ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Γεώργιος Τσεκούρας

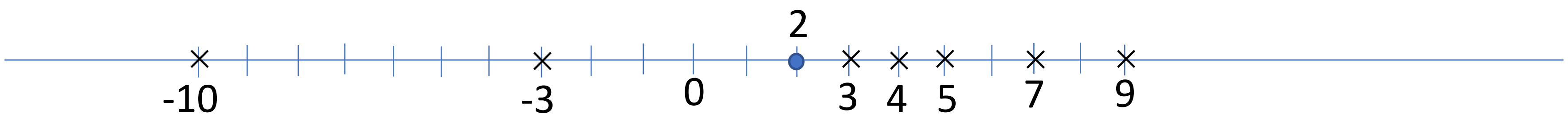
Τμήμα Πολιτισμικής Τεχνολογίας και Επικοινωνίας

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Μέτρα Θέσης

1. Μέση Τιμή

x_1	5
x_2	4
x_3	-3
x_4	7
x_5	9
x_6	-10



$$\mu = \frac{\sum_{k=1}^{6} x_k}{6} = \frac{5+4+(-3)+7+9+(-10)}{6} = 2$$

Για N αριθμούς $\rightarrow$ $\mu = \frac{\sum_{k=1}^{N} x_k}{N}$

Μέτρα Θέσης

2. Διάμεσος

Για N αριθμούς η διάμεσος υπολογίζεται ως εξής:
Οι αριθμοί μπαίνουν σε αύξουσα ή φθίνουσα σειρά

Αν N περιττός τότε $\delta = x_{(N+1)/2}$

Αν N άρτιος τότε $\delta = \dfrac{x_{N/2} + x_{(N/2)+1}}{2}$

5
4
-3
7
9
-10

9
7
5
4
-3
-10

$\delta = (5+4)/2 = 4.5$

9
7
5
4
-3
-10
-11

$\delta = 4$

Μέτρα Διασποράς

x_1	5
x_2	4
x_3	-3
x_4	7
x_5	9
x_6	-10

Μέσος Όρος

$$\mu = \frac{\sum_{k=1}^{6} x_k}{6} = \frac{5+4+(-3)+7+9+(-10)}{6} = 2$$

1. Διασπορά

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{6}(x_k-\mu)^2}{6} = \frac{(5-2)^2+(4-2)^2+(-3-2)^2+(7-2)^2+(9-2)^2+(-10-2)^2}{6} = 42.667$$

Για N αριθμούς

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)^2}{N}$$

2. Τυπική Απόκλιση

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{6}(x_k-\mu)^2}{6}} = \sqrt{42.66} = 6.532$$

Για N αριθμούς

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)^2}{N}}$$

3. Εύρος

$$R = \max - \min = 9-(-10) = 19$$

Συντελεστής Μεταβλητότητας

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{6.532}{2} = 3.266$$

Άσκηση

Ένας καθηγητής για να συγκρίνει δύο διαφορετικά τμήματα Α και Β της ίδιας τάξης ως προς την επίδοσή τους σε ένα μάθημα, πήρε τυχαία ένα μαθητών από κάθε τμήμα. Η βαθμολογία τους στο μάθημα αυτό ήταν:

Τμήμα Α: 12, 18, 9, 11, 15

Τμήμα Β: 10, 16, 19, 18, 11, 10

1. Να βρεθούν τα μέτρα θέσης (μέση τιμή, διάμεσος) για το κάθε τμήμα.
2. Να βρεθούν τα μέτρα διασποράς(εύρος, διακύμανση, τυπική απόκλιση) για το κάθε τμήμα.
3. Να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβολής (CV) για κάθε τμήμα και να χαρακτηρίσετε τα τμήματα ως προς την ομοιογένεια.

Λύση

1. Για το τμήμα Α έχουμε:

$$\mu_A = \frac{12+18+9+11+15}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

Για να βρούμε την διάμεσο κατατάσσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρα:
9, 11, 12, 15, 18
Εφόσον το μέγεθος του δείγματος είναι περιττός, διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση, δηλαδή η 3η . Άρα $\delta_A = 12$.

Για το τμήμα Β έχουμε:

$$\mu_B = \frac{10+16+19+18+11+10}{6} = \frac{84}{6} = 14$$

Για να βρούμε την διάμεσο κατατάσσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά:
10, 10, 11, 16, 18, 19
Εφόσον το μέγεθος του δείγματος είναι άρτιος, διάμεσος είναι το ημι-άθροισμα των δυο μεσαίων παρατηρήσεων, δηλαδή της 3ης και της 4ης .
Άρα $\delta_B = \frac{11+16}{2} = 13.5$.

Λύση

2. Για το τμήμα Α έχουμε:

$R_A = 18 - 9 = 9$

Για την διακύμανση(διασπορά) έχουμε :

X_i	$(X_i - \mu)^2$
12	$(12-13)^2 = 1$
18	$(18-13)^2 = 25$
9	$(9-13)^2 = 16$
11	$(11-13)^2 = 4$
15	$(15-13)^2 = 4$

Άρα: $\sigma_A{}^2 = \frac{1+25+16+4+4}{5} = \frac{50}{5} = 10$

Η τυπική απόκλιση του τμήματος Α είναι:

$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A{}^2} = \sqrt{10} = 3.16$

Για το τμήμα Β έχουμε:

$R_B = 19 - 10 = 9$

Για την διακύμανση(διασπορά) έχουμε :

X_i	$(X_i - \mu)^2$
10	$(10-14)^2 = 16$
16	$(16-14)^2 = 4$
19	$(19-14)^2 = 25$
18	$(18-14)^2 = 16$
11	$(11-14)^2 = 9$
10	$(10-14)^2 = 16$

Άρα

$\sigma_B{}^2 = \frac{16+4+25+16+9+16}{6} = \frac{86}{6} = 14.33$

Η τυπική απόκλιση του τμήματος Β είναι:

$\sigma_B = \sqrt{\sigma_B{}^2} = \sqrt{14.33} = 3.79$

Λύση

3. Για το τμήμα Α έχουμε:

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} = \frac{3.16}{13} = 0.243 = 23.4\%$$

Για το τμήμα **B** έχουμε:

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\mu_B} = \frac{3.79}{14} = 0.271 = 27.1\%$$

Και τα δύο τμήματα είναι ανομοιογενή διότι $CV_A > 10\%$ και $CV_B > 10\%$.

Συγκριτικά, όμως, πιο ομοιογενές είναι το τμήμα Α διότι $CV_A < CV_B$.

Καλό Απόγευμα