ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Γεώργιος Τσεκούρας

Καθηγητής
Τμήμα Πολιτισμικής Τεχνολογίας και Επικοινωνίας
Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Ισότητα Πινάκων

Δύο πίνακες A και B είναι ίσοι όταν έχουν **ακριβώς την ίδια διάσταση** και όταν τα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \dots & \beta_{nm} \end{bmatrix}$$

$$A = B \Leftrightarrow a_{ij} = \beta_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \forall j = 1, 2, \dots, m$$

Άσκηση

Για ποιες τιμές των α και β είναι ίσοι οι παρακάτω πίνακες;

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3\alpha + \beta \\ 2\alpha & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 2\alpha \\ 4 & 5 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

Λύση

Θα πρέπει να είναι $3\alpha + \beta = 2\alpha$ και $2\alpha = 4$. Από την δεύτερη εξίσωση προκύπτει ότι $\alpha = 2$. Από την πρώτη εξίσωση προκύπτει ότι $\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -\alpha = -2$.

Άθροισμα Πινάκων

Δύο πίνακες μπορούν να προστεθούν μόνο όταν έχουν ίδια διάσταση. Για να προσθέσουμε δύο πίνακες απλά προσθέτουμε τα αντίστοιχα στοιχεία τους. Έτσι προκύπτει ένας καινούργιος πίνακας.

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \dots & \beta_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma=A+B=\begin{bmatrix} \alpha_{11}+\beta_{11} & \alpha_{12}+\beta_{12} & \dots & \alpha_{1n}+\beta_{1n} \\ \alpha_{21}+\beta_{21} & \alpha_{22}+\beta_{22} & \dots & \alpha_{2n}+\beta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1}+\beta_{n1} & \alpha_{n2}+\beta_{n2} & \dots & \alpha_{nm}+\beta_{nm} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nm} \end{bmatrix}$$

Παραδείγματα

1). $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}\quad \Gamma=A+B=\begin{bmatrix} a_{11}+\beta_{11} & a_{12}+\beta_{12} \\ a_{21}+\beta_{21} & a_{22}+\beta_{22} \end{bmatrix}$

2). $A=\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}$ Δεν γίνεται η πρόσθεση

3). $A=\begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 5 \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

$$\Gamma=A+B=\begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 & 8 \\ 2 & 11 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

Άσκηση

Ποιες είναι οι τιμές των α και β ώστε να ισχύει η παρακάτω ισότητα,

$$\begin{bmatrix} \alpha+\beta & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2(\alpha+\beta) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2\alpha & 3 & 7 \\ 5 & 8 & 2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 4 & 1 & 6 \\ 2 & 8 & \alpha+\beta \end{bmatrix}$$

Λύση

Θα πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις

$$\alpha+\beta=2\alpha-4$$

$$2(\alpha+\beta)=2-(\alpha+\beta)$$

Επιλύοντας την πρώτη εξίσωση ως προς α παίρνουμε

$$\alpha+\beta=2\alpha-4\Rightarrow\beta+4=2\alpha-\alpha\Rightarrow\alpha=\beta+4$$

Από την δεύτερη παίρνουμε

$$2(\alpha+\beta)=2-(\alpha+\beta)\Rightarrow 2\alpha+2\beta=2-\alpha-\beta\Rightarrow\alpha+\beta=2$$

Και αντικαθιστώντας το α από το πρώτο αποτέλεσμα,

$$\alpha+\beta=2\Rightarrow\beta+4+\beta=2\Rightarrow 2\beta=-2\Rightarrow\beta=-1$$

Οπότε το α είναι,

$$\alpha=\beta+4\Rightarrow\alpha=-1+4\Rightarrow\alpha=3$$

Πολλαπλασιασμός Πίνακα με Αριθμό

Έστω ένας πίνακας A διάστασης $n \times m$, $A = [\alpha_{ij}]_{n \times m}$, και ένας πραγματικός αριθμός κ $(\kappa \in R)$.

Το γινόμενο του A με τον αριθμό κ δίνει έναν καινούργιο πίνακα $B = [\beta_{ij}]_{n \times m}$ ιδίας διάστασης με τον A, τα στοιχεία του οποίου δίνονται ως: $\beta_{ij} = \kappa\, a_{ij}$.

$$B = \kappa A \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \dots & \beta_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa\, a_{11} & \kappa\, a_{12} & \dots & \kappa\, a_{1m} \\ \kappa\, a_{21} & \kappa\, a_{22} & \dots & \kappa\, a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \kappa\, a_{n1} & \kappa\, a_{n2} & \dots & \kappa\, a_{nm} \end{bmatrix}$$

Παραδείγματα

$$3\begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 2.5 \\ 1.5 & 8 & 1 & 0.5 \\ 6 & 10 & 2 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 15 & 0 \\ 6 & 21 & 0 & 7.5 \\ 4.5 & 24 & 3 & 1.5 \\ 18 & 30 & 6 & 27 \end{bmatrix}$$

$$5\begin{bmatrix} 0.25 & 3.5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.25 & 17.5 \\ 25 & 50 \end{bmatrix}, \quad (-4)\begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 & 20 \\ 0 & -40 \end{bmatrix}$$

Ιδιότητες Αριθμητικής Πινάκων

Έστω οι πίνακες A, B και C διάστασης $n \times m$, $\boldsymbol{O}$ ο μηδενικός πίνακας διάστασης $n \times m$ και $c, d \in R$ δύο πραγματικοί αριθμοί. Τότε ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες.

Ι1. $(A+B)+C = A+(B+C)$ (προσεταιριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση πινάκων)

Ι2. $A+B = B+A$ (αντιμεταθετική ιδιότητα)

Ι3. $A+\boldsymbol{O} = A$ (ταυτότητα)

Ι4. $A+(-A) = A-A = \boldsymbol{O}$ (κάθε πίνακας έχει έναν αντίθετο ως προς την πρόσθεση πινάκων)

Ι5. $(c\,d)A = c(dA)$ (προσεταιριστική ιδιότητα ως προς τον πολλαπλασιασμό πίνακα με αριθμό)

Ι6. $(c+d)A = cA+dA$ (επιμεριστική ιδιότητα της πρόσθεσης αριθμών ως προς τον πολλαπλασιασμό πίνακα με αριθμό)

Ι7. $c(A+B)$ (επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού πίνακα με αριθμό ως προς την πρόσθεση πινάκων)

Ιδιότητες Αριθμητικής Πινάκων

Παράδειγμα

Έστω οι πίνακες

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$\Gamma=\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

Τότε

$$2A-3\Gamma=2\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix}-3\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 0 & -1\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}2 & 0 & -2\\ 2 & 2 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}9 & 3 & 3\\ 6 & 0 & -3\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-7 & -3 & -5\\ -4 & 2 & 7\end{bmatrix}$$

Άσκηση

Έστω οι πίνακες $A=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\\ 0 & 6\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0 & 10\\ 6 & -3\\ 1 & -5\end{bmatrix}$, $\Gamma=\begin{bmatrix}4\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$, $\Delta=\begin{bmatrix}2\\ 0\\ -6\end{bmatrix}$. Να λυθούν ως προς τον πίνακα X οι παρακάτω εξισώσεις: (α) $2X+3A=B$, (β) $\Gamma-3X=2\Delta$

Λύση: Η πρώτη λύνεται ως εξής:

$$2X+3A=B\Rightarrow 2X=B-3A\Rightarrow X=\frac{1}{2}B-\frac{3}{2}A\Rightarrow X=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & 10\\ 6 & -3\\ 1 & -5\end{bmatrix}-\frac{3}{2}\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\\ 0 & 6\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow X=\begin{bmatrix}0 & 5\\ 3 & -3/2\\ 1/2 & -5/2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 6\\ 3/2 & 9/2\\ 0 & 9\end{bmatrix}\Rightarrow X=\begin{bmatrix}-3 & -1\\ 3/2 & -6\\ 1/2 & -23/2\end{bmatrix}$$

Και η δεύτερη λύνεται ως εξής:

$$\Gamma-3X=2\Delta\Rightarrow\Gamma-2\Delta=3X\Rightarrow X=\frac{1}{3}\Gamma-\frac{2}{3}\Delta\Rightarrow X=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}4\\ -2\\ 1\end{bmatrix}-\frac{2}{3}\begin{bmatrix}2\\ 0\\ -6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4/3\\ -2/3\\ 1/3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4/3\\ 0\\ -12/3\end{bmatrix}\Rightarrow X=\begin{bmatrix}0\\ -2/3\\ 13/3\end{bmatrix}$$

Πολλαπλασιασμός Πινάκων

Έστω δύο πίνακες Α και Β. Η πράξη του πολλαπλασιασμού τους συμβολίζεται ως ΑΒ. Για να μπορεί να γίνει η πράξη αυτή ΠΡΕΠΕΙ ο αριθμός των στηλών του πίνακα Α να είναι ΙΣΟΣ με τον πίνακα των γραμμών του Β.

Παράδειγμα

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας Α έχει 1 γραμμή και 3 στήλες και ο πίνακας Β έχει 3 γραμμές και 1 στήλη. Άρα ο πολλαπλασιασμός του Α επί του Β ορίζεται και δίνεται ως εξής:

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = 3\cdot 4 + 5\cdot 0 + 1(-2) = 10$$

Δηλαδή ο πολλαπλασιασμός δύο **μονοδιάστατων** πινάκων είναι ΈΝΑΣ **πραγματικός** αριθμός και ΌΧΙ πίνακας.

Η γενική μορφή του πολλαπλασιασμού δύο μονοδιάστατων πινάκων

$$A = [\alpha_i]_{1\times n} \quad \kappa\alpha\iota \quad B = [\beta_i]_{n\times 1}$$

Δίνεται ως εξής:

$$AB = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix} = \alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \dots + \alpha_n\beta_n = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i\beta_i$$

Το ότι προκύπτει ένας πραγματικός αριθμός και όχι πίνακας μπορούμε να το “δούμε” σύμφωνα με την παρακάτω μεθοδολογία: Η διάσταση του Α είναι $1\times n$ ενώ η διάσταση του Β είναι $n\times 1$. Άρα όταν πολλαπλασιάσω τον Α επί τον Β, τις διαστάσεις τις χειρίζομαι ως εξής: $(1\times n)\times(n\times 1)$. Στην συνέχεια κάνω το εξής τρικ:

$$1\times\cancel{(n\times n)}\times 1 = 1\times 1$$

Το διαγράφω

Και παίρνω πίνακα διάστασης 1×1 δηλαδή ΈΝΑΝ ΑΡΙΘΜΟ

Πολλαπλασιασμός Πινάκων

Έστω δύο πίνακες Α και Β

$$A=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}$$

Ερώτηση 1: Το γινόμενο ΑΒ υπάρχει?
Απάντηση: Η διάσταση του Α είναι 3x2 και η διάσταση του Β είναι 2x2. Οπότε υπάρχει γιατί ο αριθμός στηλών του Α είναι ίσος με τον αριθμό γραμμών του Β

Ερώτηση 2: Τι διάσταση έχει ο παραγόμενος πίνακας Γ=ΑΒ?
Απάντηση:
(3x2)x(2x2)=3x(2x2)x2=3x2

Το διαγράφω

Άρα η διάσταση του πίνακα Γ=ΑΒ είναι 3x2
Ερώτηση 3: Πως υπολογίζω τον πίνακα Γ=ΑΒ?
Απάντηση:
Τον υπολογίζω με τα παρακάτω βήματα

Βήμα 1 $$AB=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\cdot(-4)+(-1)\cdot 1 & \\ & \\ & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Βήμα 2 $$AB=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & 3\cdot 0+(-1)\cdot 2\\ & \\ & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ & \\ & \end{bmatrix}$$

Βήμα 3 $$AB=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ (-2)\cdot(-4)+6\cdot 1 & \\ & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & \\ & \end{bmatrix}$$

Βήμα 4 $$AB=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & (-2)\cdot 0+6\cdot 2\\ & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & 12\\ & \end{bmatrix}$$

Βήμα 5 $$AB=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & 12\\ 5\cdot(-4)+0\cdot 1 & \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & 12\\ -20 & \end{bmatrix}$$

Βήμα 6 $$AB=\begin{bmatrix}3 & -1\\ -2 & 6\\ 5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & 12\\ -20 & 5\cdot 0+0\cdot 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-13 & -2\\ 14 & 12\\ -20 & 0\end{bmatrix}$$

Πολλαπλασιασμός Πινάκων

Έστω δύο πίνακες A και B

$$A=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1p}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2p}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{np}\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}\beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1m}\\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2m}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \beta_{p1} & \beta_{p2} & \dots & \beta_{pm}\end{bmatrix}$$

Η διάσταση του A είναι *nxp* ενώ η διάσταση του B είναι *pxm*.
Το γινόμενο τους θα είναι ένας πίνακας Γ με διάσταση *nxm*

$$\Gamma=\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1m}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2m}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nm}\end{bmatrix}$$

Ο πίνακας Γ υπολογίζεται ως εξής:

$$AB=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1p}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2p}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{np}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1m}\\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & \beta_{2m}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \beta_{p1} & \beta_{p2} & \dots & \beta_{pm}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha_{11}\beta_{11}+\alpha_{12}\beta_{21}+\dots+\alpha_{1p}\beta_{p1} & \alpha_{11}\beta_{12}+\alpha_{12}\beta_{22}+\dots+\alpha_{1p}\beta_{p2} & \dots & \alpha_{11}\beta_{1m}+\alpha_{12}\beta_{2m}+\dots+\alpha_{1p}\beta_{pm}\\ \alpha_{21}\beta_{11}+\alpha_{22}\beta_{21}+\dots+\alpha_{2p}\beta_{p1} & \alpha_{21}\beta_{12}+\alpha_{22}\beta_{22}+\dots+\alpha_{2p}\beta_{p2} & \dots & \alpha_{21}\beta_{1m}+\alpha_{22}\beta_{2m}+\dots+\alpha_{2p}\beta_{pm}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \alpha_{n1}\beta_{11}+\alpha_{n2}\beta_{21}+\dots+\alpha_{np}\beta_{p1} & \alpha_{n1}\beta_{12}+\alpha_{n2}\beta_{22}+\dots+\alpha_{np}\beta_{p2} & \dots & \alpha_{n1}\beta_{1m}+\alpha_{n2}\beta_{2m}+\dots+\alpha_{np}\beta_{pm}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{p}\alpha_{1i}\beta_{i1} & \sum_{i=1}^{p}\alpha_{1i}\beta_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^{p}\alpha_{1i}\beta_{im}\\ \sum_{i=1}^{p}\alpha_{2i}\beta_{i1} & \sum_{i=1}^{p}\alpha_{2i}\beta_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^{p}\alpha_{2i}\beta_{im}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \sum_{i=1}^{p}\alpha_{ni}\beta_{i1} & \sum_{i=1}^{p}\alpha_{ni}\beta_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^{p}\alpha_{ni}\beta_{im}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1m}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2m}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nm}\end{bmatrix}=\Gamma$$

ΠΡΟΣΟΧΗ: $AB \neq BA$

Πολλαπλασιασμός Πινάκων

Έστω ότι, τώρα, θέλω να βρω το γινόμενο ΒΑ του προηγούμενου παραδείγματος.

$$A=\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}$$

Ερώτηση 1: Πολλαπλασιάζονται? Δηλαδή ο αριθμός γραμμών του Β είναι ίδιος με τον αριθμό στηλών του Α?

Απάντηση: Η διάσταση του Β 3x1 και η διάσταση του Α είναι 1x3. Συνεπώς ο Β έχει μία στήλη και ο Α έχει μία γραμμή. Άρα πολλαπλασιάζονται.

Ερώτηση 2: Ποια είναι η διάσταση του πίνακα ΒΑ?

Απάντηση:

Το διαγράφω

$$(3\times1)\times(1\times3)\rightarrow 3\times\cancel{(1\times1)}\times3\rightarrow 3\times3$$

Άρα ο πίνακας που προκύπτει έχει διάσταση

$$3\times3$$

Πάμε να τον βρούμε ποιος είναι αυτός ο πίνακας χρησιμοποιώντας τα παρακάτω βήματα.

Βήμα 1). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Βήμα 2). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Βήμα 3). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

Βήμα 4). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ 0 & & \\ & & \end{bmatrix}$

Βήμα 5). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ 0 & 0 & \\ & & \end{bmatrix}$

Βήμα 6). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ 0 & 0 & 0\\ & & \end{bmatrix}$

Βήμα 7). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ 0 & 0 & 0\\ -6 & & \end{bmatrix}$

Βήμα 8). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ 0 & 0 & 0\\ -6 & -10 & \end{bmatrix}$

Βήμα 9). $\begin{bmatrix}4\\0\\-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12 & 20 & 4\\ 0 & 0 & 0\\ -6 & -10 & -2\end{bmatrix}$