακριά είναι το αποτέλεσμα από τον μέσο όρο τόσο μικρότερη πιθανότητα έχει να συμβεί. Αντίθετα, όσο πιο κοντά είναι στο μέσο όρο τόσο πιθανότερο είναι να συμβεί.

Σε μια παραγωγική διαδικασία μας ενδιαφέρει να δούμε το εύρος της διακύμανσης των τιμών του χαρακτηριστικού ελέγχου. Στην κανονική κατανομή, το 99,73% του πληθυσμού (του συνόλου των στοιχείων και όχι μόνο των στοιχείων του δείγματος) βρίσκεται σε διάστημα  $\pm$  τριών τυπικών αποκλίσεων ( $-3\sigma$ ,  $+3\sigma$ ). Κατά τον ίδιο τρόπο, θεωρούμε ότι σε ένα διάστημα  $\pm$  τριών αποκλίσεων από τον μέσο όρο βρίσκεται το 99,73% των τιμών του κρίσιμου χαρακτηριστικού ελέγχου, εφόσον δεχτήκαμε ότι ακολουθεί κανονική κατανομή. Η διακύμανση αυτή σχετίζεται με την τρέχουσα, την πραγματική δηλαδή κατάσταση της παραγωγικής διαδικασίας και εκφράζει τα όρια της ικανότητάς της. Με άλλα λόγια, εάν θεωρήσουμε ότι η τρέχουσα ικανότητα μιας παραγωγικής διαδικασίας είναι μέσα στα όρια των  $\pm 3\sigma$ , τότε το 99,73% των αποτελεσμάτων της είναι εντός των ορίων ενώ το υπόλοιπο 0,27% αυτών είναι εκτός των ορίων. Το διάστημα των  $\pm 3\sigma$  το οποίο περιλαμβάνει το 99,73% των αποτελεσμάτων της παραγωγικής διαδικασίας είναι αυτό που λαμβάνεται στην πράξη ως επιθυμητό –επομένως, αν το 99,73% των αποτελεσμάτων της παραγωγικής διαδικασίας που ελέγχουμε είναι υπό έλεγχο, είμαστε ικανοποιημένοι. Το διάστημα αυτό δείχνει τα όρια ικανότητας της παραγωγικής διαδικασίας.

Στην αρχή αυτής της ενότητας τονίσαμε ότι η ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας έχει να κάνει με τον βαθμό που η παραγωγική διαδικασία είναι ικανή να παράγει προϊόντα τα οποία ανταποκρίνονται στα όρια των προδιαγραφών. Με

άλλα λόγια, για να μετρήσουμε την ικανότητα μιας παραγωγικής διαδικασίας θα πρέπει να εξετάσουμε τα όρια ικανότητάς της, που αντανakλούν την πραγματική της κατάσταση και τα πραγματικά αποτελέσματά της, σε σχέση με τα όρια των προδιαγραφών της που αντανakλούν την επιθυμητή κατάστασή της, όπως είχε σχεδιαστεί. Αν τα όρια της ικανότητάς της είναι ίδια με τα όρια των προδιαγραφών της, τότε η διαδικασία είναι ικανοποιητική, αφού το 99,73% των αποτελεσμάτων της είναι μέσα στα όρια των προδιαγραφών. Εάν πάλι τα όρια της ικανότητάς της είναι μεγαλύτερα από τα όρια προδιαγραφών, τότε είναι πολύ πιθανό το παραγόμενο προϊόν να μην έχει τις απαιτούμενες προδιαγραφές. Εάν είναι μικρότερα, τότε η ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας είναι πολύ ικανοποιητική αφού με πολύ μεγάλη πιθανότητα (πάνω από 99,73%) τα παραγόμενα προϊόντά της θα ικανοποιούν τις προδιαγραφές. Επιπλέον, σε αυτή την περίπτωση θα υπάρχει το περιθώριο σε μια υποβάθμιση (χειρότερηση) της παραγωγικής διαδικασίας να μην ξεφύγουν τα παραγόμενα προϊόντα από τα όρια των προδιαγραφών τους.

Για τη μέτρηση της ικανότητας της παραγωγικής διαδικασίας χρησιμοποιείται ο δείκτης ικανότητας της παραγωγικής διαδικασίας  $C_p$ , ο οποίος σχετίζει την ικανότητα της διαδικασίας με τις προδιαγραφές της. Ο δείκτης αυτός, υπολογίζεται ως εξής:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma}, \text{ όπου:}$$

USL = το ανώτατο όριο των προδιαγραφών του χαρακτηριστικού ελέγχου,

LSL = το κατώτατο όριο των προδιαγραφών του χαρακτηριστικού ελέγχου και

$\sigma$  = η τυπική απόκλιση της κατανομής του χαρακτηριστικού ελέγχου.

Είναι φανερό ότι τα όρια USL και LSL των προδιαγραφών καθορίζουν το διάστημα μέσα στο οποίο γίνεται αποδεκτό ότι το χαρακτηριστικό ελέγχου του προϊόντος πληροί τις προδιαγραφές, ενώ το διάστημα των  $6\sigma$  ( $\pm 3\sigma$ ) δείχνει την περιοχή στην οποία κυμαίνονται τα 99,73% των πραγματικών τιμών του χαρακτηριστικού ελέγχου. Για την ερμηνεία του  $C_p$  ισχύουν τα εξής:

1. Εάν  $C_p = 1$ , τότε λέμε ότι η διαδικασία είναι οριακά ικανοποιητική. Αυτό σημαίνει ότι μία, έστω και μικρή, υποβάθμιση της ποιοτικής στάθμης του επιπέδου λειτουργίας της παραγωγικής διαδικασίας θα βγάλει εκτός ορίων προδιαγραφών ένα μεγαλύτερο, από το αποδεκτό 0,27%, μέρος της παραγωγής, άρα δεν υπάρχουν περιθώρια για τέτοιου είδους υποβάθμιση.

2. Εάν  $C_p < 1$ , τότε  $\frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma} < 1$  ή  $USL - LSL < 6\sigma$ .

Αυτό σημαίνει ότι η πραγματική ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας είναι μικρότερη από τις προδιαγραφές της και επομένως η παραγωγική διαδικασία δεν είναι ικανοποιητική όσον αφορά το επίπεδο της ποιότητάς της.

3. Εάν  $C_p > 1$ , τότε  $\frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma} > 1$  ή  $USL - LSL > 6\sigma$ .

Αυτό σημαίνει ότι τουλάχιστον τα 99,73% της παραγωγικής διαδικασίας βρί-

σκονται εντός προδιαγραφών, γεγονός που δείχνει μια αξιόπιστη και ικανή παραγωγική διαδικασία με περιθώρια υποβάθμισης.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι για μια αξιόπιστη και ικανή παραγωγική διαδικασία ο δείκτης  $C_p$  θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος της μονάδας.

### Παράδειγμα 1

Η ιδανική τιμή για τη διάμετρο ενός κουτιού αναψυκτικού είναι 5 cm ενώ οι ανοχές της είναι  $\pm 0,5$  cm. Θέλοντας να ελέγξουμε την ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας όσον αφορά τη διάμετρο των κουτιών, λαμβάνουμε 25 κουτιά αναψυκτικά και καταγράφουμε τη διάμετρο τους. Από τα στοιχεία που καταγράφηκαν, υπολογίζουμε για το δείγμα που λήφθηκε (25 κουτιά) τον μέσο όρο της διαμέτρου, η οποία βρέθηκε ίση με 5,12 cm, και την τυπική απόκλισή της, η οποία ισούται με  $\sigma = 0,2242$ . Με βάση τα στοιχεία αυτά ζητείται να υπολογιστεί ο δείκτης ικανότητας της παραγωγικής διαδικασίας  $C_p$ .

#### Λύση

Εφόσον η ιδανική τιμή της διαμέτρου είναι 5 cm και οι ανοχές της  $\pm 0,5$  cm, τα όρια των προδιαγραφών της είναι:  $USL = 5 + 0,5 = 5,5$  και  $LSL = 5 - 0,5 = 4,5$ .

Επομένως, ο δείκτης ικανότητας  $C_p$  είναι ίσος με:

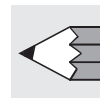
$$C_p = \frac{USL - LSL}{6 \cdot \sigma} = \frac{5,5 - 4,5}{6 \cdot 0,2242} = \frac{1}{1,3452} = 0,743 < 1$$

Εφόσον ο δείκτης ικανότητας είναι μικρότερος από τη μονάδα, η πραγματική ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας είναι μικρότερη από τις προδιαγραφές της και επομένως η παραγωγική διαδικασία δεν είναι ικανοποιητική όσον αφορά το επίπεδο της ποιότητάς της.

### Άσκηση Αυτοαξιολόγησης 1/Κεφάλαιο 3

Στην επιχείρηση Motorola Corporation υιοθετούν το δόγμα των 6σ. Αυτό σημαίνει ότι οι προδιαγραφές της παραγωγικής διαδικασίας όσον αφορά ένα κρίσιμο χαρακτηριστικό ελέγχου θα πρέπει να είναι σε διάστημα  $\pm 6\sigma$  από τον μέσο όρο. Δεδομένου ότι το κρίσιμο χαρακτηριστικό ελέγχου ακολουθεί κανονική κατανομή, υπολογίστε τον δείκτη ικανότητας  $C_p$ .

Η σωστή απάντηση δίνεται στο Παράρτημα, στο τέλος του κεφαλαίου.



## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

Τα διαγράμματα ελέγχου αποτελούν τα βασικά στοιχεία του στατιστικού ελέγχου ποιότητας. Εφαρμόστηκαν πρώτη φορά από τον W. Shewart (1920) στην εταιρεία Bell Laboratories και αποτελούν γραφικά εργαλεία με τα οποία ερευνάται αν η διαδικασία που εξετάζεται λειτουργεί όπως αναμενόταν και αν απαιτείται η λήψη διορθωτικών ενεργειών. Αποτελούν τη γραφική αναπαράσταση της μεταβλητότητας της παραγωγικής διαδικασίας. Παρέχουν ενδείξεις για κατάσταση εντός ή εκτός ελέγχου και έτσι μπορούν να βοηθήσουν στην πρόληψη παραγωγής ελαττωματικών προϊόντων. Θα πρέπει να επισημάνουμε όμως ότι: (α) τα διαγράμματα ελέγχου καταρτίζονται με δειγματοληπτικούς ελέγχους και κατά συνέπεια υπόκεινται σε στατιστικό λάθος και (β) η βελτίωση μιας παραγωγικής διαδικασίας η οποία βρίσκεται σταθερά υπό έλεγχο είναι ευθύνη των ανθρώπων που τη χειρίζονται και δεν μπορεί να προκύψει από τα διαγράμματα ελέγχου.

Κάθε προϊόν ή παραγωγική διαδικασία έχει ένα πλήθος από ποιοτικά χαρακτηριστικά. Για να καταρτίσουμε διαγράμματα ελέγχου, επιλέγουμε μόνο τα χαρακτηριστικά, τις ιδιότητες ή τις μεταβλητές τα οποία θεωρούνται κρίσιμα (κρίσιμα χαρακτηριστικά ελέγχου) τόσο για τη λειτουργία του προϊόντος ή της διαδικασίας όσο και για τη θέση τους στην παραγωγική διαδικασία (π.χ., να προλαμβάνονται έγκαιρα λάθη και ελαττωματικά προϊόντα).

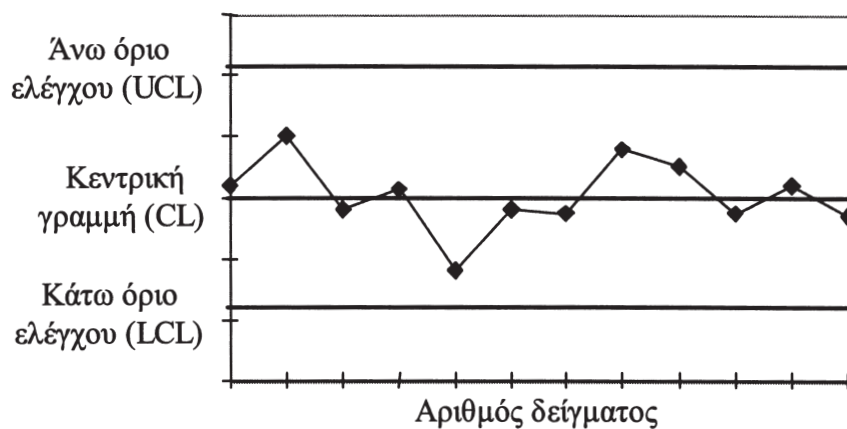
Ο βασικός σκοπός των διαγραμμάτων ελέγχου είναι ο εντοπισμός των συστηματικών μεταβολών των παραμέτρων της παραγωγικής διαδικασίας οι οποίες οδηγούν σε παρέκκλιση των χαρακτηριστικών ποιότητας από τις επιθυμητές τιμές τους.

Το διάγραμμα ελέγχου παριστάνει τον βαθμό και τη φύση της μεταβλητότητας στον χρόνο. Επομένως, η κατασκευή του διαγράμματος ελέγχου βασίζεται στην κατασκευή του χρονοδιαγράμματος. Ο οριζόντιος άξονας (x) αντιπροσωπεύει τα συνεχή ή διακριτά δεδομένα (δηλαδή τον άξονα του χρόνου) και ο κάθετος άξονας (y) έχει μια κατά διαστήματα κλίμακα είτε συνεχή είτε διακριτή. Τα δεδομένα που παριστάνονται γραφικά αντανakλούν το κρίσιμο χαρακτηριστικό ελέγχου. Στα παραπάνω, έχουν προστεθεί δύο οριζόντιες γραμμές, οι οποίες καλούνται όρια ελέγχου: το άνω όριο ελέγχου (Upper Control Limit – UPL) και το κάτω όριο ελέγχου (Lower Control Limit – LCL). Η *κεντρική γραμμή* του διαγράμματος ελέγχου (CL – Central Line) αντικατοπτρίζει τον μέσο όρο του υπό έλεγχο αποτελέσματος της παραγωγικής διαδικασίας. Τα όρια ελέγχου επιλέγονται στατιστικά έτσι ώστε όταν μια διαδικασία είναι κατά 0,99 πιθανότητα υπό έλεγχο (99,73%), τα σημεία να βρίσκονται εντός ορίων. Μια τυπική μορφή διαγράμματος ελέγχου φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

## Τυπική μορφή διαγράμματος ελέγχου

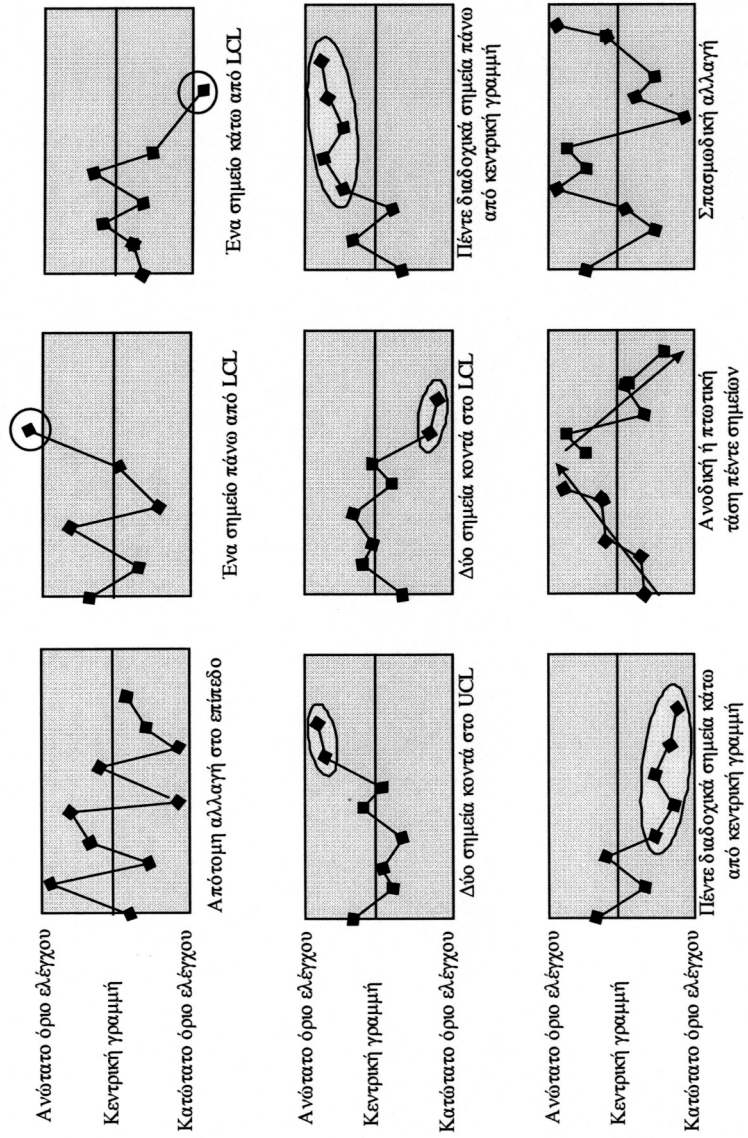


## Κανονική λειτουργία παραγωγικής διαδικασίας

Όπως αναφέραμε στην πρώτη ενότητα αυτού του κεφαλαίου, όταν ορισμένα σημεία των χαρακτηριστικών του δείγματος βρίσκονται εκτός των ορίων ελέγχου ή η κατανομή των σημείων είναι ανώμαλη, αυτό υποδηλώνει ότι ορισμένες μη συστηματικές αιτίες επηρεάζουν τη διαδικασία. Σε αυτή την περίπτωση η διαδικασία είναι *εκτός ελέγχου*. Επομένως, η διαδικασία δεν είναι σταθερή και θα πρέπει να εξεταστεί σχολαστικά και να ληφθούν τα απαραίτητα διορθωτικά μέτρα. Ένα διάγραμμα ελέγχου βοηθά στην εντόπιση των προβλημάτων ποιότητας ενόσω συμβαίνουν. Ωστόσο, τα διαγράμματα ελέγχου δεν αποκαλύπτουν την πηγή και βασική αιτία του προβλήματος. Παρέχουν όμως την ένδειξη για ύπαρξη ανωμαλιών στην παραγωγική διαδικασία η οποία θα πρέπει να διερευνηθεί περαιτέρω. Ορισμένα ενδεικτικά αποτελέσματα από διαγράμματα ελέγχου τα οποία φανερώνουν την ύπαρξη ανωμαλιών στην παραγωγική διαδικασία (επικίνδυνη μεταβλητότητα η οποία οφείλεται σε συστηματικές αιτίες) παριστάνονται συγκεντρωτικά στο Σχήμα 3.

Σχήμα 3

Ενδείξεις διαγραφμάτων ελέγχου για διερεύνηση



Πηγή: B. L. Hansen, Quality Control: Theory and Applications, 1963, renewed 1991, σ. 65.

Ανάλογα με το είδος των κρίσιμων χαρακτηριστικών, διακρίνουμε δύο βασικές κατηγορίες στατιστικού ελέγχου διαδικασιών και κατ' επέκταση διαγραμμάτων ελέγχου: 1) τα διαγράμματα μεταβλητών και 2) τα διαγράμματα ιδιοτήτων.

Στην πρώτη κατηγορία, ο στατιστικός έλεγχος διαδικασιών βασίζεται στη μέτρηση των **μεταβλητών**. Σε αυτή την περίπτωση, τα κρίσιμα χαρακτηριστικά ελέγχου που έχουν επιλεγεί επιδέχονται μέτρηση σε συνεχή κλίμακα (για παράδειγμα το βάρος, το ύψος, οι διαστάσεις, η θερμοκρασία κ.λπ.). Περιοριστικό στοιχείο ενός διαγράμματος ελέγχου μεταβλητών είναι το γεγονός ότι κάθε φορά μπορεί να παρακολουθείται ένα μόνο χαρακτηριστικό ελέγχου. Στην περίπτωση που επιθυμούμε την παρακολούθηση και άλλων χαρακτηριστικών ελέγχων, θα πρέπει να δημιουργήσουμε ένα διάγραμμα ελέγχου για κάθε κρίσιμο χαρακτηριστικό. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται όταν η γνώση και μέτρηση της λεπτομέρειας και της ακρίβειας παίζει καθοριστικό ρόλο στην αξιολόγηση της λειτουργίας της παραγωγικής διαδικασίας. Η μέτρηση με βάση τις μεταβλητές είναι περισσότερο δαπανηρή και απαιτεί περισσότερη προσπάθεια σε σχέση με τη μέτρηση με βάση τις ιδιότητες. Ωστόσο, οδηγεί σε μεγαλύτερη και καλύτερη πληροφόρηση όσον αφορά την ποιότητα των προϊόντων και τον τρόπο λειτουργίας της παραγωγικής διαδικασίας. Διαγράμματα ελέγχου που εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία είναι το διάγραμμα μέσης τιμής ( $\bar{x}$  - διάγραμμα) και το διάγραμμα εύρους ( $R$  - διάγραμμα).

Η δεύτερη κατηγορία διαγραμμάτων ελέγχου στηρίζεται στη μέτρηση με βάση τις **ιδιότητες**. Σε αυτή την περίπτωση, αρκεί η ταξινόμηση των προϊόντων ή της παραγωγικής διαδικασίας σε δύο βασικές κατηγορίες, για παράδειγμα: καλό ή σκάρτο, συμμόρφωση ή μη συμμόρφωση κ.λπ. Ελέγχεται, επομένως, η παρουσία μιας επιθυμητής ιδιότητας στο τελικό αποτέλεσμα της παραγωγικής διαδικασίας. Σε αυτή την κατηγορία εντάσσεται επίσης ο έλεγχος ο οποίος στηρίζεται στη μέτρηση του αριθμού εμφάνισης του χαρακτηριστικού ελέγχου (συνήθως των μη συμμορφώσεων) που παρατηρείται σε ένα προϊόν. Αυτοί οι δύο τύποι χαρακτηριστικών ποιότητας (ύπαρξη ή μη του χαρακτηριστικού και μέτρηση του αριθμού εμφάνισης του χαρακτηριστικού στο προϊόν) ονομάζονται **ιδιότητες** (αναφορά σε ιδιότητες και μεταβλητές έχουμε κάνει και στο κεφάλαιο 2).

Στη δεύτερη αυτή κατηγορία ο στατιστικός έλεγχος διαδικασίας είναι πιο εύκολος και λιγότερο δαπανηρός. Ωστόσο, το είδος αυτό δεν αποφέρει σημαντικές πληροφορίες για την ποιότητα των προϊόντων ή της παραγωγικής διαδικασίας και χρησιμοποιείται όταν αρκεί η ταξινόμηση σε μία από τις δύο κατηγορίες και δεν απαιτούνται περισσότερα στοιχεία. Διαγράμματα ελέγχου που εντάσσονται σε αυτή την κατηγορία είναι το διάγραμμα ποσοστού ελαττωματικών  $p$  και το διάγραμμα ελαττωμάτων  $c$ .

Για τη δημιουργία ενός διαγράμματος ελέγχου θα πρέπει να πάρουμε ορισμένες αποφάσεις οι οποίες αφορούν: την επιλογή των κρίσιμων χαρακτηριστικών ελέγχου, το μέγεθος και τον αριθμό των δειγμάτων, τη συχνότητα δειγματοληψίας, την επιλογή ομοιογενών δειγμάτων τα οποία αντανακλούν τις συνθήκες λειτουργίας της παραγωγικής διαδικασίας και τέλος την επιλογή των ορίων ελέγχου. Οι αποφάσεις αυτές σχετίζονται άμεσα με όσα αναφέραμε στο κεφάλαιο 1, στην περιγραφή ενός συστήματος ελέγχου ποιότητας.

Στη συνέχεια της ενότητας αυτής θα περιγράψουμε εν συντομία τα βασικότερα διαγράμματα ελέγχου: το  $\bar{x}$ -διάγραμμα, το R- διάγραμμα, το P- διάγραμμα και τέλος το C- διάγραμμα.

### 3.3.1 Το $\bar{x}$ - διάγραμμα

Σκοπός του διαγράμματος αυτού είναι ο εντοπισμός των μεταβολών στη μέση τιμή της παραγωγικής διαδικασίας. Για την εύρεση των ορίων ελέγχου σε ένα διάγραμμα αυτού του τύπου ακολουθούμε τα παρακάτω:

- Λαμβάνουμε μια σειρά από  $k$  δείγματα, το κάθε ένα μεγέθους  $n$ .
- Βρίσκουμε το μέσο όρο  $\bar{x}_k$  σε κάθε ένα από τα  $k$  δείγματα.

$$\text{Ισχύει: } \bar{x}_k = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- Υπολογίζουμε το εύρος  $R_k$  του κάθε δείγματος  $k$ .

Ισχύει:  $R_k = \text{μεγαλύτερη τιμή} - \text{μικρότερη τιμή}$

- Βρίσκουμε το συνολικό μέσο όρο  $\bar{\bar{x}} = \frac{\sum \bar{x}_k}{k}$  των  $k$  δειγμάτων.

- Υπολογίζουμε το μέσο εύρος  $\bar{R} = \frac{\sum R_k}{k}$  όλων των δειγμάτων.

- Υπολογίζουμε το άνω και κάτω όριο ελέγχου με βάση τις παρακάτω σχέσεις:

$$\text{Άνω όριο μέσου όρου: } UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{Κάτω όριο μέσου όρου: } LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

Όπου  $A_2$  είναι σταθερά η οποία βρίσκεται, βάσει του μεγέθους δείγματος  $n$ , από τον Πίνακα 1 που ακολουθεί:

#### Πίνακας 1

#### Συντελεστές για τον υπολογισμό των ορίων ελέγχου των $\bar{x}$ και R - διαγραμμάτων

Μέγεθος δείγματος, $n$	$A_2$	$D_4$	$D_3$
2	1,880	3,268	0
3	1,023	2,574	0
4	0,729	2,282	0
5	0,577	2,114	0
6	0,483	2,004	0
7	0,419	1,924	0,076

8	0,373	1,864	0,136
9	0,337	1,816	0,184
10	0,308	1,777	0,223
12	0,266	1,716	0,284
14	0,235	1,671	0,329
16	0,212	1,636	0,364
18	0,194	1,608	0,392
20	0,180	1,586	0,414
25	0,153	1,541	0,459

**Πηγή:** *American Society for Testing Materials, ειδική έκδοση 15-C, «Quality Control for Materials», σ. 63 και 72, 1951.*

## Παράδειγμα 2

Η εταιρεία TEST παράγει κουτιά από κονσέρβες. Το ιδανικό βάρος κάθε κουτιού είναι 800 gr και η ανοχή είναι  $\pm 12$  gr. Λήφθηκαν 12 δείγματα, από 5 κουτιά το καθένα, τα οποία ζυγίστηκαν για να βρεθεί το βάρος τους. Τα στοιχεία που καταγράφηκαν δίνονται στον Πίνακα 2. Με βάση τα στοιχεία αυτά, ζητείται να βρεθούν τα όρια ελέγχου του μέσου βάρους των κονσερβών και να ελεγχθεί αν η παραγωγική διαδικασία ως προς αυτό το χαρακτηριστικό είναι υπό έλεγχο.

### Πίνακας 2

Δείγμα Παρατηρήσεις (βάρος κουτιών σε gr)

a/a	1	2	3	4	5
1	809	801	812	813	814
2	811	792	803	786	799
3	801	803	782	790	795
4	817	803	795	806	812
5	787	805	803	798	794
6	812	798	805	806	784
7	797	815	793	794	805
8	804	785	801	802	781
9	801	803	805	807	804
10	789	805	803	805	806
11	812	798	823	805	799
12	788	797	789	802	791

#### Λύση

Έχουμε  $k = 12$  δείγματα, το κάθε ένα μεγέθους  $n = 5$ .

Για το κάθε δείγμα υπολογίζουμε το μέσο βάρος  $\bar{x}_k = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5}$

καθώς και το εύρος  $R_k$  = μεγαλύτερη τιμή βάρους – μικρότερη τιμή βάρους.

Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 3 που ακολουθεί:

**Πίνακας 3**

a/a	Παρατηρήσεις					Μέσος βάρους δείγματος $\bar{x}_k$	Εύρος δείγματος $R_k$
1	809	801	812	813	814	809,8	13
2	811	792	803	786	799	798,2	25
3	801	803	782	790	795	794,2	21
4	817	803	795	806	812	806,6	22
5	787	805	803	798	794	797,4	18
6	812	798	805	806	784	801	28
7	797	815	793	794	805	800,8	22
8	804	785	801	802	781	794,6	23
9	801	803	805	807	804	804	6
10	789	805	803	805	806	801,6	17
11	812	798	823	805	799	807,4	25
12	788	797	789	802	791	793,4	14

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα υπολογίζουμε:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_k}{12} = \frac{9609 \text{ gr}}{12} = 800,75 \text{ gr}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R_k}{12} = \frac{234 \text{ gr}}{12} = 19,5 \text{ gr}$$

Από τον Πίνακα 1 και για  $n = 5$ , παίρνουμε  $A_2 = 0,577$ .

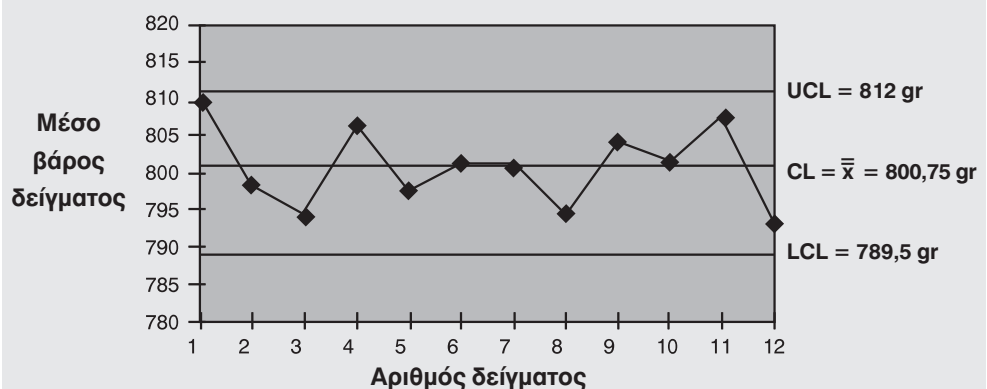
Οπότε έχουμε:

Άνω όριο μέσου βάρους  $UCL_{\bar{x}} = \bar{x} + A_2 \bar{R} = 800,75 + 0,577 \times 19,5 \approx 812 \text{ gr}$

Κάτω όριο μέσου βάρους  $LCL_{\bar{x}} = \bar{x} - A_2 \bar{R} = 800,75 - 0,577 \times 19,5 \approx 789,5 \text{ gr}$

Για να ελέγξουμε αν η παραγωγική διαδικασία είναι υπό έλεγχο όσον αφορά το μέσο βάρος των κονσερβών, σχηματίζουμε το διάγραμμα ελέγχου  $\bar{x}$ :

**Διάγραμμα ελέγχου  $\bar{x}$**



Μελετώντας τη μορφή του παραπάνω διαγράμματος καταλήγουμε στο ότι η παραγωγική διαδικασία είναι υπό έλεγχο καθώς δεν υπάρχει καμία ένδειξη για διερεύνηση του Σχήματος 3.

### 3.3.2 Το R - διάγραμμα

Σκοπός του R - διαγράμματος είναι η παρακολούθηση της μεταβλητότητας της διαδικασίας. Χρησιμοποιείται μαζί με το  $\bar{x}$  - διάγραμμα, καθώς μπορεί ο μέσος όρος μιας διαδικασίας να είναι υπό έλεγχο, αλλά η μεταβλητότητά της να είναι εκτός ελέγχου. Ο υπολογισμός των ορίων ελέγχου του R - διαγράμματος γίνεται σύμφωνα με τους παρακάτω τύπους:

Άνω όριο εύρους :  $UCL_R = D_4 \bar{R}$

Κάτω όριο εύρους:  $LCL_R = D_3 \bar{R}$ ,

όπου:  $D_4$  και  $D_3$  = σταθερές οι οποίες λαμβάνονται από τον Πίνακα 1 και  $\bar{R}$  = μέσο εύρος το οποίο υπολογίζεται όπως στο διάγραμμα ελέγχου  $\bar{x}$ .

#### Παράδειγμα 3

Στο Παράδειγμα 2 είδαμε ότι η παραγωγική διαδικασία είναι υπό έλεγχο όσον αφορά το μέσο βάρος των κονσερβών. Ωστόσο με το διάγραμμα  $\bar{x}$  δεν μπορούμε να ελέγξουμε αν η μεταβλητότητα της παραγωγικής διαδικασίας είναι και αυτή υπό έλεγχο. Για να το διαπιστώσουμε αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το διάγραμμα R. Η κεντρική γραμμή CL του διαγράμματος R είναι ίση με το μέσο εύρος  $\bar{R} = 20,5$  gr.

Από τον Πίνακα 1 και για  $n = 5$  παίρνουμε  $D_4 = 2,114$  και  $D_3 = 0$ .

Επομένως: Άνω όριο εύρους:  $UCL_R = D_4 \bar{R} = (2,114 \times 19,5) \text{gr} = 41,223$  gr

Κάτω όριο εύρους:  $LCL_R = D_3 \bar{R} = (0 \times 19,5) \text{gr} = 0$  gr

Με βάση τις τιμές του εύρους  $R_k$  του καθενός από τα  $k = 12$  δείγματα τα οποία υπολογίσαμε στο Παράδειγμα 2 και τα όρια εύρους που βρήκαμε πριν από λίγο σχηματίζουμε το διάγραμμα R:

**Διάγραμμα ελέγχου R**

