

ΔΙΚΤΥΩΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Μαρία Μαύρη

m.mavri@ba.aegean.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Το πρόβλημα της συντομότερης διαδρομής
 - Αλγόριθμος συντομότερης διαδρομής
(Shortest Path)
 - Παραδείγματα
- Ελάχιστου Ζευγνύοντος Δέντρου
- ◎ Αλγόριθμος Μέγιστη Ροής

Τα παραδείγματα είναι από το Βιβλίο 'Οικονόμου, Γ., & Γεωργίου, Α',
«Ποσοτική Ανάλυση για τη λήψη Διοικητικών Αποφάσεων»

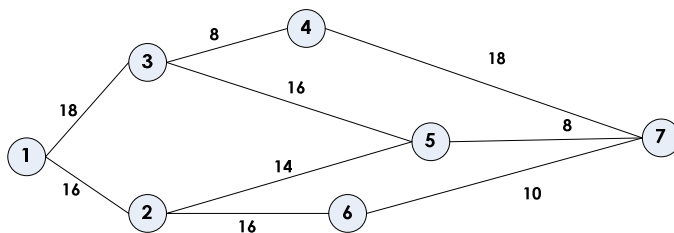
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ

- Στόχος στο πρόβλημα της συντομότερης διαδρομής είναι ο προσδιορισμός της διαδρομής με το μικρότερο συνολικό μήκος ακμών από μια αφετηρία προς έναν κόμβο προορισμού.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μια εταιρεία δραστηριοποιείται στο εμπόριο λαχανικών στην περιοχή της Μακεδονίας. Πρόσφατα έγινε ανάδοχος εταιρεία σε διεθνή διαγωνισμό για την προμήθεια του Αριστοτέλειο Νοσοκομείου Θεσσαλονίκης. Δυστυχώς η εταιρεία δεν διαθέτει τοπικό κέντρο διανομής, οπότε τα προϊόντα πρέπει να μεταφέρονται από την έδρα της (κόμβος 1), στην Θεσσαλονίκη, η οποία παριστάνεται με τον κόμβο 7. Οι υπόλοιποι κόμβοι του δικτύου είναι ενδιάμεσοι σταθμοί ή διασταυρώσεις και οι ακμές είναι οι δυνατές διαδρομές με τις οποίες συνδέονται η έδρα της εταιρείας με την Θεσσαλονίκη. Οι αριθμοί σε κάθε ακμή εκφράζουν τις αποστάσεις σε χιλιάδες χιλιόμετρα.

Ζητάμε να προσδιορίσουμε την ελάχιστη απόσταση από τον κόμβο 1 στο κόμβο 7 η οποία έχει το ελάχιστο συνολικό μήκος.



ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ

Μόνιμος Κόμβος: Ο κόμβος για τον οποίο η διαδρομή από την αφετηρία μέχρι αυτόν δεν μπορεί να βελτιωθεί

Βήμα 1: Ξεκινάμε από την ΑΦΕΤΗΡΙΑ. Επειδή δεν υπάρχει συντομότερη διαδρομή από την αφετηρία στον εαυτό της ο κόμβος αυτός είναι μόνιμος.

Βήμα 2: Προδριορίζουμε τους κόμβους συνδέονται άμεσα με την αφετηρία. Επιλέγουμε τον ΠΛΗΣΙΕΣΤΕΡΟ κόμβο προς την αφετηρία. Ο νέος αυτός κόμβος γίνεται ΜΟΝΙΜΟΣ

Βήμα 3: Εντοπίζουμε τους κόμβους που συνδέονται άμεσα με τουλάχιστον έναν από τους κόμβους του συνόλου των μόνιμων κόμβων.

Σημειώνουμε το μήκος των διαδρομών από την ΑΦΕΤΗΡΙΑ προς τους κόμβους αυτούς.

Επιλέγουμε τον κόμβο με την συντομότερη διαδρομή

Σε περίπτωση ισοβάθμισης διαλέγουμε ΑΥΘΑΙΡΕΤΑ

Βήμα 4: Συνεχίζουμε μέχρι να γίνουν ΟΛΟΙ οι κόμβοι μόνιμοι

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

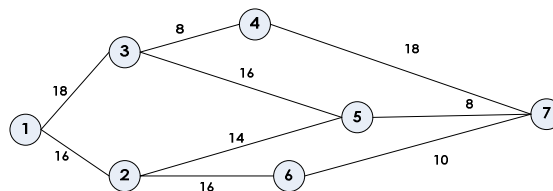
ο ΑΦΕΤΗΡΙΑ= κόμβος 1

Ο κόμβος 1 είναι ο πρώτος **μόνιμος** κόμβος

Αυτός ο κόμβος συνδέεται άμεσα με τους κόμβους 2

(απόσταση 16) και 3 (απόσταση 18)

Άρα ο 2 ο επόμενος μόνιμος κόμβος



Επανάληψη	Σύνολο μόνιμων Κόμβων	Ακμή άμεσα συνδεδεμένου κόμβου	Προσωρινό μήκος Διαδρομής	Μόνιμο s Κόμβος	Συνολικό μήκος ελάχιστης διαδρομής
0	$\Lambda = \{1\} + \{2\}$	1-2	16	2	16
		1-3	18		

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μόνιμοι είναι οι κόμβοι 1 και 2.

Ο κόμβος 1 συνδέεται με το 3 (απόσταση 18)

Ο κόμβος 2 με τον 5 (απόσταση $14+16=30$) και τον 6 (απόσταση $16+16=32$)

ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ Η ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΜΕΤΡΙΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΦΕΤΗΡΙΑ

Άρα επόμενος μόνιμος κόμβος ο 3

Επανάληψη	Σύνολο μόνιμων Κόμβων	Ακμή άμεσα συνδεδεμένου κόμβου	Προσωρινό μήκος Διαδρομής	Μόνιμος Κόμβος	Συνολικό μήκος ελάχιστης διαδρομής
1	$\Lambda=\{1,2\}+\{3\}$	1-3	18	3	18
		2-5	30		
		2-6	32		

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μόνιμοι είναι οι κόμβοι 1, 2 και 3.

Ο κόμβος 2 συνδέεται με τον 5 (απόσταση $14+16=30$) και τον 6 (απόσταση $16+16=32$)

Ο κόμβος 3 συνδέεται με τον 4 (απόσταση $8+18=26$)

ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ Η ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΜΕΤΡΙΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΦΕΤΗΡΙΑ

Άρα επόμενος μόνιμος κόμβος ο 4

Επανάληψη	Σύνολο μόνιμων Κόμβων	Ακμή άμεσα συνδεδεμένου κόμβου	Προσωρινό μήκος Διαδρομής	Μόνιμος Κόμβος	Συνολικό μήκος ελάχιστης διαδρομής
2	$\Lambda=\{1,2,3\}+\{4\}$	3-4	26	4	26
		2-5	30		
		2-6	32		

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μόνιμοι είναι οι κόμβοι 1, 2,3 και 4.

Ο κόμβος 2 συνδέεται με τον 5 (απόσταση $14+16=30$) και τον 6 (απόσταση $16+16=32$)

Ο κόμβος 4 συνδέεται με τον 7 (απόσταση $18+26=44$)

ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ Η ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΜΕΤΡΙΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΦΕΤΗΡΙΑ

Άρα επόμενος μόνιμος κόμβος ο 5

Επανάληψη	Σύνολο μόνιμων Κόμβων	Ακμή άμεσα συνδεδεμένου κόμβου	Προσωρινό μήκος Διαδρομής	Μόνιμος Κόμβος	Συνολικό μήκος ελάχιστης διαδρομής
3	$\Lambda=\{1,2,3,4\}+\{5\}$	4-7	44	5	30
		2-5	30		
		2-6	32		

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μόνιμοι είναι οι κόμβοι 1, 2,3, 4 και 5.

Ο κόμβος 2 συνδέεται με τον 6 (απόσταση $16+16=32$)

Ο κόμβος 5 συνδέεται με τον 7 (απόσταση $8+30=38$)

ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ Η ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΜΕΤΡΙΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΦΕΤΗΡΙΑ

Άρα επόμενος μόνιμος κόμβος ο 6

Επανάληψη	Σύνολο μόνιμων Κόμβων	Ακμή άμεσα συνδεδεμένου κόμβου	Προσωρινό μήκος Διαδρομής	Μόνιμος Κόμβος	Συνολικό μήκος ελάχιστης διαδρομής
4	$\Lambda=\{1,2,3,4,5\}+\{6\}$	5-7	38	6	32
		2-6	32		

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μόνιμοι είναι οι κόμβοι 1, 2,3, 4, 5 και 6.

Ο κόμβος 5 συνδέεται με τον 7 (απόσταση $8+30=38$)

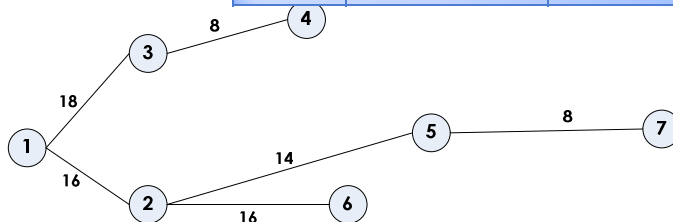
ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ Η ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΜΕΤΡΙΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΦΕΤΗΡΙΑ

Άρα επόμενος μόνιμος κόμβος ο 7

Επανάληψη	Σύνολο μόνιμων Κόμβων	Ακμή άμεσα συνδεδεμένου κόμβου	Προσωρινό μήκος Διαδρομής	Μόνιμος Κόμβος	Συνολικό μήκος ελάχιστης διαδρομής
5	$\Lambda=\{1,2,3,4,5,6\}+\{7\}$	5-7	38	7	38

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Κόμβος	Άμεσα προηγούμενος καλύτερος κόμβος	Βέλτιστη διαδρομή	Ελάχιστη απόσταση
1	-	-	-
2	1	1-2	16
3	1	1-3	18
4	3	1-3-4	26
5	2	1-2-5	30
6	2	1-2-6	32
7	5	1-2-5-7	38



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Ελάχιστου Ζευγνύοντος Δέντρου
 - Αλγόριθμος Ζευγνύοντος Δέντρου
 - Παραδείγματα

v

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΖΕΥΓΝΥΟΝΤΟΣ ΔΕΝΤΡΟΥ

- Σε πολλές περιπτώσεις δικτύων μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε το δίκτυο ως ένα σύνολο κόμβων που πρέπει όλοι να επικοινωνούν μεταξύ τους.
- Στόχος είναι όλοι οι κόμβοι να επικοινωνούν μεταξύ τους είτε άμεσα είτε έμμεσα, δηλαδή να συνδέονται μέσω ενός συνόλου ακμών, των οποίων η συνολική απόσταση να είναι η ελάχιστη δυνατή.

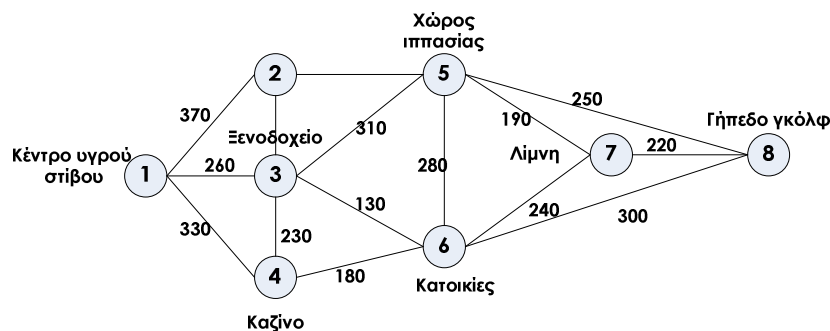
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Ο Γιώργος κληρονόμησε από τον πατέρα του μια έκταση 10 στρεμμάτων και αποφάσισε να ασχοληθεί με την τουριστική αξιοποίησή της. Μετά από συνεργασία με μια συμβουλευτική εταιρεία αποφάσισε να κατασκευάσει ένα ξενοδοχείο με γήπεδα αντισφαίρισης, κέντρο υγρού στίβου, χώρο ιππασίας, τεχνητή λίμνη, γήπεδο γκολφ, καζίνο και ένα συγκρότημα κατοικιών. Ο Γιώργος κατέθεσε το σχέδιο κατασκευής στο Υπουργείο για την έγκριση ενός ενιαίου συστήματος μονοπατιών διασύνδεσης όλων αυτών των εγκαταστάσεων. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνονται τα πιθανά μονοπάτια διασύνδεσης. Υποθέτουμε ότι οι αποστάσεις είναι σε μέτρα.

Ο Γιώργος ενδιαφέρεται να χρησιμοποιήσει εκείνες τις ακμές, φτιάχνοντας τα αντίστοιχα μονοπάτια, τα οποία θα επιτρέπουν την επικοινωνία μεταξύ όλων των κόμβων ταυτόχρονα, όχι απαραίτητα με το συντομότερο τρόπο ανά δύο, αλλά με το μικρότερο συνολικό μήκος ακμών.

Η ροή επιτρέπεται και προς τις 2 κατευθύνσεις

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1



ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΖΕΥΓΝΥΟΝΤΟΣ ΔΕΝΤΡΟΥ

Βήμα 1: Επιλέγουμε **αυθαίρετα** έναν οποιοδήποτε κόμβο του δικτύου. Ο κόμβος αυτός **ΕΙΣΕΡΧΕΤΑΙ** πρώτος στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων.

Βήμα 2: Συνδέουμε τον προηγούμενο κόμβο με τον κόμβο που βρίσκεται **ΠΙΟ ΚΟΝΤΑ** του.

Βήμα 3: Βρίσκουμε τον κόμβο που βρίσκεται πιο κοντά σε κάποιον από τους συνδεδεμένους κόμβους και τον συνδέουμε.

Σε περίπτωση ισοβάθμισης διαλέγουμε **ΑΥΘΑΙΡΕΤΑ**

Βήμα 4: Συνεχίζουμε μέχρι να συδέσουμε **ΟΛΟΥΣ** τους κομβούς



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

- Επιλέγουμε αυθαίρετα τον κόμβο 1

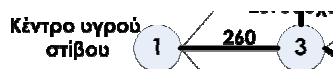
Ο κόμβος 1 συνδέεται με τους

2 (απόσταση 370)

3 (απόσταση 260)

4 (απόσταση 330)

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 3 να συνδεθεί με τον κόμβο 1 (έντονη γραμμή)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Οι κόμβοι 1 και 3 συνδέονται με

1-2 (απόσταση 370)

1-4 (απόσταση 330)

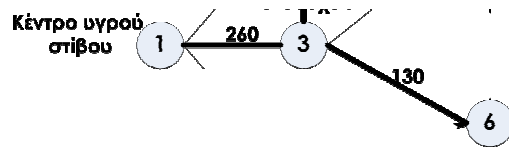
3-2 (απόσταση 180)

3-4 (απόσταση 230)

3-5 (απόσταση 310)

3-6 (απόσταση 130)

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 6 να συνδεθεί στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Οι κόμβοι 1, 3 και 6 συνδέονται με

1-2 (απόσταση 370)

1-4 (απόσταση 330)

3-2 (απόσταση 180)

3-4 (απόσταση 230)

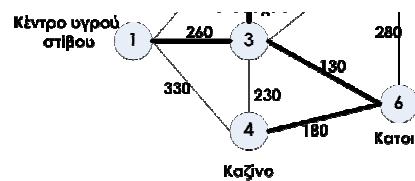
3-5 (απόσταση 310)

6-4 (απόσταση 180)

6-5 (απόσταση 280)

6-7 (απόσταση 240)

6-8 (απόσταση 300)



Οι κόμβοι 2 και 4 απέχουν την ίδια απόσταση (180)

Επιλέγω αυθαίρετα τον κόμβο 4

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 4 να συνδεθεί στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Οι κόμβοι 1, 3, 6 και 4 συνδέονται με

1-2 (απόσταση 370)

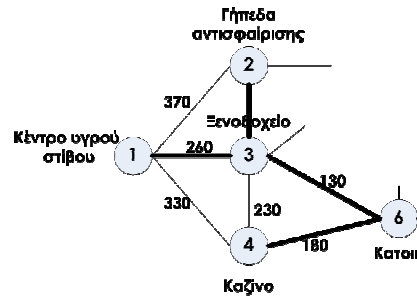
3-2 (απόσταση 180)

3-5 (απόσταση 310)

6-5 (απόσταση 280)

6-7 (απόσταση 240)

6-8 (απόσταση 300)



Εξετάζουμε ΜΟΝΟ με το σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων ποιοι μη συνδεδεμένοι υπάρχουν

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 2 να συνδεθεί στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Οι κόμβοι 1, 3, 6, 4 και 2 συνδέονται με

2-5 (απόσταση 400)

3-5 (απόσταση 310)

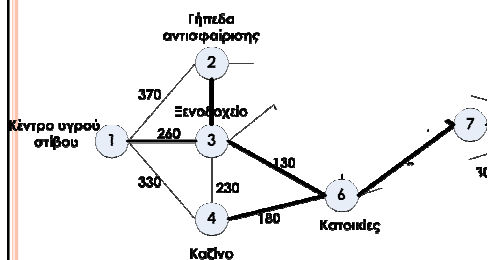
6-5 (απόσταση 280)

6-7 (απόσταση 240)

6-8 (απόσταση 300)

Εξετάζουμε ΜΟΝΟ με το σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων ποιοι μη συνδεδεμένοι υπάρχουν

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 7 να συνδεθεί στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Οι κόμβοι 1, 3, 6, 4, 2 και 7 συνδέονται με

2-5 (απόσταση 400)

3-5 (απόσταση 310)

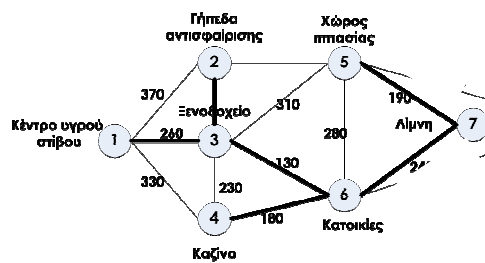
6-5 (απόσταση 280)

6-8 (απόσταση 300)

7-5 (απόσταση 190)

7-8 (απόσταση 220)

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 5 να συνδεθεί στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

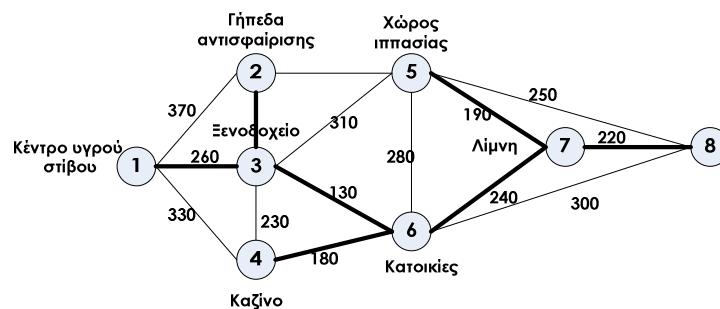
Οι κόμβοι 1, 3, 6, 4, 2, 7 και 5 συνδέονται με

5-8 (απόσταση 250)

6-8 (απόσταση 300)

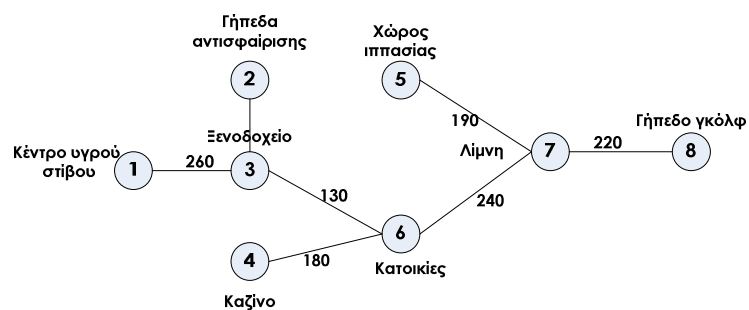
7-8 (απόσταση 220)

ΑΡΑ επιλέγουμε τον κόμβο 8 να συνδεθεί στο σύνολο των συνδεδεμένων κόμβων



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

Άρα το ζευγνύον μονοπάτι είναι το ακόλουθο



Και το συνολικό μήκος των ακμών του είναι
 $260+130+180+180+240+190+220=1400$

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Δικτυωτή Ανάλυση
 - Αλγόριθμος Μέγιστη Ροής
 - Παραδείγματα

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΗΣ

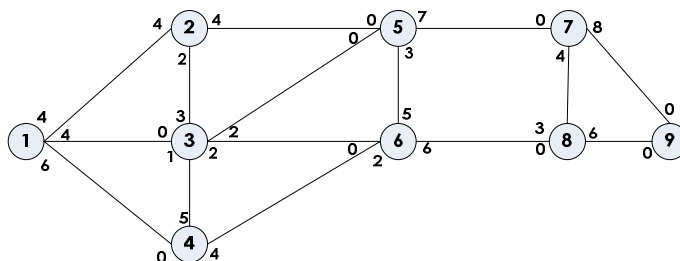
- Σε πολλές περιπτώσεις δικτύων, οι ακμές περιορίζονται ως προς το πλήθος των υλικών που μπορούν να περάσουν από αυτές στη μονάδα του χρόνου.
- Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της ροής από έναν κόμβο (την πηγή) σ' έναν άλλο κόμβο (δέκτη) όταν οι ενδιάμεσες ακμές περιορίζουν τη συνολική ροή του συστήματος, χαρακτηριζόμενες από τη δυναμικότητα της ροής τους.
- Τα προβλήματα αυτά ονομάζονται *προβλήματα μέγιστης ροής*



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Μια γεωργική επιχείρηση έχει εγκαταστήσει ένα σύστημα άρδευσης στα κτήματα της, το οποίο μέσω ενός δικτύου γεωτρήσεων, σωληνώσεων και πιεστικών συστημάτων το νερό που αντλείται από μια βασική πηγή (κόμβος 1) διοχετεύεται προς τα βασικά σημεία-κόμβους. Έτσι ποτίζονται οι ενδιάμεσες καλλιέργειες και μέσω των πιεστικών το νερό που απομένει, προωθείται προς ένα σημείο εξόδου (δέκτης κόμβος 9).

Στο σχήμα φαίνεται ο καθαρός όγκος νερού που μπορεί να διοχετευθεί από κόμβο σε κόμβο.



ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ MAXIMAL FLOW

Βήμα 1: Επιλέγουμε **αυθαίρετα** ένα μονοπάτι από την πηγή προς το δέκτη με θετική (μη μηδενική) δυναμικότητα ροής

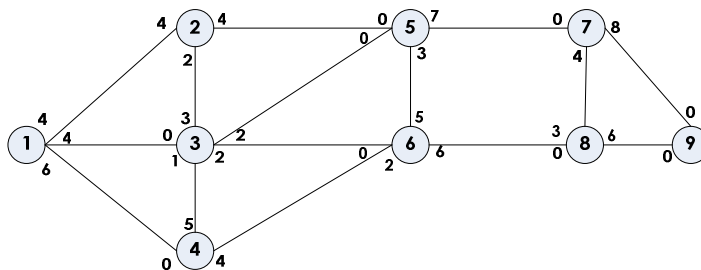
Βήμα 2: Αναπροσαρμόζουμε τις δυναμικότητες ροής των ακμών του μονοπατιού, **αφαιρώντας** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**.

Βήμα 3: Αναπροσαρμόζουμε τις δυναμικότητες ροής των ακμών του μονοπατιού, **προσθέτοντας** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

Βήμα 4: Ελέγχουμε αν υπάρχει μονοπάτι με θετική δυναμικότητα ροής προς το δέκτη. Αν ναι επαναλαμβάνουμε από το Βήμα 1, διαφορετικά έχουμε εντοπίσει την άριστη λύση

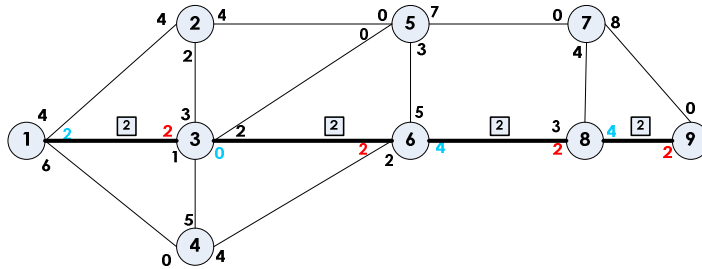
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

- Επιλέγουμε αυθαίρετα τον κόμβο 1
- Επιλέγουμε το μονοπάτι 1-3-6-8-9



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

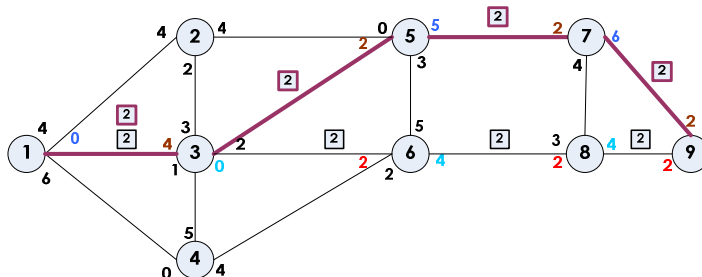
- ⊙ Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι 2
- ⊙ **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- ⊙ **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

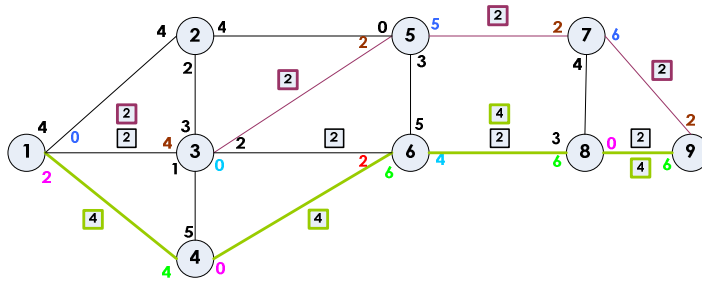
- ⊙ Επιλέγουμε το μονοπάτι 1-3-5-7-9
- ⊙ Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι 2
- ⊙ **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- ⊙ **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

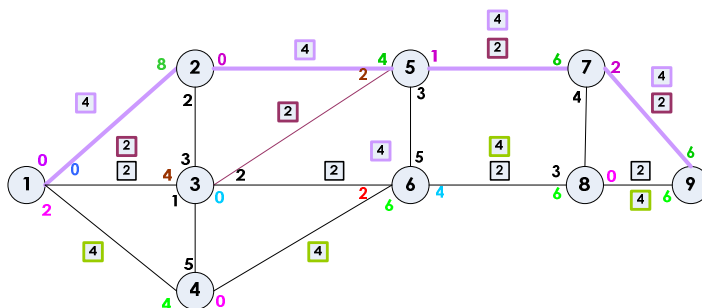
- ⊙ Επιλέγουμε το μονοπάτι 1-4-6-8-9
- ⊙ Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι 4
- ⊙ **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- ⊙ **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

- ⊙ Επιλέγουμε το μονοπάτι 1-2-5-7-9
- ⊙ Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι 4
- ⊙ Αφαιρούμε τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- ⊙ **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.
- ⊙ **ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΛΛΟ ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΜΕ ΘΕΤΙΚΗ ΡΟΗ ΑΡΑ ΕΧΟΥΜΕ ΕΝΤΟΠΙΣΕΙ ΤΗΝ ΑΡΙΣΤΗ ΛΥΣΗ**

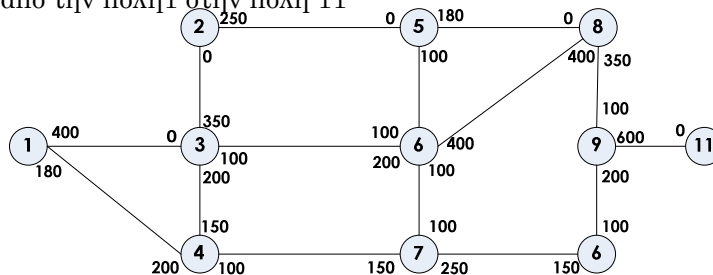
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1:

- ⊙ Εξετάζουμε αν υπάρχει άλλο μονοπάτι με θετική ροή
- ⊙ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΛΛΟ ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΜΕ ΘΕΤΙΚΗ ΡΟΗ ΑΡΑ ΕΧΟΥΜΕ ΕΝΤΟΠΙΣΕΙ ΤΗΝ ΑΡΙΣΤΗ ΛΥΣΗ
- ⊙ Η άριστη λύση αποτελείται

i.	1-3-6-8-9	Ροή	2
ii.	1-3-5-7-9	Ροή	2
iii.	1-4-6-8-9	Ροή	4
iv.	1-2-5-7-9	Ροή	4
	ΣΥΝΟΛΟ		12

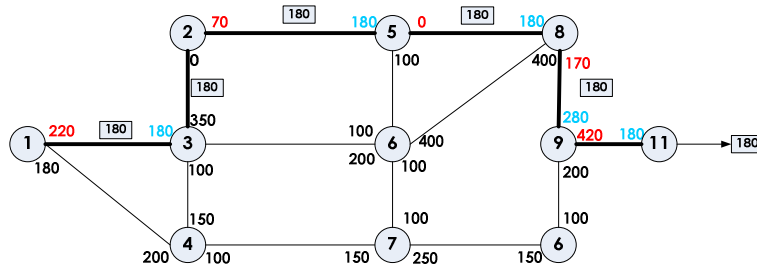
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

Ένα δίκτυο αγωγών πετρελαίου συνδέει την πόλη 1 με την πόλη 11 σύμφωνα με τα στοιχεία του σχήματος. Οι υπόλοιποι κόμβοι είναι ενδιάμεσοι σταθμοί μέσω των οποίων μπορεί να διοχετευθεί το πετρέλαιο, ενώ οι ακμές είναι αγωγοί. Ζητείται η μέγιστη δυνατή ροή πετρελαίου από την πόλη 1 στην πόλη 11



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

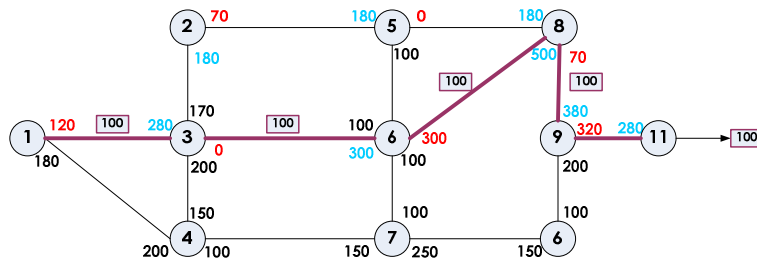
- Επιλέγουμε το μονοπάτι **1-2-5-8-9-11**
- Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι **180**
- **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

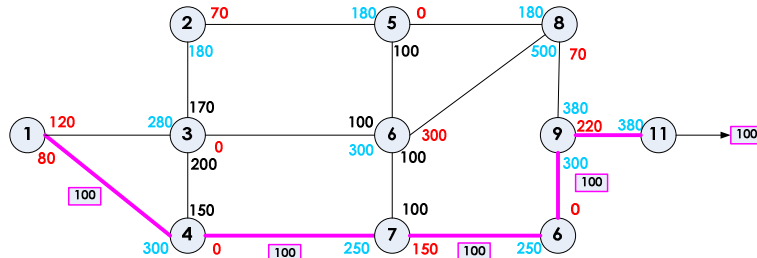
- Επιλέγουμε το μονοπάτι **1-3-6-8-9-11**
- Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι **100**
- **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

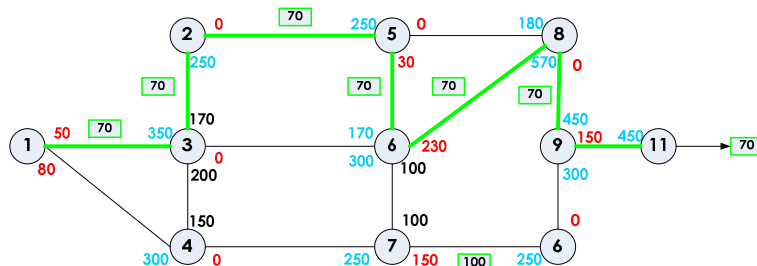
- Επιλέγουμε το μονοπάτι **1-4-7-6-9-11**
- Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι **100**
- **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2:

- Επιλέγουμε το μονοπάτι **1-2-5-6-8-11**
- Η μέγιστη ροή στο μονοπάτι αυτό είναι **70**
- **Αφαιρούμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση του **δέκτη**



- **Προσθέτουμε** τη δυναμικότητα ροής του απ' όλες τις δυναμικότητες των ακμών του προς την κατεύθυνση της **πηγής**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

- ⊙ Εξετάζουμε αν υπάρχει άλλο μονοπάτι με θετική ροή
 - ⊙ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΛΛΟ ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΜΕ ΘΕΤΙΚΗ ΡΟΗ ΑΡΑ ΕΧΟΥΜΕ ΕΝΤΟΠΙΣΕΙ ΤΗΝ ΑΡΙΣΤΗ ΛΥΣΗ
 - ⊙ Η άριστη λύση αποτελείται
 - i. **1-2-5-8-9-11** Ροή 180
 - ii. **1-3-6-8-9-11** Ροή 100
 - iii. **1-4-7-6-9-11** Ροή 100
 - iv. **1-2-5-6-8-11** Ροή 70
- ΣΥΝΟΛΟ 450**

