



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ Α'

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΧΙΟΣ, 2006

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

ΑΤΑΞΙΝΟΜΗΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑΤΑΞΙΝΟΜΗΜΕΝΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

ΜΕΤΡΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ

Αριθμητικός Μέσος

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$	$\bar{X} \approx \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i}{n}$ $\bar{X} \approx m_0 + \delta \frac{\sum_{i=1}^k f_i \xi_i}{n}$
--	---

Σταθμικός Αριθμητικός Μέσος

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$

Γεωμετρικός Μέσος

$G = \sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n}$ $\Rightarrow \log G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log X_i$	$G \approx \sqrt[n]{m_1^{f_1} m_2^{f_2} \dots m_k^{f_k}}$ $\Rightarrow \log G \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i \log m_i$
---	---

Αρμονικός μέσος

$H = \frac{n}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_n}}$	$H \approx \frac{n}{\frac{f_1}{m_1} + \frac{f_2}{m_2} + \dots + \frac{f_k}{m_k}}$
---	---

Διάμεσος

• Αν n περιττός M: Η τιμή της παρατήρησης στη θέση $\frac{n+1}{2}$ δηλαδή η $\left(X_{\frac{n+1}{2}} \right)$ • Αν n άρτιος $M = \frac{1}{2} \left(X_{\frac{n}{2}+1} + X_{\frac{n}{2}} \right)$	$M = L_M + \delta \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{M-1} \right)}{f_M}$
--	---

Επικρατούσα Τιμή

$$T_0 = L_{T_0} + \delta \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

ΜΕΤΡΑ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ

i – Τεταρτημόριο

Q_i : Η τιμή στη θέση $\frac{i(n+1)}{4}$ δηλαδή η $\left(X_{\frac{i(n+1)}{4}} \right)$ $Q_i = X_{\frac{i(n+1)}{4}} = X_{A_Q} + \Delta_Q \left(X_{A_Q+1} - X_{A_Q} \right)$ Όπου A_Q : Το ακέραιο μέρος του πηλίκου $\frac{i(n+1)}{4}$ Δ_Q : Το δεκαδικό μέρος του πηλίκου $\frac{i(n+1)}{4}$	$Q_i = L_{Q_i} + \delta \frac{\left(\frac{ni}{4} - F_{Q_i-1} \right)}{f_{Q_i}}$
---	--

	$\hat{S}^2 \cong \delta^2 \left\{ \frac{\sum_{i=1}^k f_i \xi_i^2}{n-1} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i \xi_i \right)^2}{(n-1)n} \right\}$
--	---

Τυπική Απόκλιση

$s = +\sqrt{s^2}$	$s = +\sqrt{s^2}$
-------------------	-------------------

ΜΕΤΡΑ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Συντελεστής Μεταβλητότητας

$C = \frac{s}{\bar{X}} * 100$	$C = \frac{s}{\bar{X}} * 100$
-------------------------------	-------------------------------

ΜΕΤΡΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

$S_p = \frac{\bar{X} - T_0}{\hat{s}}$	$S_p = \frac{\bar{X} - T_0}{\hat{s}}$
---------------------------------------	---------------------------------------

$S_p = \frac{3(\bar{X} - M)}{\hat{s}}$	$S_p = \frac{3(\bar{X} - M)}{\hat{s}}$
--	--

$S_B = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$	$S_B = \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$
---	---

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Κανόνες Πρόσθεσης Πιθανοτήτων

- Για 2 ενδεχόμενα:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

- Για 3 ενδεχόμενα:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \cap A_2) - P(A_1 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

Στην περίπτωση που τα $A_i, i=1 \dots n$ είναι ενδεχόμενα ανά δύο ασυμβίβαστα (δηλαδή $A_i \cap A_j = \emptyset \forall i, j, i \neq j$), τότε οι παραπάνω σχέσεις γίνονται:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$$

Δεσμευμένη Πιθανότητα

$$P(A_1|A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}, \quad P(A_2) > 0$$

$$P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)}, \quad P(A_1) > 0$$

Κανόνες Πολλαπλασιασμού Πιθανοτήτων

- Για 2 ενδεχόμενα:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) * P(A_2|A_1) = P(A_2) * P(A_1|A_2)$$

- Για 3 ενδεχόμενα:

$$P[A_1 \cap A_2 \cap A_3] = P[A_1] P[A_2|A_1] P[A_3|A_1 \cap A_2].$$

- Για n ενδεχόμενα:

$$P[A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n] = P[A_1] P[A_2 | A_1] P[A_3 | A_1 \cap A_2] \dots P[A_n | \bigcap_{i=1}^{n-1} A_i]$$

Στην περίπτωση που τα A_i , $i = 1 \dots n$ είναι ενδεχόμενα ανεξάρτητα, τότε οι παραπάνω σχέσεις γίνονται:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2) = P(A_2)P(A_1)$$

$$P[A_1 \cap A_2 \cap A_3] = P[A_1] P[A_2] P[A_3].$$

$$P[A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n] = P[A_1] P[A_2] P[A_3] \dots P[A_n]$$

Θεώρημα της Ολικής Πιθανότητας

$$P(E) = \sum_{i=1}^n P(A_i) P(E|A_i)$$

Θεώρημα του Bayes

$$P(A_k | E) = \frac{P(A_k) P(E|A_k)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) P(E|A_i)} = \frac{P(A_k) P(E|A_k)}{P(E)}$$

ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ**ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ****Διωνυμική Κατανομή** $[X \sim B(n, p)]$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k},$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n \quad n = 1, 2, \dots \quad 0 < p < 1 \quad q = 1 - p$$

$$E(X) = np \quad V(X) = npq$$

Γεωμετρική κατανομή $[X \sim G(p)]$

$$P(X = k) = q^{k-1} p, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad 0 < p < 1 \quad q = 1 - p = 1, 2, \dots, n.$$

$$E(X) = 1/p \quad V(X) = q/p^2.$$

Κατανομή Pascal (ή Αρνητική Διωνυμική Κατανομή) $[X \sim NB(r, p)]$

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r q^{k-r},$$

$$k = r, r+1, r+2, \dots \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad 0 < p < 1 \quad q = 1 - p$$

$$E(X) = r/p \quad V(X) = \frac{rq}{p^2}.$$

Υπεργεωμετρική Κατανομή $[X \sim H(N, r, n)]$

$$P(X = k) = \frac{\binom{r}{k} \binom{N-r}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \min(r, n) \quad r = 1, 2, \dots, N \quad n = 1, 2, \dots$$

$$E(X) = n \left(\frac{r}{N} \right) \quad V(X) = n \left(\frac{r}{N} \right) \left(\frac{N-r}{N} \right) \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

Κατανομή Poisson $[X \sim P(\lambda)]$

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \lambda > 0$$

$$E(X) = \lambda \quad V(X) = \lambda$$

ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ**Κανονική Κατανομή** [$X \sim N(\mu, \sigma^2)$]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < +\infty \quad \text{όπου } \pi = 3.1416 \text{ \& } e = 2.7183$$

$$-\infty < \mu < +\infty, \quad \sigma > 0$$

$$E(X) = \mu \quad V(X) = \sigma^2$$

Τυποποιημένη Κανονική Κατανομή [$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$]

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, \quad -\infty < z < +\infty$$

$$E(X) = 0 \quad V(X) = 1.$$

Λογαριθμοκανονική Κατανομή [$X \sim \Lambda(\mu, \sigma^2)$]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2}, \quad 0 < x < \infty, \quad -\infty < \mu < +\infty, \quad \sigma > 0$$

$$E(X) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \quad V(X) = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1).$$

Ομοιόμορφη Κατανομή [$X \sim U(\alpha, \beta)$]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha} & \forall x \in [\alpha, \beta] \\ 0 & \forall x \notin [\alpha, \beta] \end{cases}$$

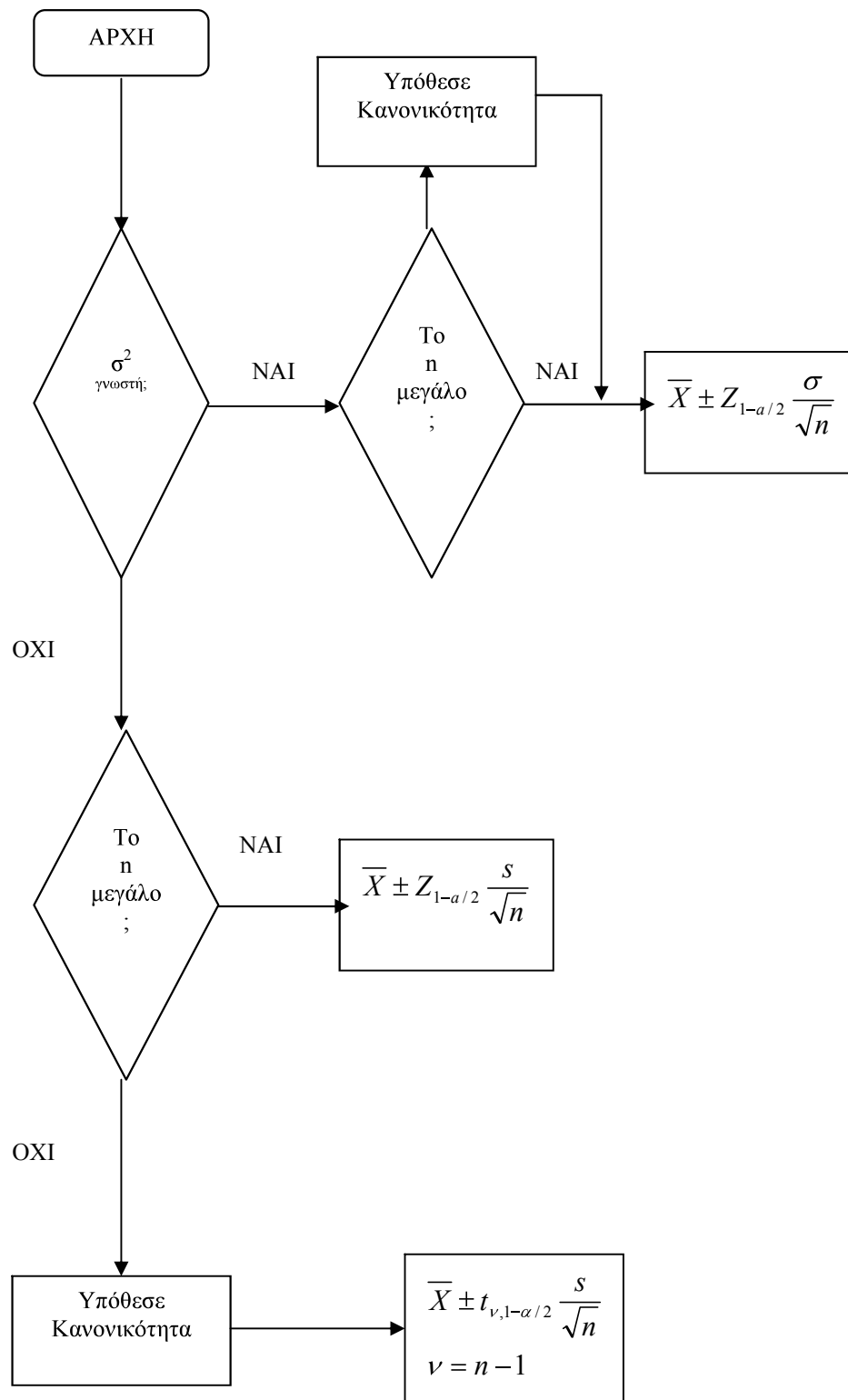
$$E(X) = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad V(X) = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}.$$

Εκθετική Κατανομή [$X \sim \text{Exp}(\theta)$]

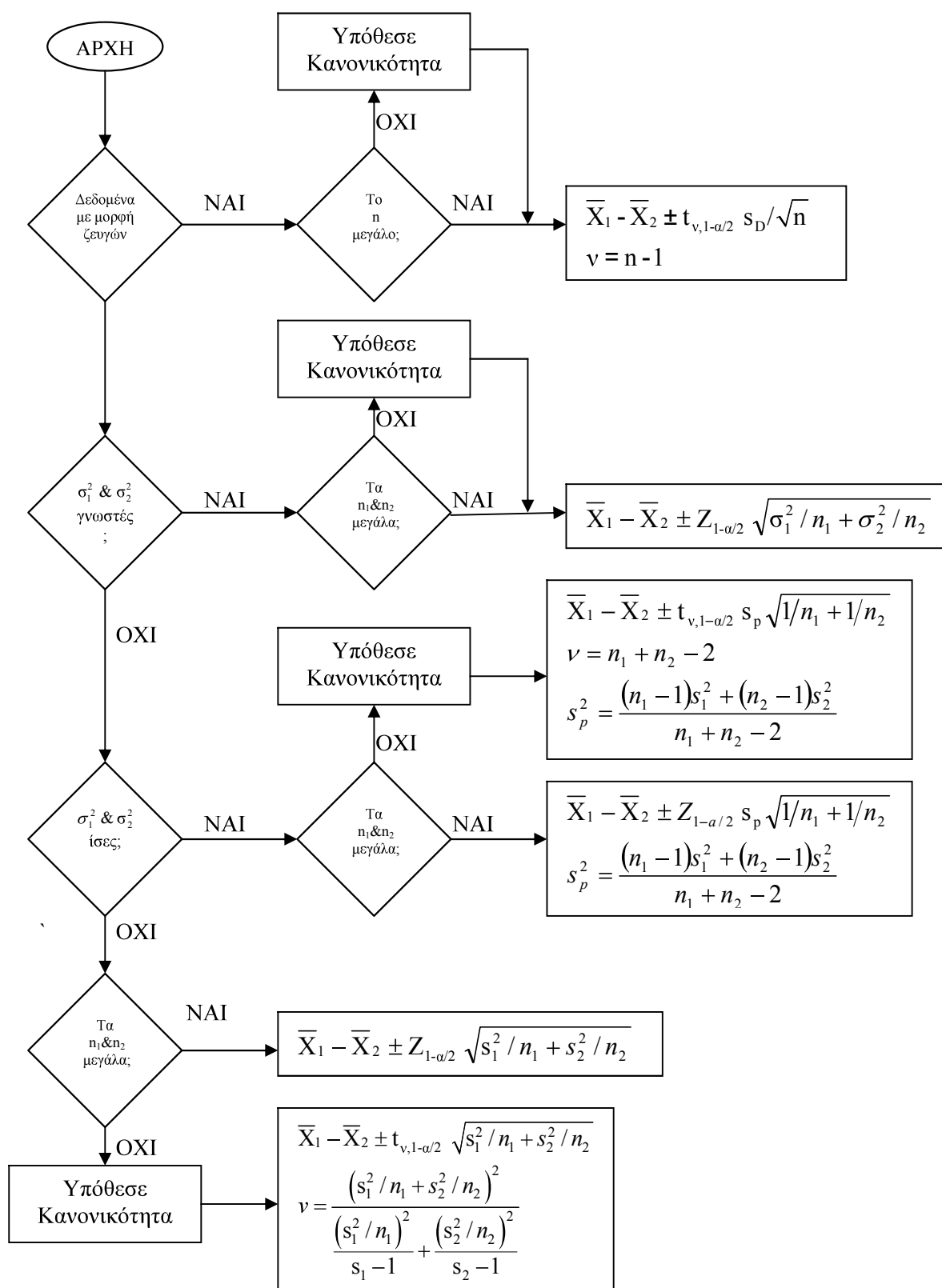
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} & \forall x > 0 \\ 0 & \forall x \leq 0 \end{cases} \quad x \geq 0, \quad \theta > 0$$

$$E(X) = \theta \quad V(X) = \theta^2$$

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΜΕ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ

100 (1-α)% ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΜΕΣΟΥΣ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ

**100 (1-α)% ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ
ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ**



100 (1-α)% ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

$$\frac{\bar{x}}{n} \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{\bar{x}}{n} \left(1 - \frac{\bar{x}}{n}\right)}{n}}$$

100 (1-α)% ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

$$\left(\frac{\bar{x}_1}{n_1} - \frac{\bar{x}_2}{n_2}\right) \pm Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{\bar{x}_1}{n_1} \left(1 - \frac{\bar{x}_1}{n_1}\right)}{n_1} + \frac{\frac{\bar{x}_2}{n_2} \left(1 - \frac{\bar{x}_2}{n_2}\right)}{n_2}}$$

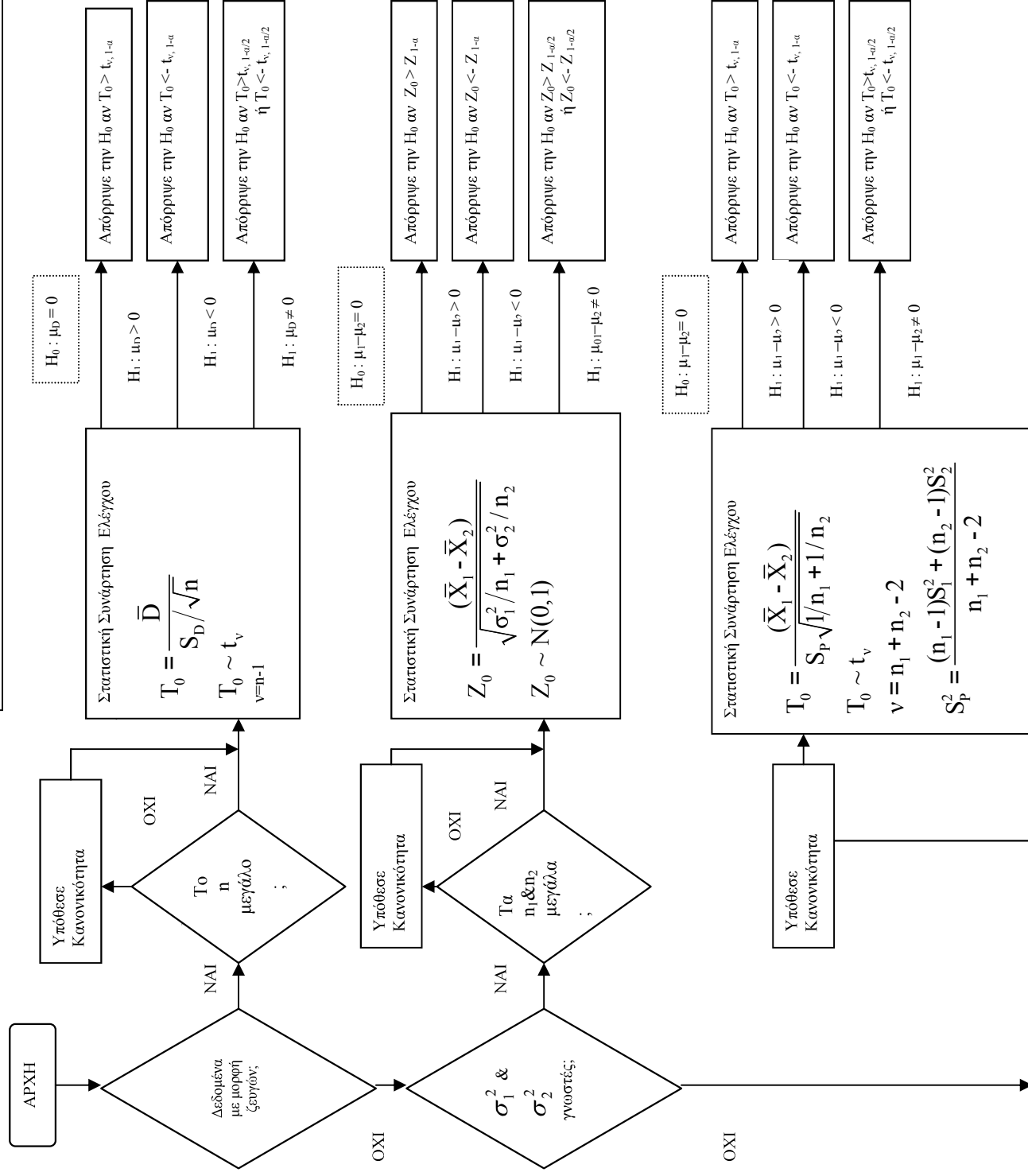
100 (1-α)% ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{X_{1-\alpha/2, n-1}^2}\right), \left(\frac{(n-1)S^2}{X_{\alpha/2, n-1}^2}\right)$$

100 (1-α)% ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΗΛΙΚΟ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ

$$\left(F_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1}^{-1} \frac{S_1^2}{S_2^2}, F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}^{-1} \frac{S_1^2}{S_2^2}\right)$$

ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ: $F_{n, m, \alpha} = 1/F_{m, n, \alpha}$



ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΟΣΟΣΤΟΥ

$$H_0: p = p_0$$

Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου

$$Z_0 = \frac{\frac{x}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

$$H_1: p > p_0$$

Απόρριψε την H_0 αν $Z_0 > Z_{1-\alpha}$

$$H_1: p < p_0$$

Απόρριψε την H_0 αν $Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

$$H_1: p \neq p_0$$

Απόρριψε την H_0 αν $Z_0 < -Z_{1-\alpha/2}$
ή $Z_0 > Z_{1-\alpha/2}$ **ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΟ ΠΟΣΟΣΤΩΝ**

$$H_0: p_1 = p_2$$

Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου

$$Z_0 = \frac{\frac{X_1}{n_1} - \frac{X_2}{n_2}}{\sqrt{\left(\frac{X_1+X_2}{n_1+n_2}\right)\left(1 - \frac{X_1+X_2}{n_1+n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$H_1: p_1 > p_2$$

Απόρριψε την H_0 αν $Z_0 > Z_{1-\alpha}$

$$H_1: p_1 < p_2$$

Απόρριψε την H_0 αν $Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

Απόρριψε την H_0 αν $Z_0 < -Z_{1-\alpha/2}$
ή $Z_0 > Z_{1-\alpha/2}$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

Στατιστική Συνάρτηση
Ελέγχου

$$X_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

→ Απόρριψε την H_0 αν $X_0^2 > X_{n-1, 1-\alpha}^2$

$$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

→ Απόρριψε την H_0 αν $X_0^2 < X_{n-1, \alpha}^2$

$$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$$

→ Απόρριψε την H_0 αν $X_0^2 < X_{n-1, \alpha/2}^2$

$$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

$$\text{ή } X_0^2 > X_{n-1, 1-\alpha/2}^2$$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΥΟ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$$

Στατιστική Συνάρτηση
Ελέγχου

$$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$F_0 \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

→ Απόρριψε την H_0 αν $F_0 > F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}$

$$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$$

→ Απόρριψε την H_0 αν $F_0 < F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}$
 $\equiv 1/F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}$

$$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1$$

→ Απόρριψε την H_0 αν $F_0 < F_{n_1-1, n_2-1, \alpha/2}$

$$H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

$$\equiv 1/F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}$$

ή αν $F_0 > F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}$