



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (Μ.Β.Α.)

Μάθημα: **Επιχειρησιακή Έρευνα**
Διδάσκουσα: Β.Α. Αγγελής, Μ. Μαύρη

Εξεταστική Περίοδος Ιουνίου
Τρίτη 30.06.2015

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα που ακολουθούν
(Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες)

Θέμα 1 (2 μονάδες)

Ο Γιάννης επιθυμεί να επενδύσει 5000 ευρώ το επόμενο έτος σε δύο διαφορετικούς τύπους επενδύσεων, την επένδυση Α και την επένδυση Β, οι αποδόσεις των οποίων είναι 5% και 8% αντίστοιχα. Σύμφωνα με την τελευταία έκθεση της τράπεζας της Ελλάδας για την αγορά, συνιστάται η κατανομή τουλάχιστον 25% στην επένδυση Α και μέχρι 50% στην επένδυση Β. Με βάση τα παραπάνω:

- i. Να διαμορφωθεί το μαθηματικό μοντέλο που προσδιορίζει το βέλτιστο χρηματικό ποσό που πρέπει να επενδύσει ο Γιάννης σε κάθε μια από τις επενδύσεις Α και Β, ώστε να μεγιστοποιήσει την συνολική απόδοση των επενδύσεων του. Να εξηγηθούν με σαφήνεια τα στοιχεία του προβλήματος.
(0,75 μονάδες)
- ii. Να χρησιμοποιηθεί η γραφική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού για να βρεθεί η βέλτιστη λύση του προβλήματος. Να διατυπωθούν τα αποτελέσματα με όρους της εκφώνησης του προβλήματος.
(1 μονάδα)
- iii. Να εξετασθεί αν ο Γιάννης θα αλλάξει την απόφασή του, αν η απόδοση της επένδυσης Α μειωθεί κατά 2 ποσοστιαίες μονάδες.
(0,5 μονάδες)

Θέμα 2 (2 μονάδες)

Η εταιρεία DigiTech παράγει δύο μοντέλα ηλεκτρονικών συσκευών (Μοντέλο 1 και Μοντέλο 2) που χρησιμοποιούν αντιστάσεις, πυκνωτές και ολοκληρωμένα κυκλώματα. Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει αναλυτικά την διαθεσιμότητα των πόρων και τις απαιτήσεις για την κατασκευή των μοντέλων 1 και 2

| Πόροι | Απαιτήσεις σε πόρους ανά μονάδα | | Διαθεσιμότητα |
|----------------------|---------------------------------|------------------------|---------------|
| | Μοντέλο 1 (μονάδες) | Μοντέλο 2 (μονάδες) | |
| Αντίσταση | 2 | 3 | 1200 |
| Πυκνωτές | 2 | 1 | 1000 |
| Κύκλωμα | 0 | 4 | 800 |
| Τιμή μονάδας σε ευρώ | 3 | 4 | 80 |

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος δίνεται παρακάτω

Μεταβλητές Απόφασεις

x_1 : ο αιθμός συσκευών που παράγεται από το Μοντέλο 1

x_2 : ο αιθμός συσκευών που παράγεται από το Μοντέλο 2

$$\max Z = 3x_1 + 4x_2$$

Subject to

$$2x_1 + 3x_2 \leq 1200 \text{ (αντιστασεις)}$$

$$2x_1 + x_2 \leq 1000 \text{ (πυκνωτες)}$$

$$4x_2 \leq 800 \text{ (κυκλωμα)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Μετά τη λύση του προβλήματος με τον αλγόριθμο Simplex προέκυψε ο παρακάτω τελικός πίνακας

| Βάση | | 3 | 4 | 0 | 0 | 0 | | |
|------------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|--------|
| Μεταβλητές | Αντικειμενικοί Συντελεστές | x_1 | x_2 | s_1 | s_2 | s_3 | Δεξιό μέλος | Πηλίκο |
| x_1 | 3 | 1 | 0 | -1/4 | 3/4 | 0 | 450 | |
| s_3 | 0 | 0 | 0 | -2 | 2 | 1 | 400 | |
| x_2 | 4 | 0 | 1 | 1/2 | -1/2 | 0 | 100 | |
| | Z_j | 3 | 4 | 5/4 | 1/4 | 0 | Z=1750 | |
| | $C_j - Z_j$ | 0 | 0 | -5/4 | -1/4 | 1 | | |

Με βάση τα παραπάνω, να προσδιορίσετε:

- με την βοήθεια του τελευταίου πίνακα Simplex, τη νέα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και των μεταβλητών απόφασης, αν το πλήθος των αντιστάσεων είναι 1300 μονάδες (1 μονάδα)
- το δυικό πρόβλημα και τις δυικές τιμές για την αντίσταση, τον πυκνωτή και τα κυκλώματα (1 μονάδα)

Θέμα 3 (2 μονάδες)

Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\max Z = 16x_1 + 15x_2$$

Subject to

$$40x_1 + 31x_2 \leq 124$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Με βάση τα παραπάνω

- Να γράψετε το πρόβλημα στην τυπική του μορφή(0,5 μονάδες)
- Να κατασκευάζετε τον αρχικό και τον δεύτερο πίνακα Simplex και να εξετάσετε αν ο δεύτερος πίνακας είναι και ο τελικός πίνακας(1,5 μονάδα)

Θέμα 4° (2 μονάδες)

Η εταιρία Transport Cereals χρησιμοποιεί φορτηγά για τη μεταφορά φορτίων δημητριακών από τρεις αποθήκες σε τέσσερις μύλους. Η προσφορά και η ζήτηση (σε φορτία φορτηγών) και το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς ανά φορτίο (σε χιλιάδες ευρώ) για τις παραπάνω διαδρομές φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

| | Μύλος 1 | Μύλος 2 | Μύλος 3 | Μύλος 4 | Προσφορά |
|-----------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Αποθήκη 1 | 10 | 2 | 20 | 11 | 15 |
| Αποθήκη 2 | 12 | 7 | 9 | 20 | 25 |
| Αποθήκη 3 | 14 | 14 | 16 | 18 | 10 |
| Ζήτηση | 5 | 15 | 15 | 15 | |

- i. Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της βορειοδυτικής γωνίας προσδιορίστε την πρώτη (αρχική) λύση και υπολογίστε το κόστος μεταφοράς για τη λύση αυτή. Ελέγξτε αν η λύση αυτή είναι η βέλτιστη.
- ii. Αν η λύση που βρήκατε παραπάνω δεν είναι η βέλτιστη προσδιορίστε την επόμενη λύση και υπολογίστε το κόστος μεταφοράς για τη λύση αυτή.

Θέμα 5ο (2 μονάδες)

Το πρότυπο αφίξεων των πελατών σε μια καφετέρια ακολουθεί κατανομή Poisson με μέσο ρυθμό αφίξεων 10 πελάτες την ώρα. Οι πελάτες εξυπηρετούνται με προτεραιότητα FIFO από τον μοναδικό υπάλληλο που σερβίρει και ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης είναι 10 πελάτες την ώρα

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία να υπολογισθεί

- 1) ο μέσος αριθμός πελατών που εξυπηρετούνται στη μονάδα του χρόνου
- 2) ο μέσος αριθμός πελατών στην καφετέρια
- 3) ο μέσος χρόνος που ένας πελάτης παραμένει στην καφετέρια
- 4) η πιθανότητα ένας πελάτης που φτάνει στην καφετέρια να την βρει άδεια
- 5) Αν υποθέσουμε ότι η καφετέρια διαθέτει συνολικά 50 καθίσματα για τους πελάτες της, να υπολογισθεί η πιθανότητα ένας πελάτης που φτάνει να μην βρει κάθισμα να κάτσει (δεν χρειάζεται να κάνετε τις πράξεις)

Σημείωση: Να χρησιμοποιήσετε ως στοιχειώδη μονάδα μέτρησης του χρόνου την ώρα

Καλή επιτυχία

Κατασκευή του δυϊκού από το πρωτεύον

| Πρωτεύον (Δυϊκό) Max Z | Δυϊκό (Πρωτεύον) Min W |
|------------------------------|------------------------------|
| Περιορισμός i τύπου \geq | Μεταβλητή $y_i \leq 0$ |
| Περιορισμός i τύπου \leq | Μεταβλητή $y_i \geq 0$ |
| Περιορισμός i τύπου $=$ | Μεταβλητή $y_i \in R$ |
| Μεταβλητή $x_j \geq 0$ | Περιορισμός j τύπου \geq |
| Μεταβλητή $x_j \leq 0$ | Περιορισμός j τύπου \leq |
| Μεταβλητή $x_j \in R$ | Περιορισμός j τύπου $=$ |
| Αντικειμενικοί συντελεστές | Δεξιά μέλη περιορισμών |
| Δεξιά μέλη περιορισμών | Αντικειμενικοί συντελεστές |